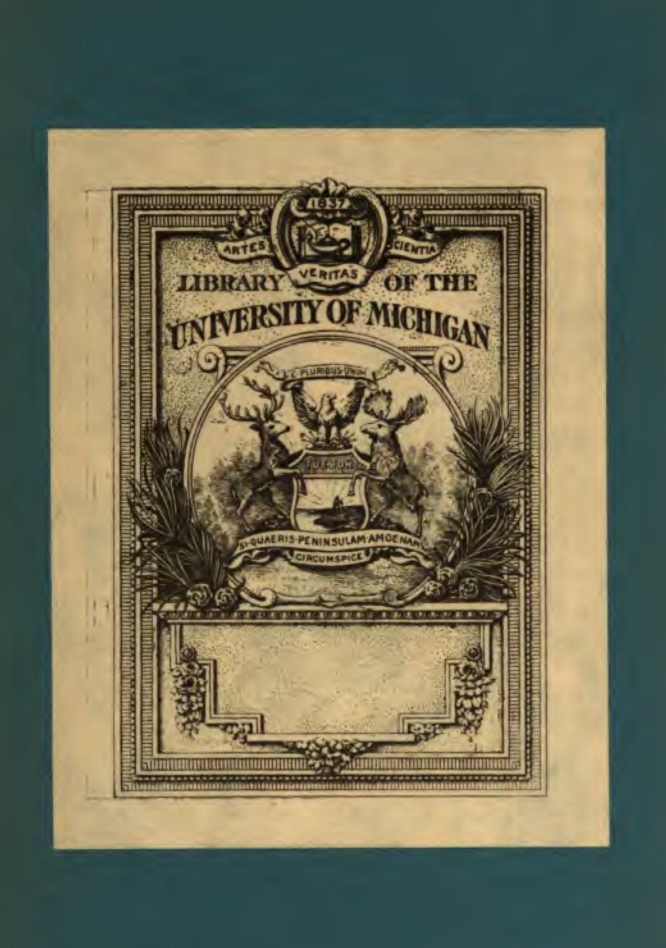


1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE





BEISPIELE UND ÜBUNGEN
AUS
ELEKTRIZITÄT
UND
MAGNETISMUS

VON

PROF. DR. ROBERT WEBER
NEUCHÂTEL (SCHWEIZ)

NACH DEM MANUSKRIPT DER FÜNFTEN
FRANZÖSISCHEN AUFLAGE
MIT 74 FIGUREN IM TEXT



LEIPZIG UND BERLIN
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER
1910

Vorwort der ersten Auflage.

Die vorliegende Sammlung sollte zunächst einem Bedürfnis genügen, welches sich mir beim Unterricht mehr und mehr fühlbar machte. Dieselbe scheint mir aber auch in anderen Kreisen von Nutzen zu sein: jedem, der das Bedürfnis fühlt, sich mit den Einheiten, den Anschauungen, den Gesetzen und Formeln der Elektrizitätslehre vertraut zu machen; jedem, der sich in elektrischen Dingen ebenso leicht, bequem und bestimmt ausdrücken will wie in den gebräuchlichsten räumlichen und mechanischen Verhältnissen.

Dem Schüler verschiedener Stufen soll sie, ähnlich wie die Sammlungen mathematischer Aufgaben, Gelegenheit geben, sein Denkvermögen, seine Geschicklichkeit, Bestimmtheit und Klarheit des Ausdruckes, sowie sein Gedächtnis an interessantem und nützlichem Material zu üben.

Ich glaube, den Gedanken, welcher mich bei der Abfassung der Sammlung leitete, nicht besser ausdrücken zu können als durch die Worte Sir W. Thomsons in den „Electrical Units of Measurements" (1883): „Man könnte kaum einen größeren Irrtum begehen als diesen, die praktischen Anwendungen der Wissenschaft als unbedeutend anzusehen. Diese Anwendungen sind die Seele und das Leben der Wissenschaft, und wie die großen Fortschritte in den mathematischen Wissenschaften aus dem Bedürfnis hervorgingen, Aufgaben von größtem praktischen Nutzen zu lösen, so muß auch die Lösung der meisten wichtigsten Fortschritte in der Physik, von ihren Anfängen an bis heute, dem eifrigen Streben zugeschrieben werden, unsere Kenntnisse von den Eigenschaften der Materie auf etwas der Menschheit Nützliches anzuwenden. —

Ich sage oft, daß man von einer Erscheinung schon etwas weiß, wenn man dieselbe messend verfolgen und in Zahlen ausdrücken kann, während man ohne dieses von derselben nur eine sehr geringe und sehr unvollständige Kenntnis, ja kaum einen elementarwissenschaftlichen Begriff des Gegenstandes besitzt."

Um die Sammlung einem möglichst weiten Kreise nutzbar zu machen, habe ich bei ihrer Bearbeitung die verschiedensten und besten der neueren Lehrbücher zu Rate gezogen und mich durch deren leitenden Gedanken oft bestimmen lassen; ich nenne von diesen Autoren nur Ganot, Schoentjes, Wüllner, Kittler, Kohlrausch, Day und besonders Serpieri.

Die Sammlung von Beispielen ist möglichst der Wirklichkeit angepaßt; die angegebenen Zahlenwerte sind meist das Ergebnis von Messungen, welche unter Verhältnissen gleicher oder ähnlicher Art, wie diejenige die im Beispiel selbst, ausgeführt wurden. — Überall sind absolute Maße und die von der internationalen Kommission in Paris (1884) festgesetzten Namen zugrunde gelegt.

Die große Mehrzahl der angeführten Tafeln ist die getreue Wiedergabe der besten, von den geschätztesten Physikern erhaltenen Ergebnisse.

April 1888.

Robert Weber.

Fünfte Auflage.

In diesen Auflagen sind nach und nach die Abmachungen der internationalen Kongresse der Elektriker (1884—1908) und die Fortschritte der technischen Elektrizität berücksichtigt worden. In dieser letzten Auflage[1]) sind mehr als früher die grundlegenden Begriffe der Mechanik und der Wärme (soweit es für das Nachfolgende nützlich ist) die Energieumwandlungen, der Wirkungsgrad, der magnetische und elektromagnetische Induktionskreis, usw. (nach Hopkinson, E. Hospitalier u. a.) behandelt. „Die Betrachtung des magnetischen Kreises hat in den letzten Jahren das Studium und den Bau der dynamoelektrischen Maschinen von Grund aus umgestaltet; er wurde dadurch zur Grundlage des ganzen Gebäudes."

Zum bequemen Nachschlagen ist ein ausfürliches alphabetisches Inhaltsverzeichnis beigegeben.

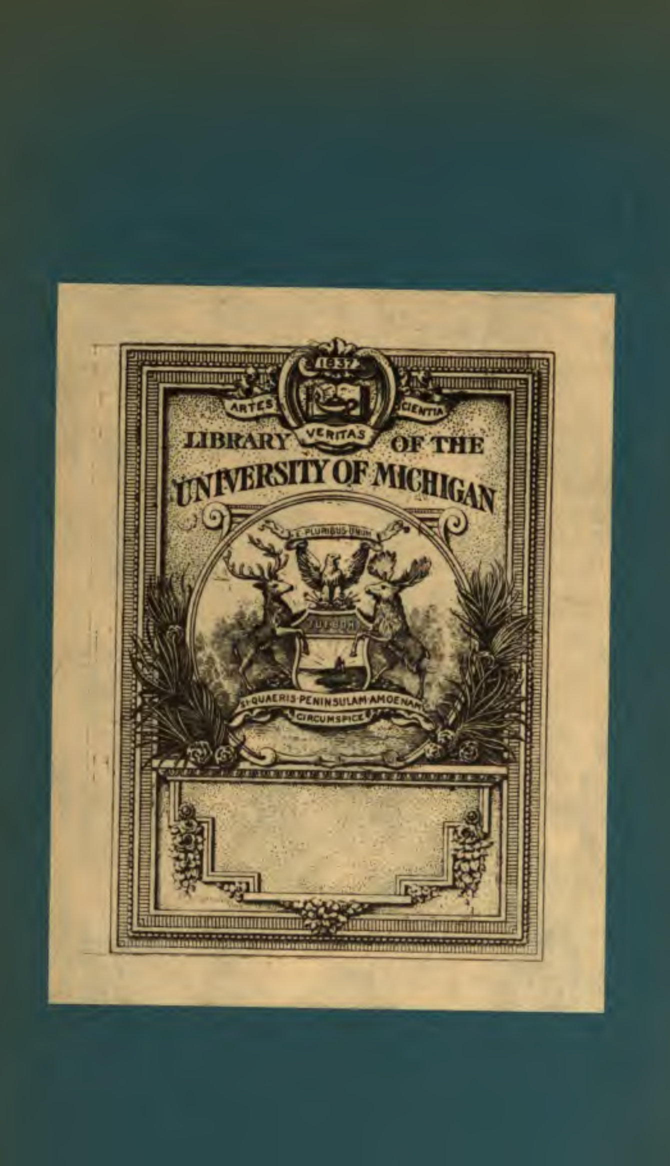
Die Bezeichnungen der Begriffe und die mathematische Schreibweise sind derjenigen von F. Kohlrausch, Prakt. Physik, ähnlich.

Zürichberg, Mai 1910.

Robert Weber.

---

1) Frühere Auflagen sind in französischer (Paris), in englischer (London), spanischer (Barcelona) Sprache erschienen.


1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE



E. Tafeln.

A. Mechanik und Wärme.

I. Begriff der Krafteinheit.

1. Wie viele Dyn entsprechen der Schwerkraft, die ein Gramm (gr) erfährt?

Antwort: Das Dyn erteilt der Masse eines Grammes die Beschleunigung von 1 cm/sec^2, die Schwerkraft eine solche von 981 cm/sec^2; da nach der Erfahrung die bewegende Kraft der Beschleunigung proportional ist, ist die Schwerkraft, die ein Gramm erfährt, oder das Gewicht eines Gramms der Kraft von 981 Dyn gleichwertig.

2. Die Anziehungskraft von zwei elektrisch geladenen Leitern ist 9,81 Dyn. Wie viele Gramm sind nötig, um ihnen das Gleichgewicht zu halten?

Antwort: Die Kraft beträgt 0,01 gr(-Gewicht).

3. Welcher Bruchteil vom Gewicht der Masse 1 kg ist ein Dyn?

Antwort: Das Gewicht 1 gr ist gleichwertig mit 981 Dyn, so daß

$$1 \text{ Dyn} = \frac{1}{981 \cdot 10^3} \text{ kg} = 0{,}000001019 \text{ kg(-Gewicht)}.$$

4. Wie viele Dyn sind nötig, um 10 gr zu heben?

Antwort: 9810 Dyn.

5. Wie viele Dyn entsprechen der Kraft, mit welcher 376,23 gr auf die Erde drücken?

Antwort: Diese Kraft ist

$$K = 376{,}23 \times 981 \text{ Dyn} = 369081{,}63 \text{ Dyn}.$$

6. Den Druck von 1 mgr in Dyn auszudrücken.

Antwort: Der Druck von 1 gr ist gleichwertig mit 981 Dyn, so daß 1 mgr den Druck von 0,981 Dyn, oder ungefähr 1 Dyn ausüben kann.

7. Ein Seil läuft über eine Rolle und hält einen Wassereimer von 60 kg. Am anderen Ende des Seiles zieht ein Pferd, welches

diesen Eimer genau in der Luft schwebend hält. Welche Kraft hat dieses Pferd? (Fig. 1.)

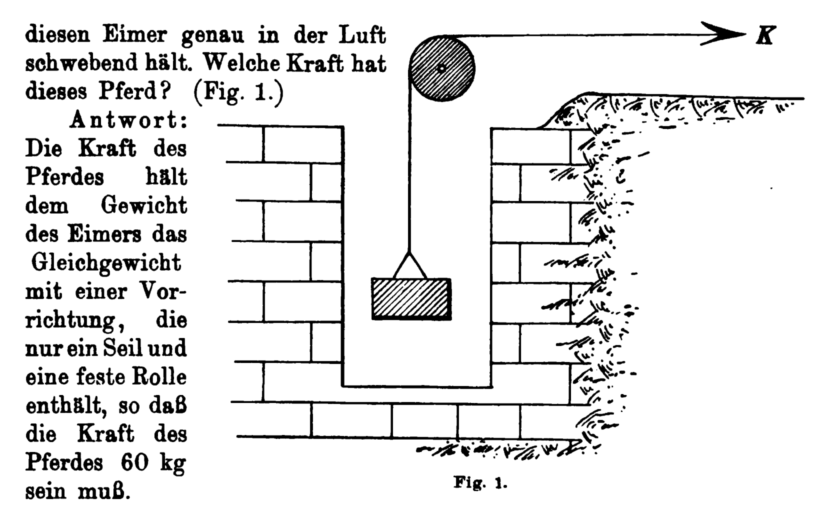


Fig. 1.

Antwort: Die Kraft des Pferdes hält dem Gewicht des Eimers das Gleichgewicht mit einer Vorrichtung, die nur ein Seil und eine feste Rolle enthält, so daß die Kraft des Pferdes 60 kg sein muß.

8. Eine Lokomotive zieht wagrecht am Rahmen eines gewöhnlichen Flaschenzugs mit 6 Rollen. Am freien Seil hängt lotrecht eine Last von 5000 kg, die frei in der Luft schwebt. Wie groß ist die Zugkraft der Lokomotive?

Antwort: Der Flaschenzug mit den 6 Rollen macht die Zugkraft 6 mal so groß, so daß sie

$$K = 6 \times 5000 = 30000 \text{ kg beträgt.}$$

9. Welche Beziehung besteht zwischen dem Druck eines Kilogramms und der Kraft eines Megadyn?

Antwort: Die Kraft 1 kg $= 1000 \times 981 = 981000$ Dyn $=$ $= 0{,}981$ Megadyn, also ungefähr 1 Megadyn.

10. Welche Kraft ist nötig, um 1 gr(-Gewicht) am Pol? — in Berlin? — am Äquator? — in der Entfernung des Mondes zu heben?

Antwort: Nach dem Wert der Schwerebeschleunigung g in diesen Orten ist die Kraft für 1 gr am Pol $K_1 = 983{,}11$ Dyn; in Berlin $K_2 = 981{,}28$ Dyn; am Äquator $K_3 = 978{,}10$ Dyn; am Mond $K_4 = 0{,}27$ Dyn, weil die Entfernung des Mondes vom Erdmittelpunkt 60 Erdradien beträgt; daher ist 1 gr(-Gewicht) in der Entfernung des Mondes 60mal so weit vom Erdmittelpunkt entfernt, als 1 gr(-Gewicht) an der Oberfläche der Erde; daher ist die Anziehung $60^2 = 3600$mal so klein, also $981 : 3600 = 0{,}27$ Dyn.

11. Welcher Unterschied (in Dyn) besteht zwischen dem Gewicht eines Kubikzentimeters Wasser am Pol und am Äquator?

Antwort:

$$983{,}11 - 978{,}10 = 5{,}01 \text{ Dyn}.$$

12. Den mittleren Barometerdruck auf Meereshöhe in Dyn auszudrücken, wenn dieser Druck 760 mm beträgt.

Antwort: Das Gewicht einer Quecksilbersäule von 1 qcm Querschnitt und 760 mm Höhe ist 1033,374 gr, oder $1033{,}374 \times 981 = 1{,}013\,374 \cdot 10^6$ Dyn auf das qcm.

13. Man sucht die Zentrifugalkraft eines Körpers am Äquator, wenn seine Masse $m = 6$ gr.

Antwort: Der Ausdruck für die Zentrifugalkraft ist

$$K = m\frac{v^2}{r} = mr\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2.$$

In unserem Fall wird sie

$$K = 6 \times 6{,}38 \times 10^8 \times \left(\frac{2\pi}{86164}\right)^2 \left[\frac{\text{cm} \cdot \text{gr}}{\text{sec}^2}\right] = 20{,}34 \text{ Dyn}.$$

14. Die mittlere Dichtigkeit der Erde sei 5,6; welche Anziehungskraft erfährt 1 ccm Wasser von einer „Erde" wie die unsere, die aber aus Jodwasserstoffsäure-Dampf besteht?

Antwort: Der Dampf der Jodwasserstoffsäure (HI) ist 4,416 mal schwerer als Luft, von der 1 ccm 0,001 293 gr wiegt. Die Dichtigkeit dieser neuen „Erde" wäre

$$d = 4{,}416 \times 0{,}001\,293 = 0{,}005\,710,$$

so daß diese Dichte 5,6 : 0,005 710, oder 981 mal so klein wäre, als die der heutigen Erde. Die Anziehungskraft würde in demselben Verhältnisse kleiner werden, so daß 1 ccm Wasser nur 1 Dyn wiegen würde.

II. Begriff der Arbeits- und der Leistungs-(Effekt-)einheit.

15. Ein Dyn greift an einem Punkt an und bewegt ihn in einer Sekunde 1 cm weit längs seiner Richtung. Welche Arbeit hat es verrichtet?

Antwort: Nach der Definition des „Erg" beträgt diese Arbeit 1 Erg.

16. Eine Kraft gleich dem Gewicht eines Grammes bewegt einen Punkt $\frac{1}{981}$ cm in ihrer Richtung. Welche Arbeit leistet diese Kraft?

Antwort: Die Arbeit ist $A = 981 \times \frac{1}{981} = 1$ cm Dyn $= 1$ Erg.

17. Ein gr(-Gewicht) fällt aus einer Höhe von 1 cm zur Erde. Welche Energie (Arbeit) ist dabei verausgabt worden?

Antwort: Die Kraft ist $K = 981$ Dyn; der Weg 1 cm, und die Energie (Arbeit) $= A = 981 \times 1$ Einheiten $\left[\frac{\text{cm}^2 \cdot \text{gr}}{\text{sec}^2}\right] = 981$ Erg.

Oder: Der Ausdruck für die Energie ist $A = \frac{1}{2} m v^2$, die bewegte Masse $m = 1$ gr, die Geschwindigkeit $v = gt$, so daß $v^2 = g^2 \cdot t^2$, wo t die Zeit bezeichnet, welche der Punkt zum Fallen braucht, um den ersten cm zurückzulegen. Diese Zeit findet sich aus den folgenden Beziehungen:

$$s = \tfrac{1}{2} g t^2, \quad \text{oder hier} \quad 1 = \tfrac{1}{2} \cdot 981 \cdot t^2,$$

so daß $t^2 = \frac{2}{981}$ wird. Damit ist aber die Energie

$$A = \frac{1}{2} \cdot 981^2 \cdot \frac{2}{981} = 981 \text{ Erg}.$$

18. Auf einem Gestirn fällt 1 gr(-Masse) während 1 Sek. lotrecht 1 cm tief unter dem Einfluß einer Kraft, die der Schwerkraft gleicht. Welches ist der Betrag der verbrauchten Energie?

Antwort: Wenn 1 gr(-Masse) nur 1 cm in 1 Sek. fällt, dann kann die Beschleunigung dieses Gestirns nicht 981 cm sein; sie muß vielmehr einen Wert a haben, der die Gleichung $s = \frac{1}{2} a t^2$ (in obigem Fall $1 = \frac{1}{2} a \cdot 1^2$) befriedigt, also 2 cm betragen, und von einer Kraft (ähnlich der Schwerkraft) von 2 Dyn herrühren. Also muß die verausgabte Energie den Wert

$$A = 2 \text{ Dyn} \times 1 \text{ cm} = 2 \text{ Erg}$$

haben.

19. Es ist die Arbeit von x grcm in Erg auszudrücken.

Antwort: Weil 1 grcm gleich 981 Erg ist, so sind die x grcm mit $981 \cdot x$ Erg gleichwertig.

20. Ein Mann hebt 1 kg auf 1 m Höhe. Welche Arbeit hat er geleistet?

Antwort: Nach der Definition des Meter-Kilogr. (= mkg) hat dieser Mann die Einheit (praktische) der Arbeit geleistet.

21. Man hebe 1 kg von der Erde auf und leiste dabei eine Arbeit von 1 mkg. Auf welche Höhe (Niveau) hat man das Kilogramm gehoben?

Antwort: Der Niveauunterschied ist 1 m.

22. Welche Arbeit leistet man, wenn man 1 gr um 1 km höher stellt? — und wenn man 100 kg 1 cm hebt?

Antwort: Die erste Arbeit ist

$$A_1 = 0{,}001 \text{ kg} \times 1000 \text{ m} = 1 \text{ mkg},$$

die zweite

$$A_2 = 100 \text{ kg} \cdot 0{,}01 \text{ m} = 1 \text{ mkg}.$$

23. Man soll die Arbeitseinheit, das „Joule", in mkg ausdrücken und umgekehrt.

Antwort: Nach der Definition des „Joule" (siehe das Kapitel der „absoluten Einheiten") ist

$$1 \text{ Joule} = 10\,000\,000 \text{ Erg} = 10\,000\,000 \text{ cm Dyn} =$$

$$= \frac{10\,000\,000}{981} \text{ cmgr} = \frac{10\,000\,000}{981 \cdot 1000} \text{ cmkg} =$$

$$= \frac{10\,000\,000}{981 \cdot 1000 \cdot 100} \text{ mkg} = 0{,}102 \text{ mkg}.$$

Man findet umgekehrt

$$1 \text{ mkg} = \frac{981 \cdot 1000 \cdot 100}{10\,000\,000} = 9{,}81 \text{ Joule}.$$

24. Wie viele elektro-magnetische Einheiten (E. M. E.) und wie viele elektrostatische Einheiten (E. S. E.) sind gleichwertig mit 1 Erg?

Antwort: 1 Erg = 1 E. M. E. der Arbeit, weil das Erg, die Einheit der Arbeit, von dem elektrostatischen oder elektrodynamischen System unabhängig ist. Also auch 1 Erg = 1 E. S. E. der Arbeit.

25. Folgende Arbeitsmengen sind in Erg und auch in Joule auszudrücken: a) 1 mgr; b) 1 mkg; c) 562 mgr; d) 4,2 mkg; e) 76 mkg.

Antwort:

a) 1 mgr = 100 cmgr = 98100 Erg = 0,00981 Joule; —

b) 1 mkg = 100 × 1000 cmgr = 98100000 Erg = 98,1 Megaerg = 9,81 Joule; —

c) 562 mgr = 562 $\times$ 100 cmgr = 55,13 Megaerg = 5,513 Joule; —
d) 4,2 mkg = 4,2 $\times$ 100 $\times$ 1000 cmgr = 412,02 Megaerg = = 41,2 Joule; —
e) 75 mkg = 75 $\times$ 100000 cmgr = 7357,5 Megaerg = 735,7 Joule.

26. Wieviel ist 1 Joule in Erg ausgedrückt?

Antwort: Nach der Definition ist 1 Joule = 10000000 Erg.

27. Die Kraft 981 Dyn verschiebt einen Körper in 1 Sek. 1,25 cm weit. Welche Arbeit hat diese Kraft geleistet? — Welche Leistung (Effekt) kommt dieser Kraft zu?

Antwort: Die Arbeit ist $A = 981 \times 1{,}25$ Einheiten $[cm^2 gr/sec^2]$ = 1226,25 Erg. — Die Leistung ist $L = 1226/1 =$ = 1226,25 Erg in der Sekunde?

28. Man will die Arbeit wissen, welche ein Pferd leistet, das 40 kg lotrecht 20 m hoch hebt, — und die mittlere Leistung (Effekt), wenn es diese Last in 50 Sek. 60 m gehoben hat.

Antwort: Die geleistete Arbeit ist $A = 40$ kg $\times$ 20 m = 800 mkg. — Der Effekt (Leistung), oder die mittlere Arbeit in der Sek., ist

$$L = 40 \cdot 60/50 = 48 \text{ mkg/sek} = 48 [\text{mkg/sec}];$$

oder

$$L = 48/75 = 0{,}64 \text{ Pferdestärken (P.S.)}.$$

29. Ein 80 kg schwerer Mann steigt in 90 Min. von 400 m bis auf 1120 m Höhe. Welche Arbeit hat er geleistet? — Wie groß ist seine mittlere Arbeit? — Wie groß die mittlere Leistung (Effekt)?

Antwort: Der Mann hat 80 kg um 1120 — 400 = 720 m gehoben; die geleistete Arbeit ist

$$A = 80 \times 720 \text{ mkg} = 57600 \text{ mkg}.$$

Diese Arbeit ist in 90 Min. oder 5400 Sek. geleistet worden, so daß die mittlere Arbeit (Leistung, Effekt) $= L = 57600/5400$ = 10,66 mkg ist (welche der Wärmemenge von 25,1 Kal (gr-Grad) in der Sek. gleichwertig ist).

Die mittlere Leistung ist 10,66 mkg/sec = 0,14 P.S.

30. Eine Anzahl Ameisen tragen in 2 Wochen 3150 gr Korn von einem gewissen Ort an einen andern Ort, der 6 m höher liegt. Ein Mann trägt in 0,6 Sek. einen 35 kg schweren Sack Korn an eine Stelle, die 54 cm höher liegt. Welche Arbeit leisten die

Ameisen? — Welche der Mann? — Wie groß ist die mittlere Arbeit in der Sek. oder die Leistung der Ameisen? — Wie groß die des Mannes?

Antwort: Die Arbeit der Ameisen ist

$$A_1 = 3150 \times 600 \text{ cmgr} = 1\,890\,000 \text{ cmgr} = 18{,}9 \text{ mkg}.$$

Die Arbeit des Mannes ist

$$A_2 = 35\,000 \times 54 \text{ cmgr} = 1\,890\,000 \text{ cmgr} = 18{,}9 \text{ mkg},$$

also = der Arbeit der Ameisen.

Die mittlere Arbeit in der Sek. oder die Leistung der Ameisen beträgt

$$L_1 = 1\,890\,000/(2 \times 7 \times 24 \times 60 \times 60) = 1{,}55 \text{ cmgr/sec};$$

für den Mann ergibt sich die Leistung

$$L_2 = 1\,890\,000/0{,}6 = 3\,150\,000 \text{ cmgr/sec} = 309 \text{ Watt}.$$

31. Ein Gasmotor von 4 P.S. arbeitet im Mittel 8 Stunden täglich. Welche Arbeit macht er in 300 Tagen, ausgedrückt 1. in P.S.-Stunden, 2. in mkg?

Antwort: Die Gesamtzahl der Arbeitsstunden beträgt 2400. Die ganze Arbeit ist

$$A = 4 \times 2400 = 9600 \text{ P.S.-St.} =$$

$$= 9600 \times 75 \times 60 \times 60 \text{ mkg} = 2\,592\,000\,000 \text{ mkg}.$$

32. Wie viele Watt bez. Kilo-Watt sind gleichwertig mit a) 1 Joule in der Sek.; b) 1 mkg/sec; c) 1 cmgr/sec; d) 1 P.S.?

Antwort: Zufolge der Definition dieser Größen wird

a) 1 Joule/sec = 1 Watt;
b) 1 mkg/sec = 9,81 Joule/sec = 9,81 Watt;
c) 1 cmgr/sec = 9,81 Erg/sec = 0,0000981 Watt;
d) 1 P.S. = 75 mkg/sec = 75 × 9,81 Watt = 736 Watt = 0,736 K.W.

33. Man soll die Einheit der Leistung (Effekt), das „Watt", in mkg/sec ausdrücken.

Antwort: Durch Umkehrung von Nr. 32 wird

$$1 \text{ Watt} = 1/9{,}81 \text{ mkg/sec} = 0{,}102 \text{ mkg/sec}.$$

34. Wie viele Erg leistet die Kraft von 981 g, wenn sie den Angriffspunkt um 981 cm weiter schiebt und dazu 1 St. 10 Min. braucht? — Welches ist ihre Leistung (Effekt)?

Antwort: Die aufgewendete Kraft beträgt $K = 981 \times 981$ Dyn, also die Arbeit

$A = 981 \times 981$ Dyn $\times 981$ cm $= 94{,}41 \cdot 10^7$ Erg $= 94{,}41$ Joule.

Die Leistung beträgt

$L = 944100000/(70 \times 60)$ Erg/sec $= 224786/10^7$ Watt $=$
$= 0{,}02248$ Watt.

35. Man soll die Einheit der Leistung, das „Kilo-Watt", in „mkg/sec" ausdrücken.

Antwort: $L = 1$ K.W. $= 1000$ Watt $= 102$ mkg/sec.

36. Man soll 1 K.W. in P.S. ausdrücken.

Antwort: 1 K.W. $= 102 : 75 = 1{,}36$ P.S.

37. Ein elektrischer Motor soll alle 5 Sek. eine Last von 408 kg auf 10 m Höhe heben. Wie groß ist die Leistung dieses Motors?

Antwort: Die gesamte Arbeit ist $A = 408$ kg $\times 10$ m $=$ $= 4080$ mkg; die Arbeit in der Sek., also seine Leistung, ist

$L = 4080/5$ mkg/sec $= 816/0{,}102$ Watt $= 8000$ Watt $= 8$ K.W.

38. Um die Leistung eines elektrischen Motors (oder Dampfmaschine oder Dampf- oder Wasserturbine) zu messen, läßt man ihn auf eine Rolle wirken. Das Seil trug 600 kg und hob diese Last um 8 m in 30 Sek. Wie groß ist die Leistung dieses Motors?

Antwort: Die gesamte Arbeit ist $A = 600 \times 8 = 4800$ mkg; die Arbeit in der Sek. oder der Effekt ist also

$L = 4800/30 = 160$ mkg/sec $= 2{,}13$ P.S. $= 160 \times 9{,}81$ Watt $=$
$= 1569{,}6$ Watt $= 1{,}57$ K.W.

39. Man soll die Einheit der Arbeit, die „K.W.-Stunde" in „mkg" ausdrücken.

Antwort: $A = 1$ K.W.-St. $= 3600$ K.W.-sec $=$
$= 3600 \times 102$ mkg/sec $= 367200$ mkg/sec.

40. Oft bezahlt man die elektrische Beleuchtung nach K.W.-St. Wenn nun 4 Glühlampen eingeschaltet sind, von denen jede 10 Kerzen und für jede Lichtkerzenstärke 3,2 Watt braucht, und wenn die Lampen jeden Tag 3 St. brennen, wie viele K.W.-St. muß man für 365 Tage des Jahres bezahlen?

Antwort: Man bezahlt

$10 \times 4 \times 3{,}2 \times 3 \times 365/1000 = 140{,}16$ K.W.-St.

41. Eine Lokomotive fährt gegen den Wind mit 50 km Geschwindigkeit pro Stunde; der Wind legt 20 m in der Sek. zurück; die Lokomotive hat eine wirksame Fläche von 6 qm, die sie gegen den Wind kehrt. Welche Leistung wird vom Windwiderstand verbraucht? — Wie viel Mehrarbeit muß die Lokomotive in der Stunde leisten?

Antwort: Die Geschwindigkeit 50 km/St. ist der Geschwindigkeit 13,9 m/sec gleichwertig. Der Gegenwind hat 20 m Geschwindigkeit, so daß die relative Geschwindigkeit der Lokomotive gegen den Wind $13{,}9 + 20 = 33{,}9$ m/sec beträgt. Bei einer solchen Geschwindigkeit hat der Luftdruck auf 1 qm den Betrag von 100 kg, so daß der ganze Gegendruck auf $6 \times 100 = 600$ kg ansteigt. Gegen diese Kraft macht die Lokomotive 13,9 m/sec, so daß die verbrauchte Leistung

$$L = 13{,}9 \times 600 = 8340 \text{ mkg/sec} = 111 \text{ P.S.}$$

ist. Die in der Stunde verbrauchte Arbeit beläuft sich auf

$$A = 60 \times 60 \times 8340 = 30024000 \text{ mkg.}$$

42. Ein Zug von 160000 kg fährt mit 54 km/St.; man hat ihn nach 8 Sek. zum Stehen gebracht. Welche Arbeit? — welche mittlere Leistung haben die Bremsen geleistet?

Antwort: Die Anfangs- und Endgeschwindigkeit ist $c = 54$ km/St. $= 1500$ cm/sec und $v = 0$; der in 8 Sek. durchlaufene Weg s muß, wenn man gleichmäßige Verlangsamung annimmt, den Wert haben

$$s = \frac{c+v}{2} \cdot t = \frac{1500 + 0}{2} \cdot 8 = 6000 \text{ cm.}$$

Die Masse des Zuges ist

$$m = \text{Gewicht/Beschleunigung} = \frac{160\,000\,000 \text{ gr}}{981 \text{ cm/sec}^2} = 163\,100 \text{ grsec}^2\text{/cm.}$$

Die in den Bremsen entwickelte Arbeit ist

$$A = \tfrac{1}{2} mc^2 - \tfrac{1}{2} m0^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 163100 \cdot 1500^2 = 18348 \cdot 10^7 \text{ cmgr.}$$

Der mittlere entwickelte Effekt (Leistung) ist

$$\frac{A}{T} = L = 18348 \cdot 10^7/8 = 22935 \cdot 10^6 \text{ cmgr} =$$

$$= 229350 \text{ mkg in der Sek.} = 3058 \text{ P.S.}$$

43. Ein zylindrischer Block von 100 g Gewicht und von 2 cm Durchmesser hängt an einem 20 cm langen Faden; der

Aufhängepunkt sei Drehmittelpunkt; der Zylinder macht 3 Umdrehungen in der Sek. Welche Arbeit wird in 7 Sek. von dem Block geliefert, wenn bei der angegebenen Geschwindigkeit der Luftdruck 400 gr auf den qm beträgt? (Fig. 2.)

Antwort: Die eine den Zylinder bewegende Kraft ist die Zentrifugalkraft

$$K_1 = m \cdot r\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{P}{g} \cdot r\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 =$$

$$= \frac{100}{981} \cdot 20\left(\frac{2\pi}{\frac{1}{3}}\right)^2 = 243 \text{ Dyn.}$$

C 20cm B K_1 K_2

Fig. 2.

Die zweite wirkende Kraft ist der Luftwiderstand

$$K_2 = \frac{400 \cdot 981}{10000} \times 1^2 \cdot \pi = 123{,}3 \text{ Dyn.}$$

Die Kraft K_1 wirkt senkrecht auf die Bewegungsrichtung des Körpers; diese Kraft trägt nichts bei zur Bewegung; ihre Arbeit ist Null. — Die Kraft K_2 hat dieselbe Richtung wie die Bewegung und wirkt mit der ganzen Kraft. Der in 7 Sek. zurückgelegte Weg ist

$$l = 2\pi \times 20 \times 3 \times 7 = 2640 \text{ cm.}$$

Die ganze geleistete Arbeit ist demnach

$$A = 2640 \times 123{,}3 \text{ cm Dyn} = 325\,454 \text{ Erg} = 0{,}0325 \text{ Joule.}$$

III. Begriff der Temperatur- und Wärmeeinheit.

44. Man leitet Wärme in 1 gr Wasser, das sich in demselben Wärmezustand befindet wie schmelzendes Eis. Um wieviel steigt die Temperatur (Wärmezustand) dieses Gramms Wasser, wenn man ihm 1 Kalorie zuführt?

Antwort: Nach Definition der Kalorie steigt die Temperatur dieses Wassers auf 1 Grad Celsius.

45. Zwei zylindrische Wasserbehälter haben denselben Querschnitt s und sind durch den Boden mit Schlauch und Quetschhahn verbunden. Der erste Behälter ist bis auf 120 cm Höhe mit Wasser von 10^0 gefüllt; der zweite ist bis 30 cm Höhe mit Wasser

von 80° gefüllt. Wenn man den Hahn öffnet, so erfolgt Ausgleich. Wie hoch steht das Wasser und die gemeinsame Temperatur in

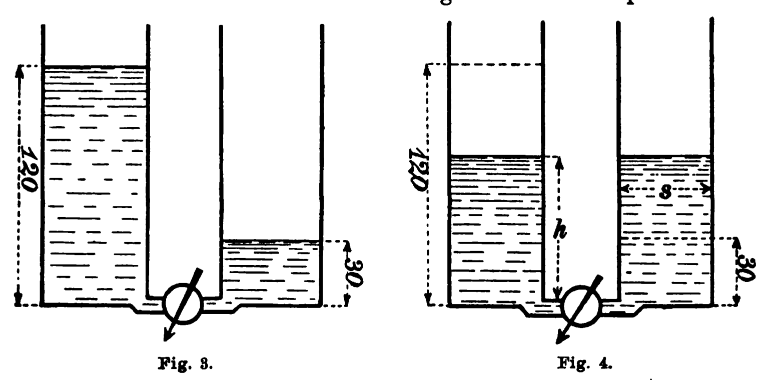


Fig. 3. Fig. 4.

beiden Zylindern, wenn das hydrostatische und das Wärmegleichgewicht hergestellt ist? (Fig. 3 und Fig. 4.)

Antwort: Die Wasserhöhe wird 75 cm. —
Die gemeinschaftliche Temperatur wird

$$T = \frac{(10 \cdot s \cdot 120 + 80 \cdot s \cdot 30) \text{ Kalorien}}{(s \cdot 120 + s \cdot 30) \text{ccm}} = 24^0.$$

46. Es sei eine ähnliche Vorrichtung wie bei Nr. 45 gegeben, aber der Querschnitt des ersten Behälters sei dreimal größer als der des zweiten.

Antwort: Ist s der Querschnitt des kleinen Zylinders, so hat der große den Querschnitt $3s$; ist h die gemeinschaftliche Wasserhöhe, so gilt wegen der Unveränderlichkeit des Wassergehaltes

$$3s \cdot 120 + s \cdot 30 = h(3s + s),$$

woraus folgt, daß $h = 97{,}5$ cm. — Die Endtemperatur wird

$$T = \frac{10 \cdot 3s \cdot 120 + 80 \cdot s \cdot 30}{3s \cdot 120 + s \cdot 30} = 15{,}4^0.$$

47. Bei derselben Anordnung enthalte der erste Zylinder Weingeist (spez. Wärme $c = 0{,}6$); wie hoch stehen Weingeist und Wasser und welche Temperatur haben sie?

Antwort: Nach inniger Mischung wird

$$h = 97{,}5 \text{ cm}; \; — \; T = \frac{10 \cdot 3s \cdot 120 \cdot 0{,}6 + 80 \cdot s \cdot 30 \cdot 1}{3s \cdot 120 + s \cdot 30} = 11{,}70^0.$$

48. Eine Eisenspirale von 300 gr Gewicht ist durch den elektrischen Strom glühend (800^0) gemacht und nachher in ein Quecksilberbad von 4 kg und 10^0 getaucht worden. Welche Temperatur nimmt das Quecksilber (und das Eisen) an?

Antwort: Ist x^0 die gesuchte Temperatur; dann hat sich die Spirale von 800^0 bis x^0 abgekühlt und seine Wärme an das Quecksilber abgegeben. Diese Wärmemenge ist

$$Q_1 = 0{,}112 \times 300(800 - x)\,\text{Kal.}$$

Das Quecksilber hat folgende Wärmemenge aufgenommen:

$$Q_2 = 0{,}0333 \times 4000(x - 10)\,\text{Kal.}$$

Aus diesen beiden gleichwertigen Mengen Q_1 und Q_2

$$0{,}112 \times 300(800 - x) = 0{,}0333 \times 4000(x - 10)$$

ergibt sich die Temperaturerhöhung des Quecksilbers zu

$$x = 169^0.$$

IV. Umformung der Energie.

Grundsätze:

„Die Energie ist unzerstörbar.“

„Durch Umformung der Energie ändert man niemals ihren Wert; nur ihre Form ist veränderlich“.

„Alle Formen der Energie sind gleichwertig.“

A. Umformung mechanischer Energie in mechanische Energie.

49. Man hängt 300 kg an einen gewöhnlichen Flaschenzug, der 6 Rollen hat; am freien Ende des Seiles zieht ein Mann. Welche Arbeit muß der Mann machen, wenn er dieses Gewicht 10 m höher heben will? — Wie groß ist die nötige Kraft? — Wie groß ist der Weg, den die Kraft zurücklegen muß?

Antwort: Die nötige Arbeit ist $A = 300 \times 10 = 3000$ mkg. — Wenn man annimmt, daß der Flaschenzug alle Energie umformt ohne Verlust durch Widerstand, Biegung usw., so muß der Mann auch diese 3000 mkg leisten. Da nun der Flaschenzug 6 Rollen hat, so muß die Kraft des Mannes 6 mal kleiner sein, also $K = 300 : 6 = 50$ kg, und der zugehörige Weg muß 6 mal größer sein, so daß der Weg $s = 6 \cdot 10 = 60$ m sein muß.

50. Durch Anwendung einer Turbine wird ein Wasserfall ausgenützt. Der Fall hat 12 m Höhe und liefert 50 Sekunden-Liter (sec-l). Die Turbine wirkt auf ein Seil, das sich auf ihre 20 cm dicke Achse aufwickelt; die Umlaufszeit dieser Achse ist 4 Sek. Angenommen, die Turbine samt Zwischengliedern beanspruchen keine Arbeit. Wie groß ist dann das maximale Gewicht, welches die Turbine heben kann?

Antwort: Weil die 50 l Wasser 50 kg wiegen, so wird der Wasserfall $A = 50 \times 12 = 600$ mkg an Energie liefern. — Der Angriffspunkt des Seiles an der Rolle macht bei jeder Umdrehung der Rolle den Weg von $2\pi \cdot 10$ cm, so daß in jeder Sek. ein Weg von $\frac{2\pi \cdot 10}{4}$ cm $= 15{,}7$ cm zurückgelegt wird. Das Produkt aus diesem Weg und der größtmöglichen Last P kg ist der Ausdruck der mechanischen Energie, die der Fall liefern kann; also

$$15{,}7 \cdot P \text{ cmkg} = 600 \text{ mkg, oder } 15{,}7 \cdot P \text{ cmkg} = 60\,000 \text{ cmkg.},$$

Woraus folgt, daß

$$P = 3821{,}6 \text{ kg}.$$

51. Durch Ableitung des Wassers eines Flusses erreichte man einen Fall von 65 m mit 1500 sec-l. Dieses Wasser treibt Turbinen (Escher-Wyss, Zürich), die 3 Gruppen Zentrifugalpumpen in Bewegung setzen; jede Gruppe liefert 1000 Minuten-Liter (min-l). Quellwasser. Dieses Quellwasser wird nach einem Leitungsnetz getrieben, das 500 m höher liegt. (Diese Leitung wird durch ein dauernd betriebenes Pumpwerk mit hohem Druck gespeist, so daß kein Wasserbehälter nötig ist.) Wieviel Wasser würde in diese Leitung getrieben, wenn die mechanische Umwandlung sich ohne Verlust machen ließe? (La Chaux-de Fonds.)

Antwort: Die von dem Fall und den Turbinen zugeführte mechanische Energie ist

$$A = 65 \times 1500 \text{ mkg/sec} = 97\,500 \text{ mkg/sec}.$$

Wenn das in die Leitungen kommende, 500 m höher gelegene Wasser den Rauminhalt von v l hat, so muß die nötige mechanische Energie $500 \cdot v$ mkg sein, so daß auch

$$97\,500 = 500 \cdot v$$

erfüllt sein muß. Daher muß das in die Leitung kommende Wasser $v = 195$ sec-l, oder 11 700 min-l betragen.

B. Umformung mechanischer Energie in Wärmeenergie.

52. Wieviel Kal-gr bez. Kal-kg entsprechen 1 Erg, wenn 426 mkg eine Kalorie (kg-Grad) erzeugen können?

Antwort: 1 mkg = $981 \cdot 10^5$ Erg, also 426 mkg = $426 \times 981 \times 10^5$ Erg, und diese Energie erzeugt eine Kalorie. Daraus sieht man, daß 1 Erg folgende Wärmemenge erzeugt:

$$1 \text{ Erg} = \frac{1}{426 \cdot 981 \cdot 10^5} \text{ Kal-kg} = 23{,}93 \cdot 10^{-12} \text{ Kal-kg}.$$

Anderseits ist 1 Kal-gr der tausendste Teil einer Kal-kg; also

$$1 \text{ Erg} = 1000 \cdot 24 \cdot 10^{-12} \text{ Kal-gr} = 24 \cdot 10^{-9} \text{ Kal-gr}.$$

53. Welche Arbeit kann eine Kal-gr erzeugen?

Antwort: Nach 52. ist

$$1 \text{ Kal-gr} = \frac{10^9}{24} = 4{,}18 \cdot 10^7 \text{ Erg} = 4{,}18 \text{ Joule}.$$

54. Wenn man den Eisenkern (3,6 kg) eines Transformators genügend lange Zeit ummagnetisiert, so steigt seine Temperatur von 12^0 auf 35^0. Wieviel mechanische Energie (Arbeit) hat man für diese Magnetisierung verbraucht?

Antwort: Die erzeugte Wärme (Wärmeenergie) ist, wenn man die spezifische Wärme des Eisens zu 0,112 annimmt,

$$Q = 0{,}112 \times 3600(35 - 12) = 9273{,}6 \text{ Kal-gr}.$$

Da 1 Kal-g den $4{,}18 \cdot 10^7$ Erg = 4,18 Joule gleichwertig ist, so muß die Wärmemenge Q eine Arbeit (mechanische Energie)leisten von

$$Q = 9273{,}6 \times 4{,}18 \text{ Joule} = 38673{,}6 \text{ Joule} =$$
$$= 38763{,}6 : 9{,}81 \text{ mkg} = 3951 \text{ mkg}.$$

55. Ein kg Kohle erzeugt beim Verbrennen $76 \cdot 10^5$ Kal-gr; welche Arbeit leistet die Kohle?

Antwort: Die geleistete Arbeit wird

$$76 \cdot 10^5 \times 0{,}418 \cdot 10^8 \text{ Erg} = 3238{,}3 \cdot 10^3 \text{ mkg} =$$
$$= 32383000 \cdot 107 \text{ Erg} = 32383000 \text{ Joule}.$$

56. Ein Strom von 10 Ampère geht in einen elektrischen Ofen und verbraucht dort 4 P.S. mechanische Energie. Wie viele Kal. werden dort in einer Stunde erzeugt? — Wieviel Wasser kann man damit erwärmen, wenn seine Temperatur von 0^0 bis 100^0

steigt? — Wieviel kg Kohlen würden dieselbe Wärme erzeugen? — Wie groß wäre (ungefähr) der Preis für eine Stunde elektrische Energie von 4 P.S.? — Wie groß der Preis der nötigen Kohle?

Antwort: Dem mechanischen Effekt der 4 P.S. während einer Stunde entspricht folgende Arbeit

$$A = 4 \cdot 75 \cdot 3600 = 1080000 \text{ mkg} = 1080000 \cdot 9{,}81 \text{ Joule} =$$
$$= 10594800 \text{ Joule} = 10594800/4{,}18 =$$
$$= 2534641 \text{ Kal-gr} = 2535 \text{ Kal-kg}.$$

Ein kg Wasser braucht 100 Kal-kg, bis seine Temperatur von Null bis 100 Grad gestiegen ist; also würden 2535 Kal-kg 25,35 l Wasser von Null Grad bis zum Siedepunkt bringen.

Nach bekannten Angaben (siehe 55.) gibt 1 kg Kohle 7600000 Kal-gr, so daß für obige Wärme folgende Anzahl kg Kohle nötig sind:

$$2534641 : 7600000 = 0{,}33 \text{ kg Kohle}.$$

Rechnet man die pro Stunde durch Dampf erzeugte P.S. zu 10 cts., und das kg Kohle zu 4 cts., so kommt obige Wärme auf 40 cts. bei Elektrizität, und auf 1,3 cts. bei Kohle.

57. Nehmen wir an, daß die nötige mechanische Energie, um einen Eisenbahnzug aufzuhalten, 4500000 mkg sei. Wieviel Wärme erzeugt diese Arbeit, wenn man annimmt, daß alle Arbeit in Wärme umgewandelt wird?

Antwort: 1 Kal-kg ist gleichwertig mit 426 mkg (mechan. Wärmeäquivalent). Die Wärmemenge, die durch Verbrauch der mechanischen Energie bis zum Anhalten des Zuges erzeugt wird, würde demnach

$$Q = 4500000 : 426 = 10563 \text{ Kal-kg} \quad \text{betragen.}$$

58. Bei gewissen Lochmaschinen verwendet man einen zylindrischen Dorn, der durch Metallplatten gedrückt wird. Der Dorn habe 1,5 cm im Durchmesser und werde durch ein Eisenblech von 3 cm Dicke getrieben. Zu einem Loch brauche man 2 Sekunden, und der von der Lochmaschine kommende Druck sei 10000 kg pro 1 qcm. Wie warm wird der Eisenzylinder, der vom Dorn herausgdrückt wird?

Antwort: Die Druckfläche des Dornes von 1,5 cm Durchmesser ist $\left(\frac{1{,}5}{2}\right)^2 \pi = 1{,}7663$ qcm. Die Kraft auf den Dorn ist das Produkt aus dem Druck auf 1 qcm in die Druckfläche, also

$$1000 \cdot 1{,}7663 = 17663 \text{ kg}.$$

Die geleistete Arbeit ist das Produkt aus der Druckkraft in den zu durchlaufenden Weg von 3 cm und wird demnach

$$17663 \cdot 0{,}03 = 529{,}89 \text{ mkg}.$$

Anderseits erzeugen 426 mkg 1 Kal-kg; daher wird beim Durchschlagen des Bleches die erzeugte Wärme

$$Q_1 = \frac{529{,}89}{426} = 1{,}244 \text{ Kal-kg} = 1244 \text{ Kal-gr}.$$

Diese Wärme wird in der Trennungsfläche zwischen dem ausgestoßenen Zylinder und dem übrigen Teil der Platte erzeugt, so daß der Zylinder die Hälfte der 1244 Kal-gr, d. h 622 Kal-gr erhält, wenn man die Wärmemenge, welche der Dorn entzieht, nicht in Rechnung bringt. Das Gewicht des Zylinders ist $\left(\frac{1{,}5}{2}\right)^2 \cdot \pi \times 3 \times 7{,}5 = 39{,}8$ gr. — Die spezifische Wärme des Eisen ist $c = 0{,}113$; d. h. jedes gr Eisen braucht 0,113 Kal-gr, um seine Temperatur um 1 Grad zu erhöhen. Die 39,8 gr brauchen $39{,}8 \cdot 0{,}113 = 4{,}5$ Kal-gr. — Weil der Zylinder 622 Kal-gr erhalten hat, so muß seine Temperatur um $622/4{,}5 = 138{,}2^0$ höher geworden sein.

59. Eine 5 K.W.-Maschine kann ihre ganze mechanische Energie in Wärmeenergie umwandeln. Wie viele Kal-kg erzeugt diese Maschine in 3 Stunden?

Antwort: Die 5000 Watt leistende Maschine erzeugt 5000 Joule in jeder Sekunde, also erzeugt sie in 3 Stunden oder 10800 Sek. $5000 \cdot 10800 = 54000000$ Joule. Jedes Joule erzeugt 0,24 Kal-gr oder 0,00024 Kal-kg, so daß die mechanische Energie von 54000000 Joule der Wärmemenge von

$$54000000 \cdot 0{,}00024 = 12960 \text{ Kal-kg}$$

entspricht. Damit könnte man 1 cbm Wasser von Null Grad auf $12{,}96^0$ erwärmen, oder 129,6 Liter Eiswasser zum Sieden bringen.

60. Ein großes Dampfschiff („Normannia") hat 72 Feuerstellen und verzehrt täglich im Mittel 252000 kg Kohle. Welcher Arbeit würde das entsprechen, wenn alle Wärmeenergie in mechanische Energie umgewandelt würde?

Antwort: Der stündliche Kohlenverbrauch ist 10500 kg. Ein kg Kohle entwickelt im Mittel 7600 Kal-kg, so daß diese Kohle dem Schiff $7600 \times 10500 = 79800000$ Kal-kg in der

Stunde zuführt. Weil 1 Kal-kg den 426 mkg gleichwertig ist, so muß theoretisch die erzeugte mechanische Energie (Leistung)

$$L = 426 \cdot 79800000 = 33995000000 \text{ mkg in der Stunde} =$$
$$= 9443000 \text{ mkg in der Sek.} = 9443000/75 =$$
$$= 125900 \text{ P.S. sein.}$$

Der tatsächliche Effekt (Leistung) ist bloß 10000 P.S.

61. Um Wasser durch eine Kompressionspumpe Girard auf die Druckhöhe von 35 m zu heben, wendet man eine Dampfmaschine an, welche 144 kg Kohle in der Stunde (oder 1,6 kg für jede Pferdestärke-Stunde) verzehrt. Wieviel Wasser wird in der Höhe von 30 m zur Verfügung stehen, wenn man annimmt, daß in der Dampfmaschine und in der Pumpe kein Verlust sei? (Mailand, via Parcò.)

Antwort: Die 144 kg Kohle geben $144 \cdot 7600 = 1094400$ Kal-kg in der Stunde und sind gleichwertig mit $1094400 \cdot 426 = 466214400$ mkg in der Stunde. Weil diese Energie v l Wasser auf 35 m Höhe heben soll, so muß folgende Beziehung stattfinden:

$$466214400 \text{ mkg} = 35 \cdot v \text{ mkg oder } v = 13320000 \text{ kg}$$

in der Stunde; also sollten 3700 l in der Sek. zur Verfügung stehen.

[In Wirklichkeit sind nur 130 l in der Sek. verfügbar. Man muß also annehmen, daß durch die Pumpe, die Dampfmaschine (Zwischenstücke), Reibung und andere Ursachen ein großer Bruchteil $\left(\frac{29}{30}\right)$ verloren geht.]

62. Zwei Pumpen (Risler-System) werden von zwei Motoren von je 75 P.S. in Bewegung gesetzt; sie heben pro Sekunde 200 l Wasser in eine mittlere Höhe von 35 m. Ist in dieser Vorrichtung alle verfügbare Energie vollständig umgewandelt? (Mailand, Rondò Cagnola.)

Antwort: Die beiden Motore liefern pro Sekunde

$$A_1 = 2 \times 75 \times 75 \text{ mkg} = 11250 \text{ mkg}$$

Wenn man die v l Wasser auf 35 m Höhe hebt, so leistet man die Arbeit $A_2 = 35 \cdot v$ mkg in der Sek., und wenn diese Arbeit der anderen Arbeit gleich sein soll, so muß $35\,v = 11250$ sein, so daß $v = 11250/35 = 321$ sec-l. — Weil nur 200 l in die Höhe gepumpt werden, so müssen 121/321 der Energie anderswohin gelangen.

V. Der Wirkungsgrad.

63. In Wirklichkeit haben die Maschinen des Dampfschiffes „Normannia“ (siehe Nr. 60) nur 10000 P.S. Leistung. Was ist aus den andern 115900 P.S. geworden? — Welchen Wirkungsgrad hat die Maschine? — Wenn man als Wirkungsgrad 15% annimmt, welches ist alsdann der Wirkungsgrad der ganzen maschinellen Einrichtung des Schiffes?

Antwort: Ein Teil der Kohle hat den Dampfkessel und die Maschine erwärmt; ein anderer Teil ist durch den Kamin und das Ablaufwasser entwichen; ein anderer Teil der Leistung ist durch Reibung, Stöße und die Bewegung der Verbindungsteile verbraucht worden. — Der Wirkungsgrad, d. h. das Verhältnis der nutzbringenden Leistung und der verbrauchten Leistung, ist

$$10000 : 125900 = 0{,}08 = 8\,\%.$$

Wenn die Maschinen nur 15% wiedergeben, so ist die theoretische Leistung des Schiffes

$$0{,}15 \cdot 125900 \text{ P.S.} = 18900 \text{ P.S.}$$

Weil die tatsächliche Leistung 10000 P.S. beträgt, so wird der Wirkungsgrad des übrigen Teiles der Einrichtung folgender sein:

$$\varrho = 10000 : 18900 = 0{,}53 = 53\,\%.$$

64. Bei dem Trinkwasserwerk (61.) in Mailand (Via Parcò) kommen nur 130 sec-l zum Verbrauch. Welcher Wirkungsgrad kommt dieser Einrichtung zu?

Antwort:

$$\varrho = 130 : 3700 = 0{,}035 = 3{,}5\,\%.$$

Das Wasserwerk in Rondò Cagnola (62.) hat den Wirkungsgrad

$$\varrho = 200 : 321 = 62\,\%.$$

65. Das Wasserwerk in La Chaux-de-fonds (51.) gibt 3000 min-l. Welches ist sein Wirkungsgrad?

Antwort: Die gelieferte Wassermenge beträgt 3000 min-l oder 50 sec-l, die theoretische Wassermenge ist 195 sec-l, also ist der Wirkungsgrad dieses Wasserwerkes

$$\varrho = \tfrac{50}{195} = 0{,}25 = 25\,\%.$$

66. Der Mann, der am Flaschenzug von 49. arbeitet, kann nicht mit 50 kg auskommen; in Wirklichkeit muß er 65 kg leisten.

Woher kommt diese Mehrarbeit? — Wie groß ist der Wirkungsgrad der Umwandlung bei diesem Flaschenzug?

Antwort: Diese Mehrarbeit wird die Folge der Reibung und der Steifheit des Seiles in den Rollen sein. — Der Wirkungsgrad ist

$$\varrho = 50/65 = 0{,}77 = 77\,\%.$$

67. Die Maschinenfabrik Gebr. Sulzer (Winterthur) baut Ventildampfmaschinen mit dreifacher Expansion, die mit 0,40 kg Kohle 1 P.S.-Stunde, für die Dampfmaschine gerechnet, erzeugen. Wie groß ist ihr Wirkungsgrad?

Antwort: Weil 1 kg Kohle im Mittel 7600 Kal-kg gibt und 1 Kal-kg mit 426 mkg gleichwertig ist, so muß durch die verbrauchten 0,40 kg Kohle in der Stunde die Leistung erzeugt werden

$$L = 0{,}40 \cdot 7600 \text{ Kal-kg in der Stunde} = 3040 \text{ Kal-kg} =$$
$$= 3040 \cdot 426 \text{ mkg in der Stunde} = 1\,295\,040/3600 \text{ mkg}$$
$$\text{in der Stunde} = 4{,}8 \text{ P.S. theoretische Leistung.}$$

Die wirklich erzeugte Leistung ist 1 P.S., so daß der Wirkungsgrad dieser Ventildampfmaschine (Vorrichtung um Wärme in mechanische Leistung umzuwandeln) folgender ist:

$$\varrho = 1 : 4{,}8 = 2{,}208 = 20{,}8\,\%.$$

68. Die elektrische Zahnradbahn Aigle-Leysin (Schweiz) beginnt bei der Stadt Aigle mit 432,6 m Meereshöhe; sie führt nach dem Sanatorium Leysin mit 1387 m Höhe. Die Linie ist 4,73 km lang und wird in 50 Min. ohne Anhalten zurückgelegt. Die elektrische Lokomotive kann höchstens 220 P.S. leisten; sie wiegt 15 900 kg; der mitgeführte große Personenwagen wiegt besetzt 14 000 kg. Während der Bergfahrt hat der Leitungsdraht im Mittel 540 V Spannung; die mittlere Stromstärke beträgt 210 A. Wie groß ist der Energieverlust in Prozenten?

Antwort: Der Zug wiegt 15 900 + 14 000 = 29 900 kg. — Der Höhenunterschied zwischen Aigle nach Leysin beträgt 1387 — 432,6 = 954,4 m. Durch Überwindung dieses Höhenunterschiedes von 954,4 m muß während der 50 Min. Fahrzeit die theoretische Arbeit

$$A_1 = 29\,900 \cdot 954{,}4 = 28\,537\,000 \text{ mkg} = 279\,943\,500 \text{ Joule}$$

geleistet werden.

Andererseits ist die von den beiden elektrischen Motoren in der Lokomotive geleistete Arbeit

$$540 \cdot 210 \, V\text{-}A = 113400 \text{ Watt} = 113400 \text{ Joule in der Sek.}$$

Die in 50 Min. = 3000 Sek. Fahrzeit geleistete Arbeit wird

$$A_2 = 3000 \cdot 113\,400 = 340\,200\,000 \text{ Joule.}$$

Das Verhältnis dieser zwei Arbeitsmengen A_1 und A_2 wird demnach

$$\varrho = \frac{279\,943\,500}{340\,200\,000} = 0{,}82, \quad \text{oder} \quad \varrho = 82\,\%.$$

B. Statische Elektrizität.

I. Die Elektrizität ist eine Menge.

69. Der Konduktor einer Reibungsmaschine hält 0,0025 Coulomb. Wenn man ihn mit einer ungeladenen Metallkugel in Verbindung setzt, um auch dieser Kugel eine Ladung zu geben: welche elektrische Menge enthalten die beiden Kugeln zusammen?

Antwort: 0,0025 Coulomb.

70. Auf der einen von zwei Metallkugeln befinden sich 0,0015 elektrische Einheiten und 0,0057 auf der andern. Welches ist die vorhandene Elektrizitätsmenge, nachdem man beide Kugeln zur Berührung gebracht hat, wenn beide 1) mit gleichnamiger 2) mit ungleichnamiger Elektrizität geladen sind?

Antwort: Im ersten Fall wird nichts zerstört oder ausgeglichen, die Ladung beträgt $Q_1 = 0{,}0072$ Einheiten. — Im andern Falle findet eine teilweise Ausgleichung statt und beträgt die Ladung nur $Q_2 = \pm\, 0{,}0042$ Einheiten.

71. Von den beiden Konduktoren einer Reibungsmaschine enthält der eine 0,00 008 Coulomb positive Elektrizität, der andere 0,00012 Coulomb negative Elektrizität. Welche Menge bleibt auf den beiden, wenn man sie in metallische Verbindung bringt? (Vgl. Nr. 45.)

Antwort: 0,00 004 Coulomb.

72. Drei Körper mit metallischer Oberfläche sind mit $0{,}0123 \times 3 \cdot 10^9$ bez. $0{,}0075 \times 3 \cdot 10^9$ bez. $0{,}0048 \times 3 \cdot 10^9$ Einheiten (E. S. E.) geladen. Wie groß wird die Ladung werden,

wenn man die drei Körper gleichzeitig zur Berührung bringt und der erste Körper entgegengesetzte Ladung trägt wie die beiden andern?

Antwort: Es wird

$$Q = + [0{,}0123 \times 3 \cdot 10^9] - [0{,}0075 \times 3 \cdot 10^9] - $$
$$- [0{,}0048 \times 3 \cdot 10^9] \text{ E. S. E.} = 0.$$

II. Begriff der Mengeneinheit.

73. Zwei kleine Kugeln mit metallischer Oberfläche wiegen je 1 g und sind an zwei dünnen Drähten (gewichtlos) von 490,5 cm Länge so aufgehängt, daß sie sich gerade berühren. Man gibt beiden die gleiche elektrische Ladung, bis sie sich genau um 1 cm entfernen. Wie groß ist die nötige elektrische Ladung? (Fig. 5.)

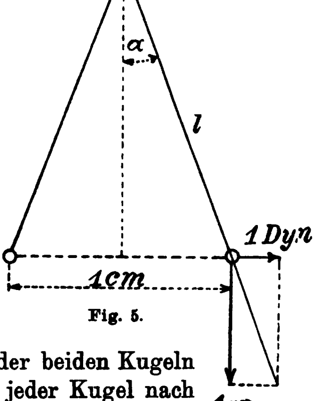


Fig. 5.

Antwort: Die Fäden sind $l =$ 490,5 cm lang; der Mittelpunkt der Kugeln ist um 0,5 cm von der Vertikalen des Aufhängepunktes entfernt, so daß der Winkel $\alpha = 3' 30''$ beträgt, vgl. Fig. 5. Das Gewicht der Kugel von 1 gr = 981 Dyn gibt eine vertikale Kraftkomponente von $x = 981 \cdot \operatorname{tang} 3' 30''$ = 1 Dyn. Weil die horizontale Kraft = 1 Dyn ist, und weil die Entfernung der beiden Kugeln 1 cm beträgt, so muß die Ladung auf jeder Kugel nach Definition eine Einheit der elektrischen Menge sein.

74. Eine Kugel von $R = 9$ km Halbmesser berührt einen der Pole eines Daniellschen Elements (1,079 Volt), dessen anderer Pol zur Erde abgeleitet ist. Welche Elektrizitätsmenge wird diese Kugel aufnehmen können?

Antwort: Die Menge Q ist nach der Gleichung $Q = C \cdot V$ von der Kapazität und von dem Potential abhängig; also kann die Kugel im vorliegenden Fall

$$Q \text{ Mengen-Einheiten} = 900\,000 \text{ cm} \times 1{,}079 \text{ Volt} =$$
$$= 900\,000 \times \frac{1{,}079}{3 \cdot 10^2} \text{ E. S. E.} = 3237 \text{ E. S. E.}$$

oder
$$Q = \frac{3237}{3 \cdot 10^9} \text{ Coulomb} = 1{,}079 = 10^{-6} \text{ Coulomb}$$

aufnehmen.

75. Ein Leiter hat die Kapazität = 0,05 Mikrofarad. Die mit ihm verbundene Reibungselektrisiermaschine gibt Elektrizität von 10 000 Volt. Welche Ladung kann der Leiter aufnehmen?

Antwort:

$$Q = 0{,}05 \cdot 9 \cdot 10^5 \times 10\,000 \cdot \tfrac{1}{300} = 10^6 \times \tfrac{3}{2}\ \text{E. S. E.} =$$
$$= 0{,}0005\ \text{Coulomb.}$$

76. Es sind 1500 Daniellsche Elemente (von je 1,079 Volt) in Reihe geschaltet. Der eine Pol der Batterie ist an die Erde gelegt; die Elektrizität des anderen Poles sei irgendwie abgeleitet. Welche Elektrizitätsmenge wird schließlich die Erde aufgenommen haben?

Antwort: Nach der Beziehung $Q = C \cdot V$ wird die aufgenommene Elektrizitätsmenge, wenn der Erdhalbmesser zu 636,3 $\cdot 10^6$ cm angenommen wird,

$$Q = 636{,}3 \cdot 10^6\ \text{cm} \times 1500 \cdot \frac{1{,}079}{3 \cdot 10^2}\ \text{Volt} = 34324 \cdot 10^5\ \text{E. S. E.}$$

oder

$$Q = \frac{34324 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^9} = 1{,}144\ \text{Coulomb.}$$

77. Eine Kugel von 1 cm Halbmesser wurde mit einem Pol eines Daniellschen Elementes in Berührung gebracht; welche Ladung hat sie aufnehmen können?

Antwort: Das Daniellsche Element hat 1,079 Volt Spannung, oder $\frac{1}{300} \cdot 1{,}079$ E.S.E. Potentialunterschied; also kann die Kugel mit einer Kapazität von 1 cm die Ladung

$$1 \cdot \frac{1{,}079}{3 \cdot 10^2} = 0{,}0036\ \text{E. S. E.}$$

aufnehmen.

III. Begriff der Kapazitätseinheit.

78. Die eine Belegung eines Kondensators ist mit der Erde verbunden; die andere Belegung enthält die Ladung 5400 E. S. E. Der Potentialunterschied der beiden Belegungen ist 15 E. S. E. Wie groß ist die Kapazität des Kondensators?

Antwort: Die Kapazität ist das Verhältnis der Ladung zum Potential, also

$$C = \frac{Q}{V},$$

so daß

$$C = \tfrac{5400}{15} = 360\ \text{E. S. E.}$$

79. Für eine kreisförmige Scheibe, welche gleichmäßig mit Elektrizität belegt ist, findet man $Q = \frac{1}{2} R \cdot V$, worin der Faktor von V die Kapazität genannt wird. Welche Kapazität hat diese Scheibe, wenn das Potential V und die Elektrizitätsmenge Q beide der Einheit gleich sind? Wie groß muß der Halbmesser der Scheibe sein, damit ihre Kapazität 1 E.S.E. gleich sei?

Antwort: Da man in der ersten Frage die Bedingung erfüllt haben will, daß $1 = \frac{1}{2} R \cdot 1$, so muß $C = \frac{1}{2} R$ ebenfalls der Einheit (der Kapazität) gleich sein. — Nach der zweiten Frage soll $1 = \frac{1}{2} R$ sein, demnach $R = 2$ cm, d. h. damit eine kreisförmige, gleichmäßig belegte Scheibe die Kapazität Eins habe, muß ihr Durchmesser 4 cm betragen.

80. Welchen Halbmesser muß eine kreisförmige Scheibe haben, damit ihre Kapazität 1 Farad betrage?

Antwort: Da für eine solche Scheibe $C = \frac{1}{2} R$ ist, so muß $R = 2$ Farad, oder $R = 2 \times 9 \cdot 10^{11}$ E. S. E. = 18 000 000 km sein.

81. Die Kapazität einer Kugel ist ihrem Halbmesser gleich; wie groß muß sonach der Halbmesser einer Kugel sein, damit ihre Kapazität ein Mikrofarad betrage?

Antwort: Nach der genannten Beziehung muß $R = 1$ Mikrofarad $= 9 \cdot 10^5$ E S.E. $= 9 \cdot 10^5$ cm = 9 km sein.

82. Die positive Elektrizität eines Elementes mit $E = 1$ Volt lädt einen leitenden Körper (Kugel, Leydener Flasche, Kondensator), während die negative Elektrizität auf irgendeine Weise abgeleitet wird (Fig. 6). Dieser Leiter (Behälter) kann genau 1 Coulomb positive Elektrizität fassen; wie groß ist daher seine Kapazität?

Antwort: Nach der Definition ist seine Kapazität ein Farad.

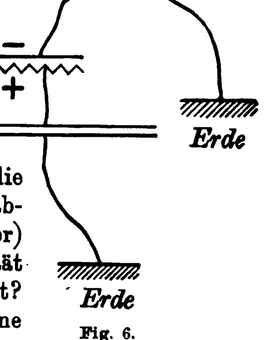


Fig. 6.

83. Eine Leydener Flasche hat 0,01 Mikrofarad Kapazität. Welches Potential (Spannung) hat die Flasche, wenn ihre Ladung genau 1 Coulomb beträgt?

Antwort: Die Kapazität 0,01 Mikrofarad ist gleichwertig mit 0,01 von 0,000001 Farad, also 0,00000001 Farad. — Nach der Definition hat ein Leiter mit 1 Farad Kapazität und mit einer

Ladung von 1 Coulomb den Potentialwert 1 Volt. Wenn also der Leiter z. B. nur $\frac{1}{2}$ Farad Kapazität hat und mit der Ladung 1 Coulomb geladen ist, so muß er das doppelte Potential (Spannung, Niveau), also das Potential von 2 Volt haben. Da die Kapazität der Flasche 0,000000001 Farad beträgt, und in ihr 1 Coulomb aufgespeichert ist, so muß die Ladung das Potential von 100000000 Volt haben.

84. Wie groß ist die Kapazität der Erdkugel?

Antwort: Aus $2\pi R = 4000000000$ cm ergibt sich $R = 6363 \cdot 10^5$ cm. Die Kapazität der Erde ist demnach $C = 6363 \cdot 10^5$ E.S.E. $= \frac{6363 \cdot 10^5}{9 \cdot 10^5}$ Mikrofarad $=$ 707 Mikrofarad $=$ 0,00 071 Farad.

85. Wie groß ist die elektrostatische Kapazität des Mondes?

Antwort: Der Mondhalbmesser beträgt 1787 km; die Kapazität in E. S. E. (die Länge des Mondhalbmessers im cm ausgedrückt) beträgt $C =$ 178 700000 cm $=$ 178 700000 E.S.E. $=$ 198,6 Mikrofarad, also ungefähr 200 Mikrofarad oder 0,0002 Farad.

86. Wie groß muß der Halbmesser einer Kugel sein, deren Kapazität 1 Farad ist?

Antwort: Da einerseits 1 Farad $= 9 \cdot 10^{11}$ E.S.E. $= 9 \cdot 10^{11}$ cm, und andererseits der Radius einer Kugel ihrer Kapazität gleich ist, so muß der Radius $=$ 9 000 000 km sein.

87. Nachdem man 2 geladene Metallkugeln sich berühren ließ, fand man als Ladung 36 E. S. E. für die eine und 3 E. S. E. für die andere. Welches muß also das Verhältnis der Volumina sein?

Antwort: Nach der Berührung müssen beiden Kugeln das gleiche Potential haben; die Ladungen stehen im selben Verhältnis wie ihre Kapazitäten, also auch wie die Halbmesser. Die Volumina verhalten sich wie die dritten Potenzen der Halbmesser, oder wie die Ladungen, also

$$v_1 : v_2 = 36^3 : 3^3 = 1728 : 1.$$

88. Ein Kondensator wurde mit einem Element geladen, dessen elektromotorische Kraft genau 1 Volt war. Bei seiner Entladung gab er $1{,}33 \cdot 10^{-6}$ Coulomb ab. Wie groß war die Kapazität?

Antwort: Da $V = 1$ Volt war, so muß nach der Beziehung $Q = C \cdot V$ die Anzahl der Farad der Anzahl der Coulomb gleich sein; daher ist $C = 1{,}33$ Mikrofarad.

89. Eine Eisenkugel wiegt 32 853 g; durch Berührung mit einem Pol einer Daniell-Batterie erhält sie die Ladung 3 E.S.E. Wie viele Elemente erhält die Batterie?

Antwort: Das spezifische Gewicht des Eisen ist $\delta = 7{,}5$ und die Kugel wiegt 32853 gr; dann muß der Halbmesser 10 cm betragen; die elektrische Kapazität ist also 10 E. S. E. Wenn die Batterie x Elemente à 1 Volt hat, so muß die Ladung der Kugel

$$3\text{ E.S.E.} = 10 \cdot \frac{x}{300}\text{ E.S.E.}$$

sein, so daß die Batterie

$$x = 90$$

Elemente enthält.

IV. Das Gesetz von Coulomb.

90. Von 2 kleinen gleichen Kugeln hat die eine + 24 E.S.E. Ladung, die andere — 8 E.S.E. Mit welcher Kraft ziehen sich die beiden Kugeln an, wenn sie 4 cm Abstand haben?

Antwort: Das Coulombsche Gesetz sagt aus, daß die Anziehungskraft den Mengen proportional und dem Quadrat der Entfernung umgekehrt proportional ist, so daß die Kraft

$$K = \frac{24 \times 8}{4^2}\text{ Dyn} = 12\text{ Dyn}$$

ist.

91. Wenn man diese beiden Kugeln sich berühren läßt und sie nachher wieder um 4 cm entfernt, welche Abstoßungskraft haben sie dann?

Antwort: Bei der Berührung entladen die — 8 Einheiten einen Teil der positiven Ladung, so daß nur 16 Einheiten bleiben. Sie verteilen sich gleichmäßig und laden beide Kugeln mit 8 Einheiten. Die Abstoßungskraft wird nach dem Coulombschen Gesetz

$$K = \frac{8 \times 8}{4^2}\text{ Dyn} = 4\text{ Dyn.}$$

92. Man nehme an, daß zwei gleiche Metallkugeln dieselbe Ladung von 3 Coulomb haben und sich in 1 km Entfernung befinden. Wie groß ist die abstoßende Kraft?

Antwort:

$$K = \frac{3 \cdot 10^9 \times 3 \cdot 10^9}{(10^5)^2}\text{ Dyn} = 9 \cdot 10^8\text{ Dyn.} = 917\text{ kg.}$$

93. Von zwei positiv elektrisch geladenen Metallkugeln enthält die eine M Einheiten, die andere m Einheiten; die Entfernung ihrer Mittelpunkte beträgt a cm. Eine kleine Hollunderkugel ist so zwischen beiden Metallkugeln aufgehängt, daß sie sich keiner nähert. In welchen Entfernungen von den Mittelpunkten der Kugeln muß sich ihr Mittelpunkt befinden? (Fig. 7.)

Antwort: Bezeichnet man die gesuchten Entfernungen mit x und y, so müssen die beiden Gleichungen erfüllt sein

$$x + y = a \quad \text{und} \quad \frac{M}{x^2} = \frac{m}{y^2},$$

Fig. 7.

von denen letztere aussagt, daß die Anziehung nach beiden Seiten gleich stark ist. Durch Auflösung dieser Gleichungen nach x und y findet man

$$x = \frac{aM - a\sqrt{M \cdot m}}{M - m}; \quad y = \frac{-am + a\sqrt{M \cdot m}}{M - m}.$$

94. Wo befindet sich die kleine Kugel (des vorigen Beispiels), wenn diese die positive Ladung μ hat, wenn M positiv und m negativ ist?

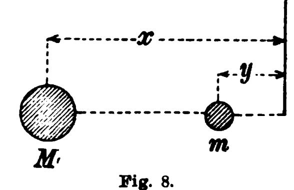


Fig. 8.

Antwort: In diesem Falle muß sich die Kugel außerhalb der beiden Massen M und m befinden, so daß (Fig. 8)

$$x - y = a \quad \text{und} \quad \frac{M}{x^2} = + \frac{m}{y^2}.$$

Die Auflösung dieser Gleichungen ergibt

$$y = \frac{+a}{M - m}\left\{m + \sqrt{mM}\right\};$$

$$x = \frac{+a}{M - m}\left\{M + \sqrt{mM}\right\}.$$

95. Von zwei Kugeln befindet sich die eine über der anderen in der Entfernung von a cm; die obere ist festgehalten und hat eine Ladung $-m$; die untere wiegt p gr und hat eine unbekannte Ladung mx, welche sie dauernd in der Entfernung von a cm erhält. Wie groß ist diese Ladung? (Fig. 9.)

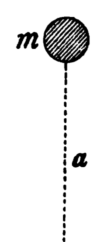


Fig. 9

Antwort: Die Anziehung beider Kugeln erfolgt mit einer Kraft von $\frac{m \cdot xm}{a^2}$ Dyn; die Schwerkraft sucht dieselben zu entfernen mit einer Kraft von $981 \cdot p$ Dyn. Aus der Gleichsetzung beider Kräfte ergibt sich, daß $x = \frac{981 \cdot a^2 \cdot p}{m^2}$ sein muß; also beträgt die gesuchte Ladung $mx = \frac{981 \cdot a^2 \cdot p}{m}$ E. S. E.

Wenn z. B. $a = 2$ cm, $p = \frac{1}{4}$ gr, $m = 0{,}002$ E. S. E., so muß die schwebende Kugel eine Ladung von 490 000 E. S. E. erhalten.

96. Um den Potentialwert der Ladung auf einem Leiter zu finden, berührt man ihn mit einer Metallkugel von 2 cm Durchmesser und mit letzterer ein Elektrometer (Coulombmeter), dessen Ausschlag Q' Einheiten Ladung anzeigt. Wie groß ist demnach der Potentialwert V des großen Leiters?

Antwort: Man kann annehmen, daß die kleine Kugel den elektrischen Zustand des großen Leiters nicht merklich geändert hat, als sie bei der Berührung die Ladung Q' erhielt; sein Potential (elektrischer Zustand) sei V. Weil diese Kugel 1 cm Halbmesser hat, so ist ihre Kapazität 1 E. S. E., so daß die allgemeine Beziehung $Q = C \cdot V$ in $Q' = 1 \cdot V$ oder $V = Q'$ übergeht. Also gibt die Anzahl der Mengeneinheiten Q', welche das Elektrometer anzeigt, auch die Anzahl der Potentialeinheiten des Leiters an.

97. Wenn man eine Einheit der Elektrizitätsmenge von der Erde auf einen positiv geladenen Leiter bringt, so hat man die Arbeit 1 Erg verausgabt. Wie groß ist unter dieser Bedingung der Potentialwert dieser Mengeneinheit?

Antwort: Nach der grundlegenden Beziehung zwischen der Arbeit dieser Ladung und dem Potential des Ortes, an den man diese Ladung bringt, muß das gesuchte Potential den Wert der Einheit haben.

98. Man bringt ein Coulomb positiver Elektrizität von der Erde auf einen positiv geladenen Leiter, bis 1 Joule verbraucht ist. Wie groß muß das Potential dieses Coulomb werden? (Vgl. 21. und 44.)

Antwort: Ein Erg kann ein Coulomb (d. h. $3 \cdot 10^9$ E. S. E. der Menge) auf $\frac{1}{3 \cdot 10^9}$ Einheit des Potentials bringen. Daher kann. ein Joule (d. h. 10^7 Erg) das Coulomb auf den Potentialwert $\frac{10^7}{3 \cdot 10^9} = \frac{1}{300}$ E. S. E., d. h. auf das Potential eines Volt bringen.

99. Um 50 E. S. E. positiver Elektrizitätsmenge auf einen positiv geladenen Leiter bringen zu können, werden 2000 Erg aufgewendet. Um wieviel E. S. E. wird dadurch das Potential des Leiters erhöht?

Antwort: Um $2000:50 = 40$ E. S. E.

100. Man verausgabt 1 Joule, um 0,0005 Coulomb positiver Elektrizität auf einen positiv elektrischen Leiter zu bringen. Auf welche Niveaufläche (äquipotentielle Fläche) kann man diese Ladung bringen, wenn man sie aus dem Unendlichen (oder von der Erdoberfläche) herkommen läßt?

Antwort: Aus der Beziehung, daß die Arbeit (in Joule) gleichwertig ist mit dem Produkt des Potentials (in Volt) in die Menge (in Coulomb), $(A = V \cdot Q)$ folgt

$$V = 1:0{,}0005 = 2000 \text{ Volt.}$$

V. Das Potential.

101. Eine kleine Kugel ist mit 24 E. S. E. geladen. Wie groß ist das Potential in 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm, 7 cm, 8 cm, 10 cm Abstand von der Kugel?

Antwort: $V_1 = \frac{24}{1} = 24$; $V_2 = \frac{24}{2} = 12$; $V_3 = 8$; $V_4 = 6$; $V_5 = 4{,}8$; $V_6 = 4$; $V_8 = 3$; $V_{10} = 2{,}4$ E. S. E.

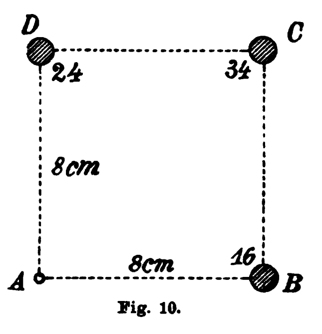


Fig. 10.

102. In den Ecken A, B, C, D eines Quadrates von 8 cm Seitenlänge befinden sich elektrische Ladungen; in $B = 16$ E. S. E.; in $C = 34$ E. S. E.; in $D = 24$ E. S. E. Wie groß ist die Summe der Gegenkräfte zwischen diesen Ladungen und der Einheitsladung in A? (Fig. 10.)

Antwort: Das Potential in A wird

$$V = \frac{16}{8} + \frac{34}{\sqrt{8^2 + 8^2}} + \frac{24}{8} = 8{,}005 \text{ E. S. E.}$$

Die Gegenkraft ist die Resultierende der folgenden Kräfte

$$\frac{16 \cdot 1}{8^2}; \quad \frac{34 \cdot 1}{(\sqrt{8^2 + 8^2})^2}; \quad \frac{24 \cdot 1}{8^2}$$

oder

$$0{,}25; \qquad 0{,}275; \qquad 0{,}375,$$

so daß

$$K = 0{,}9 \text{ Dyn.}$$

103. Auf einem Halbkreis, dessen Radius r cm lang ist, sind 5 positiv geladene Kugeln gleichmäßig verteilt, so daß die Kugeln mit den Massen m_1 und m_5 auf einem Durchmesser liegen. Im Mittelpunkt befindet sich die negativ elektrische Masseneinheit. — Wie groß ist das Potential in diesem Punkte?

Antwort: Aus der Definition des Potentials als algebraische Summe der Quotienten aus Masse und Entfernung ergibt sich

$$V = \frac{1}{r}\{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5\}.$$

104. Wie groß ist im vorigen Falle das Potential? — und wie groß ist die resultierende, auf den Mittelpunkt gerichtete Kraft, wenn alle Massen der Einheit gleich sind? (Fig. 11.)

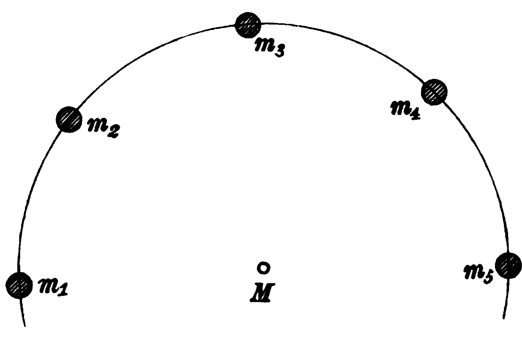


Fig. 11.

Antwort: Das Potential hat den Wert $V = \frac{5}{r}$. — Die Größe der resultierenden Kraft ergibt sich am einfachsten aus der Betrachtung, daß die Masse symmetrisch zu einem Radius liegt. Zwei dieser Kräfte heben sich auf; zwei andere betragen $\frac{1}{r^2}$, liefern aber nur den Betrag $\frac{1}{r^2}\cos 45^0$ in der Richtung des genannten Radius; die dritte Masse wirkt mit ihrem vollen Betrag. Die Resultierende hat somit nach der allgemeinen Formel

$$R = \sqrt{[\Sigma(P_i \cos a_i)]^2 + [\Sigma(P_i \sin a_i)]^2}$$

die Größe

$$R = \sqrt{0 + \left[\frac{1}{r^2}\cdot 0 + \frac{1}{r^2}\sin 45^0 + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^2}\sin 45^0 + \frac{1}{r^2}\cdot 0\right]^2} =$$

$$= \frac{1}{r^2}\{\sin 45^0 + 1 + \sin 45^0\} = 2{,}414 \cdot \frac{1}{r^2}.$$

105. Eine Metallkugel von 30 cm Halbmesser ist mit 10^{-6} Coulomb geladen. Welches sind die Potentialwerte a) im Mittelpunkt, b) in der Entfernung $\frac{1}{2}R = 15$ cm vom Mittelpunkt. c) in der Entfernung $2R = 60$ cm?

Antwort: Für die Kugel gilt allgemein $V = \frac{Q}{R}$; so ist im vorliegenden Fall

$$V_1 = \frac{10^{-6}\text{ Coulomb}}{30\text{ cm}} = \frac{3 \cdot 10^9 \times 10^{-6}}{30}\text{ E. S. E.} = 100\text{ E. S. E.} =$$
$$= 100 \times 3 \cdot 10^2\text{ Volt} = 30\,000\text{ Volt};$$

$V_2 = 30\,000$ Volt $= V_1$, weil das Potential für alle Punkte im Innern denselben Wert hat; und endlich $V_3 = 15\,000$ Volt.

106. Eine Kugel hat 20 cm Halbmesser und ist mit 240 E.S.E. geladen. Wie groß sind die Halbmesser der Kugeln, auf denen das Potential durch ganze Zahlen ausgedrückt ist?

Antwort: Die gesuchten Entfernungen ergeben sich aus der Gleichung $V \cdot R = Q$, wenn man nach und nach für V alle ganzen Zahlen einsetzt. Der größte Potentialwert ergibt sich für $x = R = 20$ cm zu $V = 12$ E.S.E. Die übrigen noch möglichen ganzzahligen Potentialwerte sind sonach 11, 10, 9, ... 2, 1, 0. Die bezüglichen Kugelradien ergeben sich aus $11 = \frac{240}{x_{11}}$; $10 = \frac{240}{x_{10}}$; ...; also zu $x_{11} = 21{,}818$ cm; $x_{10} = 24$ cm; ...; $x_1 = 240$ cm; $x_0 = \infty$.

107. Auf einer geraden Linie, welche durch den Mittelpunkt einer unendlich dünnen Kugelschale geht, befinden sich in den Entfernungen 0, $\frac{1}{2}R$, R, $\frac{3}{2}R$, $\frac{4}{2}R$, .. vom Mittelpunkt Punkte mit der Einheit der Ladung. Die Schale enthält die Ladung Q. Wie groß ist das Potential in jedem dieser Punkte? — und mit welcher Kraft wirkt die Ladung Q auf jeden dieser Punkte?

Antwort: Im Innern der Schale ist das Potential $= \frac{Q}{R} =$ = konstant; vom Punkte $\frac{3}{2}R$ ab sind die Potentialwerte bezüglich $\frac{2}{3}\frac{Q}{R}$, $\frac{2}{4}\frac{Q}{R}$, $\frac{2}{5}\frac{Q}{R}$, ... Die Kraft der gegenseitigen Einwirkung ist Null für alle im Innern gelegenen Punkte; für den äußeren Teil sind sie bezüglich $\frac{4}{9}\frac{Q}{R^2}$, $\frac{4}{16}\frac{Q}{R^2}$, $\frac{4}{25}\frac{Q}{R^2}$, ...

108. Eine mit $6 \cdot 10^{-8}$ Coulomb beladene Kugel von $R_1 = 10$ cm Radius ist von einer Hohlkugel umschlossen, deren Radien $R_2 = 18$ cm

und $R_3 = 22$ cm sind. Wie groß ist das Potential in einem Punkte der Oberfläche der inneren Kugel, wenn das ganze System von der Erde isoliert ist?

Antwort: Infolge der Influenzwirkung müssen (nach Maxwell) die drei Kugelflächen die Ladungen $+Q$, $-Q$, $+Q$ haben; das gesuchte Potential wird demnach den Wert haben

$$V = \frac{Q}{R_1} - \frac{Q}{R_2} + \frac{Q}{R_3} = \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{18} + \frac{1}{22}\right) 6 \cdot 10^{-8} \times 3 \cdot 10^9 \text{E.S.E.} =$$
$$= 16{,}18 \text{ E.S.E.} = 4855 \text{ Volt.}$$

109. Wie groß wird das Potential in der vorigen Aufgabe, wenn die Hohlkugel doppelte Wandstärke und die isolierende Zwischenschicht nur halbe Dicke hat?

Antwort: Da jetzt $Q = 6 \cdot 10^{-8}$ Coulomb; $R_1 = 10$ cm; $R_2 = 14$ cm; $R_3 = 22$ cm, so wird

$$V = \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{14} + \frac{1}{22}\right) 6 \cdot 10^{-8} \text{Coulomb/cm} = \frac{1026}{77} \text{E.S.E.} = 3997 \text{Volt.}$$

110. Wie groß wird das Potential, wenn die Hohlkugel mit der Erde in Verbindung ist?

Antwort: Jetzt ist $V = \frac{Q}{R_1} - \frac{Q}{R_2} + 0$; also $V = 2400$ Volt in 108. und $V = 1543$ Volt in 109.

111. Wie groß ist das Potential in einem Punkt der Innenfläche der Hohlkugel in 109.?

Antwort: Auf einen Punkt dieser Fläche wirkt die Ladung $+Q$ der Kugel R_1, wie wenn diese im Mittelpunkt der Kugel wäre, also wie aus der Entfernung R_2. Die Ladung $-Q$ auf der Kugelfläche R_2 fügt zum Potential den Wert $\frac{-Q}{R_2}$ hinzu; die Ladung $+Q$ der Fläche R_3 gibt $\frac{Q}{R_3}$, so daß das gesamte Potential den Wert erhält

$$V = \frac{Q}{R_2} - \frac{Q}{R_2} + \frac{Q}{R_3} = \frac{Q}{R_3} = \frac{[3 \cdot 10^9 \times 6 \cdot 10^{-8}}{22} \text{ E.S.E.} = 2454 \text{ Volt.}$$

112. Wie groß ist das Potential auf der Außenfläche der Hohlkugel?

Antwort:

$$V = \frac{[Q}{R_3} - \frac{Q}{R_3} + \frac{Q}{R_3} = \frac{Q}{R_3} = 2454 \text{ Volt.}$$

113. Eine Metallkugel von $r = 10$ cm Halbmesser liegt konzentrisch mit einer unendlich dünnen Kugelschale von $R = 12$ cm Radius. Erstere hat eine Ladung von $+Q = 6 \cdot 10^{-8}$ Coulomb, letztere eine solche von $-Q' = 10 \cdot 10^{-8}$ Coulomb. Wie groß sind die Potentiale der Kugeln? (Fig. 12.)

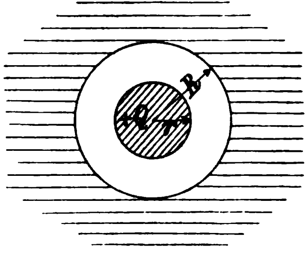


Fig. 12.

Antwort: Für die innere Kugel ist

$$V = \frac{Q}{r} - \frac{Q'}{R} =$$

$$= \left(\frac{6 \cdot 10^{-8}}{10} - \frac{10 \cdot 10^{-8}}{12}\right) \times 3 \cdot 10^{9} \text{ E.S.E.} =$$

$$= -7 \text{ E. S. E.} = -2100 \text{ Volt.}$$

Für die äußere Kugel ist

$$V' = \frac{Q}{R} - \frac{Q'}{R} = \frac{6 \cdot 10^{-8} - 10 \cdot 10^{-8}}{12} \times 3 \cdot 10^{9} \text{ E.S.E.} = 3000 \text{ Volt.}$$

114. Wie groß ist das Potential in einem Punkte der kleineren Fläche, wenn $Q = Q' = 6 \cdot 10^{-8}$ Coulomb? — Wie groß ist die Kapazität?

Antwort: Nach dem vorhergehenden Ergebnis wird

$$V = Q\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) = 3 \text{ E. S. E.} = 900 \text{ Volt.}$$

Die Kapazität wird

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{R \cdot r}{R - r} = 60 \text{ cm.}$$

Die Kapazität der kleinen isolierten Kugel für sich allein ist

$$C = r = 10 \text{ E. S. E. der Kapazität} = 10 \text{ cm.}$$

115. Wie groß ist das Potential in einem Punkte der großen Kugel in 113., wenn $Q = Q' = 6 \cdot 10^{-8}$ Coulomb ist?

Antwort:
$$V' = \frac{Q}{R} - \frac{Q}{R} = 0.$$

116. Wie groß ist das Potential im Mittelpunkt einer Kreislinie von R cm Radius, auf der die Ladung Q verteilt ist?

Antwort: Bezeichnet q die Elektrizitätsmenge, die auf einem Bogenelement liegt, so ist nach der Definition

$$V = \sum\left(\frac{q}{R}\right) = \frac{1}{R}\sum(q) = \frac{Q}{R}.$$

117. Im Mittelpunkt einer Kreisfläche ist die Normale errichtet. Die Kreislinie hat eine Ladung von Q E. S. E. und einen Halbmesser von R cm. Wie groß ist das Potential in einem Punkte A der Normalen, der a cm vom Mittelpunkt entfernt ist? (Fig. 13.)

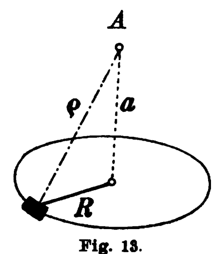


Fig. 13.

Antwort: Wenn q die auf ein Bogenelement entfallende Menge bezeichnet und ϱ den Abstand derselben vom gegebenen Punkt, so ist nach der Definition

$$V = \sum\left(\frac{q}{\varrho}\right) = \frac{1}{\varrho}\sum(q) = \frac{1}{\sqrt{R^2 + a^2}} \cdot Q.$$

118. Der Wert des Potentials im Punkt A von 117. soll ermittelt werden, wenn statt der Kreislinie ein gleichmäßig geladener konzentrischer Kreisring, dessen Radien R_1 und R_2, gegeben ist. (Fig. 14.)

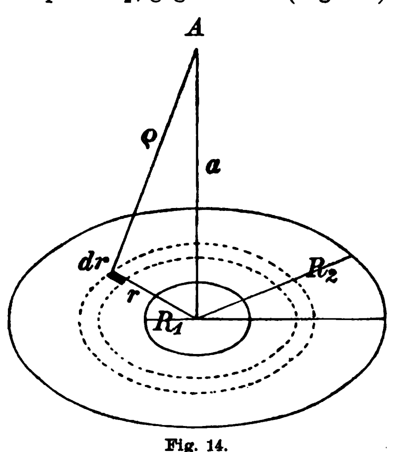


Fig. 14.

Antwort: Es sei e die Dicke der elektrischen Schicht, ferner sei δ die mittlere elektrische Dichte und ϱ die Entfernung der elementaren Elektrizitätsmenge vom Punkt A. Auf einem Element des Kreisringes vom Radius r und der Breite dr befindet sich dann die Elektrizitätsmenge $dQ = 2\pi r \cdot dr \cdot e \cdot \delta$, so daß der Wert des von ihr erzeugten Potentials $dV = \frac{dQ}{\varrho}$ wird. Das gesuchte Potential aber hat den endlichen Wert

$$V = \int_{R_1}^{R_2} \frac{2\pi e \cdot \delta \cdot r \cdot dr}{\sqrt{a^2 + r^2}} = 2\pi e\delta \left| \sqrt{r^2 + a^2} \right|_{R_1}^{R_2} =$$

$$= \frac{2Q}{R_2^2 - R_1^2}\left\{\sqrt{R_2^2 + a^2} - \sqrt{R_1^2 + a^2}\right\}.$$

119. Wie groß ist das Potential im Mittelpunkt eines kreisförmigen Ringes, dessen Radien r und R sind, und auf dem die Menge Q gleichmäßig verteilt ist?

Antwort: Als besonderer Fall von 118. findet man

$$V = 2Q \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_2^2 - R_1^2} = \frac{2Q}{R_2 + R_1}.$$

120. Eine Kreisfläche von R *cm* Radius hat eine Ladung von Q E. S. E. Ein Punkt liegt auf der im Mittelpunkt errichteten Flächennormale im Abstand a vom Mittelpunkt. Wie groß ist das Potential in diesem Punkte, wenn die elektrische Dichte auf der Fläche als konstant angesehen wird?

Antwort: Als besonderer Fall von 118. ergibt sich für $R_1 = 0$ und $R_2 = R$, daß

$$V = \frac{2Q}{R^2}\left\{\sqrt{R^2 + a^2} - a\right\}.$$

121. Wie groß ist das Potential im Mittelpunkt eines Kreises, dessen Radius R cm beträgt und dessen Ladung Q gleichförmig verteilt ist?

Antwort: Aus 120. für $a = 0$, ergibt sich

$$V = \frac{2Q}{R}.$$

122. Wie groß ist das Potential in irgendeinem Punkte einer Kreisfläche bei gleichmäßiger Verteilung der Ladung?

Antwort: Dasselbe wie für den Mittelpunkt.

123. Wie groß ist das Potential in irgendeinem Punkte einer Kreisfläche mit dem Radius R und der Ladung Q?

Antwort: Verschieden von 122., wenn die Ladung nicht gleichmäßig verteilt ist. In diesem Fall hat Clausius (Pogg. Ann. LXXXVI, 1852, S. 170) angegeben

$$V = \frac{\pi Q}{2R}.$$

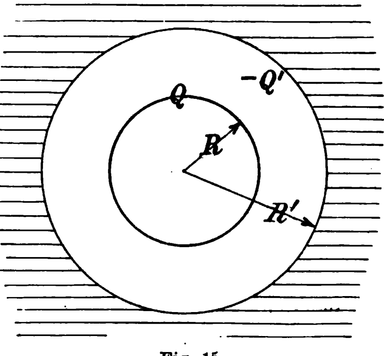


Fig. 15.

124. Wie groß ist das Potential in einem Punkte eines Kreises vom Radius R und von der Ladung Q, wenn er von einer unendlich großen Fläche mit Ladung $-Q'$ umgeben ist, aus der ein konzentrischer Kreis vom Radius R' ausgeschnitten wurde? (Fig. 15.)

Antwort: Das Potential besteht aus zwei Teilen; der erste rührt vom inneren Kreise her und beträgt $\frac{Q}{R}$; der zweite rührt von der unendlichen Fläche her und beträgt $-\frac{Q'}{R'}$, so daß

$$V = \frac{Q}{R} - \frac{Q'}{R'}.$$

125. Eine zylindrische Fläche habe den Radius R, die Länge l und die Ladung Q. Wie groß ist das Potential in einem Punkte der Achse, wenn man voraussetzt, es sei l sehr groß im Vergleich zu R? (Fig. 16.)

Antwort: Für einen sehr lang gestreckten Zylinder läßt sich zunächst annehmen, daß die Dichte überall dieselbe sei.

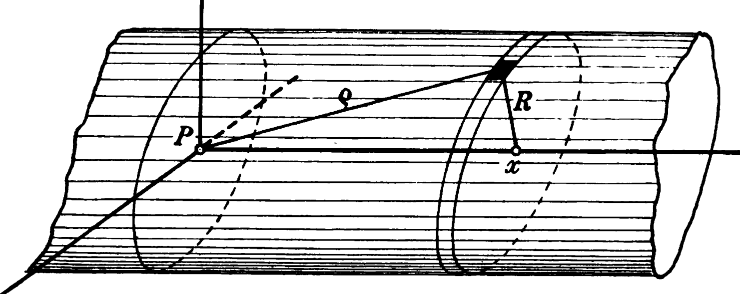


Fig. 16.

Es sei P der Punkt, für welchen wir das Potential suchen, und die Zylinderachse sei zugleich die X-Achse. Dann läßt sich die Elektrizitätsmenge auf einem in der Entfernung x von P gelegenen Zylinderelement ausdrücken durch

$$dQ = \delta \cdot 2\pi R \cdot dx.$$

Das Potential dieses Elementes wird

$$dV = \frac{dQ}{\varrho} = \frac{\delta \cdot 2\pi R \cdot dx}{\sqrt{R^2 + x^2}}.$$

Durch Integration längs der Achse X von $x = -\frac{l}{2}$ bis $x = +\frac{l}{2}$ ergibt sich das gesuchte Potential wie folgt:

$$V = 2\pi R\delta \int\limits_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{dx}{\sqrt{x^2+R^2}} = 2\pi R\delta \cdot 2 \left| \log\text{nat}\left(x+\sqrt{x^2+R^2}\right) \right|_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} =$$

$$= \frac{2Q}{l} \cdot \log\text{nat} \frac{l+\sqrt{l^2+4R^2}}{2R},$$

oder, wenn man beachtet, daß l sehr groß im Vergleich zu R,

$$V = \frac{2Q}{l} \log\text{nat} \frac{l}{R}.$$

Wenn man diesen Ausdruck in folgender Form schreibt:

$$V = \frac{Q}{\dfrac{1}{2\log\text{nat}\frac{l}{R}} \cdot l},$$

so erkennt man, daß der Potentialwert eines Punktes der Zylinderachse denselben Wert hat, wie wenn die ganze Ladung in der Entfernung $\dfrac{1}{2\log\text{nat}\frac{l}{R}}\, l$ gelegen wäre.

126. Ein Metallzylinder ist von einer unendlich großen, zylindrisch ausgehöhlten, konzentrisch zu ihm liegenden Metallmasse umgeben. Die Radien sind r und R, die Ladungen Q und $-Q'$, die gemeinschaftliche Länge l. Wie groß ist das Potential in einem Punkte des inneren Zylinders? (Fig. 17.)

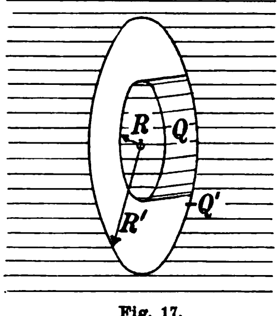


Fig. 17.

Antwort: Die Ladungen Q und $-Q'$ befinden sich auf leitenden Massen; sie begeben sich daher an die Oberflächen dieser letzteren. Mit Benutzung von 125. wird demnach das Potential

$$V = \frac{2Q}{l} \log\text{nat} \frac{l}{r} - \frac{2Q'}{l} \log\text{nat} \frac{l}{R}.$$

Wenn insbesondere $Q = -Q'$ ist, so wird

$$V = \frac{2Q}{l} \log\text{nat} \frac{R}{r} = Q \cdot \frac{2 \log\text{com} \frac{R}{r}}{0{,}4343\, l}.$$

Die elektrostatische Kapazität dieses Systems ergibt sich aus letzterem Wert und der Beziehung $Q = C \cdot V$ als

$$C = \frac{0{,}4343\, l}{2 \log \text{com} \frac{R}{r}},$$

wenn Luft das zwischen beiden Körpern liegende Mittel ist.

Wenn das zwischenliegende Mittel den spezifischen Induktionskoeffizienten (dielektrische Konstante) k hat, so wird allgemein

$$C = \frac{0{,}4343\, k l}{2 \log \text{com} \frac{R}{r}}.$$

127. Wenn man dieselben Annahmen macht wie bei 126., wie groß wird das Potential in einem Punkt des Zylindermantels vom Radius R', wenn a) $Q \gtrless Q'$, und b) $Q' = Q$?

Antwort: Der innere Zylinder erzeugt im genannten Punkt das Potential

$$V_1' = \frac{2Q}{l} \cdot \log \text{nat} \frac{l}{R'},$$

der äußere Zylinder das Potential

$$V_2' = \frac{2Q'}{l} \cdot \log \text{nat} \frac{l}{R'}.$$

Das Potential für den Wert $Q \gtrless Q'$ wird somit

$$V' = V_1' - V_2' = (Q - Q') \frac{2}{l} \cdot \log \text{nat} \frac{l}{R'}.$$

Für die Werte $Q = Q'$ findet man

$$V' = 0.$$

128. Ein Kabel mit Metallhülle liegt auf der Erde; seine Länge beträgt 120 km, die Seele hat 0,9 cm Durchmesser, die isolierende Hülle hat eine Dicke von $e = 0{,}6$ cm. Wenn die Seele mit 0,0625 Coulomb geladen wird und die isolierende Hülle denselben spezifischen Induktionskoeffizienten hat wie die Luft, wie groß ist dann das Potential in einem Punkte der Seele?

Antwort: Nach 126. wird $r = 0{,}45$ cm; $R = 1{,}05$ cm; $l = 12\,000\,000$ cm; $Q = Q' = 0{,}0625$ Coulomb $= 1875 \cdot 10^5$ E. S. E. Daraus ergibt sich

$$V = 1875 \cdot 10^5 \times \frac{2 \log \text{com} \cdot \frac{1{,}05}{0{,}45}}{0{,}4343 \times 12 \cdot 10^6} = 26{,}5 \text{ Volt}.$$

129. Zwei Konduktoren haben ungleiche Kapazitäten C_1 und C_2 und auch ungleiche Ladungen Q_1 und Q_2. Man hält die Konduktoren genügend weit voneinander entfernt und verbindet sie durch einen langen dünnen Draht. Welche Ladungen nehmen die Konduktoren an? — Wie groß ist das sich ergebende Potential?

Antwort: Wenn man das gemeinschaftliche Potential mit V und die gesuchten Ladungen mit Q_1' und Q_2' bezeichnet, so muß

$$Q_1' = C_1 V \quad \text{und} \quad Q_2' = C_2 V$$

sein, weil die Kapazität sich nicht ändert, und

$$Q_1' + Q_2' = Q_1 + Q_2,$$

weil die gesamte Elektrizitätsmenge sich nicht ändern kann. Indem man aus den beiden ersten Gleichungen V und dann mit Hilfe der dritten Gleichung einmal Q_2' und einmal Q_1' eliminiert, ergibt sich

$$Q_1' = \frac{C_1(Q_1 + Q_2)}{C_1 + C_2} \quad \text{und} \quad Q_2' = \frac{C_2(Q_1 + Q_2)}{C_1 + C_2}.$$

Aus der ersten Gleichung folgt dann

$$V = \frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2}.$$

130. Zwei Kugeln mit den Radien 5 cm und 8 cm sind beide vor ihrer gegenseitigen Berührung mit $0{,}0039 \times 3 \cdot 10^9$ E. S. E. geladen. Wie groß ist die Ladung jeder derselben nach ihrer Berührung?

Antwort: Da die Kapazität einer Kugel ihrem Radius gleich ist, so ergibt sich nach 129. ohne weiteres

$$Q_1' = \frac{5 \times 0{,}0078 \times 3 \cdot 10^9}{5 + 8} \text{ E. S. E.} = 0{,}003 \times 3 \cdot 10^9 \text{ E. S. E.} = 0{,}003 \text{ Coulomb.}$$

$$Q_2' = 0{,}0048 \times 3 \cdot 10^9 \text{ E. S. E.} = 0{,}0048 \text{ Coulomb.}$$

131. Man gibt einer Kugel von 9 cm Durchmesser eine beliebige Ladung Q und will davon $0{,}01\ Q$ wegnehmen können. Wie groß muß der Radius der Kugel sein, die durch bloße Berührung das Verlangte leistet?

Antwort: Ursprünglich hat die erste Kugel die Ladung Q_1 und die zweite Kugel $Q_2 = 0$. Sie sollen nach ihrer Berührung bzw. die Ladungen $Q_1' = 0{,}99\ Q_1$ und $Q_2^1 = 0{,}01\ Q_1$ haben. Da

die Kapazitäten $C_1 = 9$ und $C_2 = x$ sind, so ergibt 129. die Beziehung

$$Q_2' = \frac{C_2(Q_1 + Q_2)}{C_1 + C_2}, \quad \text{also} \quad 0{,}01\,Q_2 = \frac{x(Q_1 + 0)}{9 + x},$$

woraus

$$x = \tfrac{1}{11}\ \text{cm}.$$

132. Zwei Kugeln von 2 cm und 9 cm Radius sind weit voneinander entfernt, aber durch einen leitenden Draht in Verbindung. Das gemeinschaftliche Potential ist 50 E. S. E., während vor der Verbindung die kleinere Kugel auf dem Potential $\frac{20}{3}$ E. S. E. war. Welche Ladung muß jede der Kugeln vor der Verbindung gehabt haben?

Antwort: Da allgemein $V = \dfrac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2}$, sowie $Q_1 = C_1 \cdot V_1$ sein muß, so ergibt sich durch Einsetzung der Zahlenwerte

$$50 = \frac{Q_1 + Q_2}{2 + 9}, \quad \text{und} \quad Q_1 = 2 \cdot \tfrac{20}{3}\ \text{E. S. E.} = 13{,}33\ \text{E. S. E.}$$

Somit ist

$$Q_2 = 536{,}66\ \text{E. S. E.}$$

133. Um die Kapazität eines Konduktors zu bestimmen, hat man eine Kugel vom Radius R cm mit dem Pol einer konstanten Batterie von V_0 Volt in Berührung gebracht und darauf den Konduktor mit dieser Kugel berührt. Das Potential fiel dabei auf den Wert V Volt. Wie ergibt sich hieraus die Kapazität C_2 des Konduktors?

Antwort: Durch Ladung mit der Batterie erhielt die Kugel die Elektrizitätsmenge $Q_0 = C_0 \cdot V_0 = R \cdot V_0$ Coulomb. Nach der Verbindung mit dem Konduktor blieben ihr noch $Q_1 = R\,V$ Coulomb, so daß der Konduktor die Menge

$$Q_2 = Q_0 - Q_1 = R(V_0 - V)\ \text{Coulomb}$$

erhielt.

Die Kugel und der Konduktor hatten nach der Berührung dasselbe Potential, daher muß $Q_2 = C_2 \cdot V$ geworden sein, woraus

$$C_2 = \frac{Q_2}{V} = \frac{R(V_0 - V)}{V}\ \text{Farad.}$$

134. Ein Leiter, der frei in der Luft schweben kann, hat die Ladung von 2 E. S. E. positiver Elektrizität und wird aus dem Unendlichen auf einen positiv geladenen Körper übergeführt, wofür

3 Erg verbraucht werden. Welches Potential muß der letztere Körper gehabt haben?

Antwort: Man weiß, daß zur Überführung der Einheit der Elektrizitätsmenge aus dem Unendlichen bis zu dem geladenen Körper ebensoviel Potentialeinheiten des geladenen Körpers wie Arbeitseinheiten nötig sind, so daß

$$2 \times V = 3 \text{ E.S.E.}$$

sein müssen. Daher ist

$$V = \tfrac{3}{2} \text{ E.S.E.} = \tfrac{3}{2} \cdot 300 \text{ Volt} = 450 \text{ Volt.}$$

VI. Elektrisches Feld. — Kraftlinien.

135. Eine Metallkugel ist elektrisch geladen. Wie findet man die von einem bestimmten Punkt derselben ausgehende Kraftlinie?

Antwort: Da die Kraftlinien auf dem Niveauflächenelement senkrecht stehen, so ist die Verlängerung des zu dem gegebenen Punkt gehörenden Halbmessers die gesuchte Kraftlinie.

136. Auf ein Rotationsellipsoid wurde eine gewisse Menge Elektrizität gebracht; man soll den Anfang der Kraftlinie zeichnen, die einem gegebenen Punkt der Oberfläche entspricht.

Antwort: Die Aufgabe wird gelöst durch Zeichnen des Linienelements, das in jenem Punkte auf der Oberfläche senkrecht steht. Diese Senkrechte ist aber zugleich Halbierungslinie des Winkels, den die beiden Leitstrahlen des Punktes bilden.

137. In einem großen Behälter befindet sich eine sehr leichtflüssige und nichtleitende Flüssigkeit. Mitten in ihr steht ein Metallzylinder von elliptischem Querschnitt, dessen Achse zur Flüssigkeitsoberfläche senkrecht steht. Dieser Zylinder bleibt immer positiv geladen. Wenn man nun die Oberfläche der Flüssigkeit mit sehr leichten, leitenden Körperchen bestreut, welche Kurven werden dann diese Körperchen beschreiben, wenn sie vorher den Zylinder berührt hatten?

Antwort: Die gesuchten Linien sind Kraftlinien und bilden in ihrer Gesamtheit ein Büschel konfokaler Hyperbeln.

VII. Elektrische Dichte.

138. Eine Metallkugel von 10 cm Radius ist mit $Q = 160$ E.S.E. geladen; wie groß ist die elektrische Dichte an der Oberfläche? — Wie groß im Zentrum?

Antwort: Nach der Definition der Dichte ist diese

$$\delta = \frac{Q}{F} = \frac{160}{4\pi 10^2} = 0{,}12$$

für die Oberfläche. — Sie ist Null im Mittelpunkt einer Metallkugel, weil alle Elektrizität nach der Oberfläche geht.

139. Wie groß ist die elektrische Dichte an der Oberfläche einer Kugel (siehe Nr. 89), die 32 853 g wiegt und 3 E. S. E. Ladung hat?

Antwort: $\delta = \frac{3}{4 \cdot 100 \cdot \pi} = 0{,}00\,239.$

140. Wie groß ist die elektrische Dichte an der Oberfläche einer Kugel von $R = 5$ cm Radius, wenn die Elektrizität eine Spannung von 18 850 Volt hat?

Antwort: Durch Umformung des Ausdruckes für die Dichte erhält man nach und nach

$$\delta = \frac{Q}{F} = \frac{C \cdot V}{F} = \frac{R \cdot V}{F} = \frac{R \cdot V}{4\pi R^2} = \frac{V}{4\pi R} = \frac{18850}{4\pi 5 \times 3 \cdot 10^2} = 1 \text{ E.S.E.}$$

141. Man lädt eine metallene Kugel von 14 cm Radius, bis ihre elektrische Dichte 10 beträgt. Wie groß muß die nötige elektrische Menge sein?

Antwort: Die nötige Ladung ist

$$Q = 4\pi 14^2 \cdot 10 \text{ E. S. E.} = 24\,630 \text{ E. S. E.}$$

142. H. Baille hat 11 als maximale elektrische Dichte gefunden. Wie groß ist darnach die Ladung und wie groß das Potential einer Kugel von 5 cm Radius?

Antwort:

$$Q = \delta \cdot S = 11 \times 4\pi 5^2 = 3456 \text{ E.S.E.} = 1{,}152 \cdot 10^{-6} \text{ Coulomb.}$$

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{R} = \frac{3456}{5} = 691{,}2 \text{ E. S. E.} = 691{,}2 \times 300 \text{ Volt} =$$

$$= 207\,370 \text{ Volt.}$$

143. Zwei Kugeln haben die Radien R_1 cm und R_2 cm und eine Gesamtladung von Q Coulomb. Wie groß ist die elektrische Dichte auf jeder derselben, wenn sie zur Berührung gebracht werden?

Antwort: Sind Q_1 und Q_2 die Ladungen der Kugeln vor der Berührung, so muß sein

$$Q_1 + Q_2 = Q; \quad Q_1 = R_1 V; \quad Q_2 = R_2 V,$$

wobei V das gemeinschaftliche Potential bezeichnet. Durch Elimination von V findet man, daß

$$Q_1 = Q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{und} \quad Q_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot Q .$$

Die gesuchten Dichten sind diesen Ladungen proportional und den Oberflächen umgekehrt proportional, so daß

$$\delta_1 = \frac{Q_1}{4\pi R_1^2} = \frac{Q}{4\pi R_1 (R_1 + R_2)}; \quad \delta_2 = \frac{Q_2}{4\pi R_2^2} = \frac{Q}{4\pi R_2 (R_1 + R_2)} .$$

144. Der Radius einer Kugel ist 10 cm; sie hat 6284 E.S.E. Ladung. Man verbindet sie durch einen langen, dünnen Draht mit einer Kugel, deren Radius 15 cm beträgt. Man hebe die Verbindung auf und bestimme die Ladung und die Dichte der beiden Kugeln.

Antwort: Die Ladungen sind

$$Q' = 6284 \cdot \tfrac{10}{25} = 2513{,}6 \text{ E. S. E.} \quad \text{und} \quad Q'' = 3770{,}4 \text{ E. S. E.}$$

Die Dichten sind

$$\delta_1 = \frac{1}{10} \cdot \frac{6284}{4\pi(10 + 15)} = 2; \quad \delta_2 = 1{,}33.$$

145. In welchem Verhältnis stehen die elektrischen Dichten zweier Kugeln, deren Radien sich wie 1 : 20 verhalten; und die zur Berührung gebracht werden?

Antwort: Nach 143. ist

$$\delta : \delta_2 = 20 : 1 .$$

146. Wie groß muß die elektrische Dichte in einem Punkte x_1, y_1 einer Ellipse sein, deren Halbachsen die Längen a und b haben und die mit Q E. S. E. geladen ist?

Antwort: Nach Clausius (Pogg. Ann., Bd. LXXXVI, S. 167) ist

$$\delta = \frac{Q}{2ab\pi} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x_1^2}{a^2} - \frac{y_1^2}{b^2}}} = \frac{Q}{2\pi\sqrt{a^2 b^2 - (b^2 x_1^2 + a^2 y_1^2)}} .$$

147. Welche elektrische Dichte muß ein Punkt haben, der a cm vom Mittelpunkt eines Kreises mit R cm Halbmesser und Q Einheiten Ladung entfernt ist?

Antwort: Wenn man den Kreis als Ellipse mit gleichen Achsen ansieht und $x^2 + y^2$ mit a^2 bezeichnet, so ergibt 146.

$$\delta = \frac{Q}{2\pi R\sqrt{R^2 - a^2}} = \frac{Q}{2\pi R^2 \sqrt{1 - \frac{a^2}{R^2}}} .$$

VIII. Kugelkondensatoren.

148. Der Konduktor einer Reibungselektrisiermaschine, welche Elektrizität von 1000 Volt Spannung erzeugt, ist durch einen dünnen Draht mit einer entfernt gelegenen Kugel von 2 cm Radius verbunden. Diese Kugel ist konzentrisch von einer zweiten umgeben, deren Radius 4 cm beträgt. Wie groß ist die Kapazität der kleineren Kugel, wenn sie ein Teil des Kondensators ist, verglichen mit der Kapazität derselben Kugel, wenn sie nicht Teil des Kondensators ist, und wenn sie im ersteren Fall eine Ladung von $Q = 4{,}44 \cdot 10^{-9}$ Coulomb aufnehmen kann? (Fig. 18.)

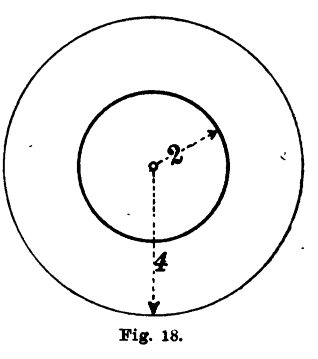


Fig. 18.

Antwort: Die Kapazität der kleineren Kugel ohne Hülle ist ihrem Radius gleich und beträgt demnach

$$C_1 = 2 \text{ cm} = 2 \text{ E. S. E.} = \frac{2}{9 \cdot 10^5} \text{ Mikrofarad.}$$

Die Kapazität derselben Kugel als Teil des Kondensators ergibt sich aus der Beziehung $Q = C_2 \cdot V$ und wird demnach

$$C_2 = \frac{Q}{V} = \frac{4{,}44}{10^9} \text{ Coulomb} \times \frac{1}{10^3 \text{ Volt}} =$$

$$= \frac{4{,}44 \times 3 \cdot 10^9}{10^9} \times \frac{3 \cdot 10^2}{10^3} \text{ E. S. E.} = 4 \text{ E. S. E.}$$

Das gesuchte Verhältnis beider Kapazitäten ist somit

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{4}{2} = 2.$$

149. Wie groß ist in 148. das Verhältnis der beiden Elektrizitätsmengen, die nötig sind, um beide Male dieselbe Kugel auf dasselbe Potential von 100 000 Volt zu laden?

Antwort: Im ersten Fall ist $Q_1 = C_1 \cdot V$; im andern $Q_2 = C_2 \cdot V$. Somit verhalten sich die nötigen Mengen wie ihre Kapazitäten, also ist

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{2}.$$

150. Zwei konzentrische Kugeln haben 5 cm und 6 cm große Radien. Wie groß ist die elektrostatische Kapazität derselben als Kondensator? — Wie groß ist die Kapazität der kleineren Kugel für sich allein?

Antwort: Das Potential des Systems beider Kugeln ist

$$V = \frac{Q}{r} - \frac{Q}{R} = Q \cdot \frac{R - r}{rR}.$$

Nach $Q = C \cdot V$ ist die Kapazität des Systems

$$C = \frac{R \cdot r}{R - r} = \frac{5 \cdot 6}{6 - 5} \text{ cm} = 30 \text{ cm}.$$

Die Kapazität der kleinen Kugel ist gleich ihrem Radius, also 5 cm.

151. Zwei konzentrische Kugeln haben die kleine Entfernung von d cm; der mittlere Halbmesser der Kugelschale ist ϱ cm. Man finde angenähert den Ausdruck für die Kapazität dieses Kondensators!

Antwort: Die Formel in 150. wird einfacher, weil $(R - r) = d$ und $R = r = \varrho$ wird, so daß

$$C = \frac{\varrho^2}{d}.$$

Wenn das zwischenliegende Mittel die spezifische induktive Kapazität k hat, so wird allgemeiner

$$C = k\frac{\varrho^2}{d}.$$

Wenn man diesen Bruch mit 4π erweitert, so steht im Zähler $4\pi\varrho^2$, der Ausdruck für die Oberfläche F, so daß

$$C = \frac{kF}{4\pi d}.$$

152. Man bestimme die kondensierende Kraft, d. h. das Verhältnis der Kapazitäten einer Kugelfläche von $R_1 = 10$ cm Radius, wenn sie einmal von einer Kugelschale mit Radius $R_2 = 12$ cm, ein andermal von einer unendlich großen Kugelschale konzentrisch umgeben ist?

Antwort: Das Potential der inneren Fläche ist nach 150. $V = \frac{Q}{R_1} - \frac{Q}{R_2}$, und allgemein $V = \frac{Q}{C}$, so daß die Kapazität die Werte

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}, \quad \text{bez.} \quad C' = \frac{R_1}{1 - \frac{R_1}{\infty}} = R_1$$

annimmt, je nachdem R_2 endlich oder unendlich groß ist. Das gesuchte Verhältnis ist

$$\frac{C}{C'} = \frac{R_2}{R_2 - R_1} = \frac{12}{12 - 10} = 6.$$

153. Wie groß muß die Dicke der isolierenden Luftschicht eines Kugelkondensators von $R_1 = 10$ cm Radius sein, damit die kondensierende Kraft $n = 100$ sei?

Antwort: Nach 152. muß $n = \frac{R_2}{R_2 - R_1}$ und also

$$R_2 = \frac{n R_1}{n - 1} = \frac{1\,00}{99} \text{ cm} = 10{,}10101 \text{ cm}$$

sein. Die gesuchte Dicke wird

$$R_2 - R_1 = 10{,}10101 - 10 = 0{,}10101 \text{ cm}.$$

154. Man bläst eine Glaskugel von 12 cm Durchmesser und gleichmäßiger Glasdicke von 0,004 cm; dann schlägt man auf beiden Seiten eine Silberschicht nieder. Wie groß ist die Kapazität dieses Kondensators, wenn der spezifische Induktionskoeffizient für Glas $k = 2{,}4$ beträgt?

Antwort: Es wird nach 152.

$$C = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \cdot k = \frac{6 \cdot 6{,}004}{6{,}004 - 6} \cdot 2{,}4 = 21\,614{,}4 \text{ E.S.E.} =$$

$$= \frac{21\,614{,}4}{9 \cdot 10^{11}} \text{ Farad} = \frac{21\,614{,}4}{9 \cdot 10^{5}} \text{ Mikrofarad} = 0{,}02\,401 \text{ Mikrofarad.}$$

IX. Zylinderkondensatoren.

155. Man suche den allgemeinen Ausdruck für die Kapazität eines zylindrischen Kondensators, wenn er l cm Länge, R und r cm Halbmesser und die spezifische induktive Kapazität k besitzt.

Antwort: Man hat für jeden Leiter die Beziehung $Q = CV$, und nach 126. gilt für einen hohlen Zylinder

$$V = Q \cdot \frac{2 \log\text{com} \cdot \frac{R}{r}}{0{,}4343\, l}.$$

Nach Gleichsetzung der Kapazitäten in den beiden Ausdrücken wird

$$C = \frac{k\, 0{,}4343\, l}{2 \log\text{cm} \cdot \frac{R}{r}} = k \frac{0{,}2171\, l}{\log\text{com} \cdot \frac{R}{r}}.$$

156. Welchen Ausdruck findet man für die Kapazität eines zylindrischen Kondensators, dessen dielektrische Schicht d sehr klein ist im Verhältnis zu dem mittleren Halbmesser ϱ dieses Zylinders?

Antwort: Geht man von dem letzten Ausdruck in 155. aus und setzt in diesen $R = \varrho + \frac{d}{2}$ und $r = \varrho - \frac{d}{2}$ ein, so wird lognat $\frac{R}{r}$, wenn man ihn durch die logarithmische Reihe ausdrückt,

$$\log\frac{R}{r} = \log\frac{1+\frac{d}{2\varrho}}{1-\frac{d}{2\varrho}} = \left[\frac{d}{2\varrho} - \frac{1}{2}\left(\frac{d}{2\varrho}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{d}{2\varrho}\right)^3 - \frac{1}{4}\left(\frac{d}{2\varrho}\right)^4 + \cdots\right] -$$

$$-\left[-\frac{d}{2\varrho} - \frac{1}{2}\left(\frac{d}{2\varrho}\right)^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{d}{2\varrho}\right)^3 - \frac{1}{4}\left(\frac{d}{2\varrho}\right)^4 - \cdots\right] =$$

$$= \frac{d}{\varrho}\left\{1 + \frac{1}{12}\left(\frac{d}{\varrho}\right)^2 + \frac{1}{80}\left(\frac{d}{\varrho}\right)^4 + \cdots\right\}.$$

Der reziproke Wert ist

$$\frac{1}{\log\frac{R}{r}} = \frac{\varrho}{d}\left\{1 - \frac{1}{12}\left(\frac{d}{\varrho}\right)^2 - \frac{1}{180}\left(\frac{d}{\varrho}\right)^4 - \cdots\right\}.$$

Mit diesem Wert findet man durch Substitution die verlangte Kapazität

$$C = \frac{kl\varrho}{2d}\left\{1 - \frac{1}{12}\left(\frac{d}{\varrho}\right)^2 - \frac{1}{180}\left(\frac{d}{\varrho}\right)^4 - \cdots\right\}. \quad (1)$$

Wenn $\varrho = 2d$, also $\frac{R}{r} = \frac{5}{3}$, so kann man

$$C = \frac{kl\varrho}{2d} \quad (2)$$

setzen, wobei der Fehler höchstens 2% beträgt. Wenn man den Bruch mit 2π erweitert und wenn F die Oberfläche des Zylinders bedeutet, so kann man setzen

$$C = k \cdot \frac{F}{4\pi d}. \quad (3)$$

157. Durch Einschieben eines Messingzylinders, dessen äußerer Halbmesser $r = 1{,}70$ cm, in einen anderen, dessen innerer Halbmesser $R = 1{,}80$ cm und dessen Länge 150,55 cm beträgt, hat man einen zylindrischen Kondensator hergestellt. Welches ist seine Kapazität?

Antwort: In diesem Falle ist

$$\varrho = \tfrac{1}{2}(1,80 + 1,70) = 1,75 \text{ cm}$$

und $d = 1,80 - 1,70 = 0,10$ cm und $k = 1$;

so wird

$$C = \frac{150,55 \cdot 1,75}{2 \cdot 0,1} = 1317,3 \text{ cm}.$$

158. Ein Probierglas aus Thüringer Glas ist innen und außen auf 18 cm Länge versilbert; der mittlere Durchmesser des Zylinders ist 2,88 cm; das Glas hat $d = 0,080$ cm Wandstärke; die Kapazität dieses Kondensators ist $C = 1125$ cm. Wie groß muß daher die spezifische induktive Kapazität k dieses Glases sein?

Antwort: Aus der Gleichung

$$1125 = k\,\frac{18 \cdot 1,44}{2 \cdot 0,08}$$

findet man $k = 6,95$.

159. Ein anderer Glaszylinder hat $R = 1,8798$ cm; $r = 1,8029$ cm; $l = 61,35$ cm und die Kapazität $C = 5047$ cm. Welches ist die dielektrische Konstante dieses Glases?

Antwort: $k = 6,871$.

160. Eine einfache zylindrische Oberfläche hat einen Radius $r = 2 \cdot 10^{-20}$ cm; wie groß ist ihre Länge, damit ihre Kapazität gleich der Einheit sei?

Antwort: Nach 125. findet man

$$1 = \frac{l}{2 \log \text{nat} \dfrac{l}{2 \cdot 10^{-20}}}$$

und (nach der Regula Falsi) den Wert l nahe bei 100 cm.

161. Eine zylindrische Fläche von 10 cm Länge soll die Einheit der Kapazität haben. Welchen Halbmesser muß sie haben?

Antwort: Aus der Gleichung

$$2 \log \text{nat} \frac{10}{R} = 10$$

findet man für R ca. $\frac{1}{15}$ cm.

162. Aus einem 200 cm langen Glasrohr, dessen innere Weite 2 cm und dessen äußerer Durchmesser 2,3 cm beträgt, wurde ein Zylinderkondensator hergestellt, indem es mit Wasser gefüllt und außen mit Zinn belegt wurde. Wie groß wurde seine Kapazität, wenn das Glas einen spezifischen Induktionskoeffizienten $k = 3,2$ hat?

Antwort: Die in 126. entwickelte Formel für das Potential des Kabels ergibt auf die Form $Q = CV$ gebracht den Ausdruck für die Kapazität:

$$C = \frac{0,4343 \cdot k \cdot l}{2 \log \text{com} \frac{R}{r}} = \frac{0,4343 \times 3,2 \times 200}{2 \log \text{com} \frac{2,3}{2}} \text{ E.S.E.} =$$

$$= 0,00254 \text{ Mikrofarad.}$$

163. Ein Bleikabel hat 1200 cm Länge, eine Kupferseele von 0,1 cm Durchmesser und eine isolierende Schicht von 0,1 cm Dicke. Wie groß ist seine Kapazität, wenn seine Induktionskonstante $k = 1,88$ beträgt?

Antwort: $C = 1026,8$ E.S.E. $= 0,00114$ Mikrofarad.

164. Das Kabel, welches für die von M. Depretz zwischen Paris und Creil ausgeführten Kraftübertragungen gedient hat, hatte 112 km Länge, eine Bleischutzhülle, eine Kupferseele von 0,5 cm Durchmesser, eine isolierende Schicht von 0,4 cm Dicke und eine Induktionskonstante von $k = 1,80$. Wie groß war seine Kapazität?

Antwort: $C = 1,108 \cdot 10^7$ E.S.E. $= 12,24$ Mikrofarad.

165. Ein Leydener Flasche mittlerer Größe hat eine Belegung von $F = 384$ qcm Fläche, ihr Glas hat $d = 0,1$ cm Dicke, $k = 3,24$. Wie groß kann ihre Ladung werden, wenn sie mit einer Maschine von 20000 Volt geladen wird?

Antwort:

$$Q = \frac{k \cdot F \cdot V}{4\pi d} = \frac{3,24 \cdot 384}{4\pi \cdot 0,1} \cdot \frac{20000}{3 \cdot 10^2} \text{ E.S.E.} = 65978 \text{ E.S.E.} =$$

$$= 0,000022 \text{ Coulomb.}$$

166. Ein Kondensator (ähnlich einer Leydener Flasche) besteht aus 2 ineinander geschichteten ähnlichen Gläsern, so daß überall in den Seiten und am Boden ein 3 mm dicker Raum besteht. Das innere Glas ist innen, und das äußere Glas ist außen mit Zinnpapier überklebt. Jede Belegung hat 360 qcm Fläche; das Glas ist 1 mm dick und hat die induktive spezifische Kapazität $k = 3,24$. Welche Kapazität hat dieser Kondensator? — Wie groß ist die Kapazität eines gleich großen wie der erste, wenn sein Raum mit Wasser gefüllt ist? — Wie groß sind die Kapazitäten von Flaschen gleicher Dimensionen, aber mit einer Glasdicke 1) von 5 mm, 2) von 1 mm?

Antwort (Korolkoff): Wenn statt allen dielektrischen Körpern an ihrer Stelle Luft wäre und $d = d_1 + d_2 + d_3$, so wäre

$$Q = \frac{V \cdot F}{4\pi d}.$$

Wenn zwischen den Zinnbelegungen nur ein dielektrischer Körper wäre mit der dielektrischen Konstante k, so wäre

$$Q = k\frac{VF}{4\pi d} = \frac{VF}{4\pi\frac{d}{k}}; \quad Q = k\frac{VF}{4\pi d} = \frac{V \cdot F}{4\pi\frac{d}{k}};$$

man sieht daraus, daß das Zwischenlegen eines Dielektrikums dieselbe Wirkung hat wie eine k-mal so dünne Luftschicht. Wenn mehrere Lagen mit den spezifischen induktiven Kapazitäten k_1, k_2, k_3 benutzt würden, so wäre ihre Wirkung wie die der Luftschichten mit den Dicken d_1/k_1, d_2/k_2, d_3/k_3. Alle Schichten zusammen bestimmen die Ladung

$$Q = \frac{VF}{4\pi\left\{\frac{d_1}{k_1} + \frac{d_2}{k_2} + \frac{d_3}{k_3}\right\}}.$$

Daher ist die Kapazität

$$C = \frac{F}{4\pi\left\{\frac{d_1}{k_1} + \frac{d_2}{k_2} + \frac{d_3}{k_3}\right\}}.$$

In unserem Fall ist die Kapazität der ersten Flasche

$$C_1 = \frac{360}{4\pi\left\{\frac{1}{3,24} + \frac{3}{1} + \frac{1}{3,24}\right\}} = 7,92 \text{ E.S.E.}$$

Bei der zweiten Anordnung, wo das Dielektrikum aus Glas und Wasser besteht, findet man

$$C_2 = 43,75 \text{ cm Kapazität.}$$

Bei der dritten Form, wo das Glas 5 mm Dicke hat,

$$C_3 = 18,57 \text{ E.S.E. Kapazität.}$$

Wieder mit der dritten Form, aber nur mit 1 mm Glasdicke, wird

$$C_4 = 92,82 \text{ cm.}$$

167. Eine Batterie von 6 gleichen Leydener Flaschen, von denen jede 450 qcm Fläche, 0,2 cm Glasdicke, und $k = 3$ hat,

wird mit $V = 300$ E. S. E. geladen. Wie groß ist die Ladung? — Wie groß ist die Kapazität der Batterie?

Antwort: Die Kapazität ergibt sich aus der Beziehung

$$C = \frac{4F}{4\pi d} = \frac{3 \cdot 450 \cdot 6}{4\pi \cdot 0{,}2} \text{ E. S. E.} = 3223 \text{ E. S. E.}$$

Durch Multiplikation dieser Kapazität mit dem Potential ergibt sich die Ladung

$$Q = C \cdot V = 3223 \cdot 300 \text{ E. S. E.} = 966\,900 \text{ E. S. E.} =$$
$$= 0{,}0003\,223 \text{ Coulomb.}$$

168. Ein Kabel hat eine 0,5 cm dicke Kupferseele und eine 0,15 cm dicke Isolierungsschicht; es wurde auf 8000 Volt geprüft. Welche Ladung nahm jedes km dieses Kabels auf, wenn $k = 1{,}88$ ist?

Antwort: Die Kondensatorenformel in 66. gibt

$$Q = \frac{kFV}{4\pi d} = \frac{k \cdot 2\pi \frac{R+r}{2} l}{4\pi d} \cdot V = \frac{k(R+r)}{4d} l V =$$
$$= \frac{1{,}88 \cdot (0{,}25 + 0{,}4) \cdot 100\,000}{4 \cdot 0{,}15} \times \frac{8000}{300} \text{ E. S. E.} = 5{,}43 \cdot 10^6 \text{ E. S. E.}$$

Als Produkt der Kapazität in das Potential ergibt sich die Menge. Wenn man die Kapazitätsformel für sehr langgestreckte Kondensatoren anwendet, wird

$$Q = C \cdot V = \frac{0{,}4343 \cdot 1{,}88 \cdot 100\,000}{2 \log \text{com} \frac{0{,}40}{0{,}25}} \cdot \frac{8000}{3 \cdot 10^2} \text{ E. S. E.} =$$
$$= 5{,}43 \cdot 10^6 \text{ E. S. E} = 1{,}77 \cdot 10^{-3} \text{ Coulomb.}$$

169. Ein Kabel, dessen Seele 0,35 cm Durchmesser und dessen isolierende Hülle 0,70 cm Durchmesser hat, besitzt eine Kapazität von 0,164 Mikrofarad pro Kilometer. Wie groß ergibt sich daraus der spezifische Induktionskoeffizient der isolierenden Masse?

Antwort: Durch Gleichsetzung der Kapazität nach der Formel und der angegebenen Kapazität erhält man die Beziehung

$$C = \frac{0{,}4343 \cdot k \cdot 10^5}{2 \log \text{com} \frac{0{,}70}{0{,}35}} \text{ E. S. E.} = 0{,}164 \text{ Mikrofarad}$$

oder

$$0{,}164 \times 9 \cdot 10^5 \text{ E. S. E.} = 1{,}476 \cdot 10^5 \text{ cm,}$$

und hieraus durch Auflösung nach der Unbekannten k den Wert

$$k = 2{,}047.$$

170. Das Kabel zwischen Aden und Bombay (vom Jahre 1870) hat eine Länge von 2923,7 km, eine Kupferseele von 2,87 mm, eine isolierende Hülle von 9,1 mm Stärke und den spezifischen Induktionskoeffizienten 3,6. Wie groß ist die darin enthaltene Ladung, wenn die Seele mit einem Pol einer Batterie von 100 Daniellschen Elementen verbunden ist?

Antwort: Nach der Kabelformel in 166. wird

$$Q = \frac{3{,}6 \times 0{,}4343 \times 29237 \cdot 10^4}{2 \log \text{com} \frac{9{,}1}{2{,}87}} \times \frac{100}{3 \cdot 10^2} \text{E. S. E.} =$$

$$= 574 \cdot 10^6 \text{ E. S. E.} = 0{,}191 \text{ Coulomb.}$$

171. Das zwischen Paris und Creil gelegte Kabel (siehe 164.) hielt eine Potentialdifferenz von 6000 Volt aus. Wieviel Elektrizität enthielt es?

Antwort: Nach der Formel $Q = C \cdot V$ und nach 164. wird

$$Q = 12{,}24 \text{ Mikrofarad} \times 6000 \text{ Volt} = 0{,}07344 \text{ Coulomb.}$$

172. Ein unterseeisches Kabel mit Guttaperchahülle kann als zylindrischer Kondensator angesehen werden, dessen äußere Belegung durch das Wasser gebildet wird. Wie groß ist die Kapazität eines solchen Kabels pro Kilometer, wenn dessen Seele 0,25 cm Radius, die Dicke der Hülle 0,25 cm und der spezifische Induktionskoeffizient $k = 4{,}2$ beträgt?

Antwort:

$$C = 302\,971 \text{ E. S. E.} = 0{,}3366 \text{ Mikrofarad.}$$

173. Welche Elektrizitätsmenge befindet sich in einem solchen Kabel von 3000 km Länge (atlantisches Kabel vom Jahre 1866), wenn man mit einer Batterie von 150 Daniellschen ($E = 1{,}142$ Volt) Elementen zu telegraphieren versucht?

Antwort:

$$Q = C \cdot V = 302\,971 \times 3000 \times \frac{150 \cdot 1{,}142}{3 \cdot 10^2} \text{ E. S. E.}$$

$$= 0{,}1730 \text{ Coulomb.}$$

174. Wie groß ist die Kapazität eines Zylinderkondensators, dessen Radien R und r und dessen Länge l ist, wenn seine äußere Belegung mit dem Boden in Verbindung steht?

Antwort: In 126. wurde für solche Kondensatoren eine Beziehung zwischen V, Q, C gefunden, und ihr zufolge ist

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{0{,}4343 \cdot k \cdot l}{2 \log \text{com} \frac{R}{r}}.$$

175. Zwei konaxiale zylindrische Flächen befinden sich in geringer Entfernung voneinander und sind durch eine Luftschicht getrennt. Sie enthalten dann eine Ladung von 0,48 Coulomb. Wie groß kann ihre Ladung werden, wenn sie durch Guttapercha voneinander getrennt werden?

Antwort: Da für Guttapercha $k = 4{,}2$ ist, und da die Kapazität der Elektrizitätsmenge proportional ist, so wird die unter sonst gleichen Verhältnissen größtmögliche Ladung $Q = 4{,}2 \cdot 0{,}48 =$ $= 2{,}018$ Coulomb betragen.

176. Die isolierende Hülle eines Kabels hat d und D als innere und äußere Durchmesser. Man will nun die Dicke d der Seele beibehalten und die Kapazität des Kabels auf die Hälfte herabsetzen durch passende Änderung der Dicke der isolierenden Schicht. Wieviel muß diese betragen?

Antwort: Wenn k den spezifischen Induktionskoeffizienten der isolierenden Masse bezeichnet und x die gesuchte Dicke, so sind die Ausdrücke für die alte und für die neue Kapazität

$$C = \frac{k}{2 \log \text{com} \frac{D}{d}}, \text{ bzw. } C = \frac{k}{2 \log \text{com} \frac{x}{d}}.$$

Da letztere die Hälfte der ersteren betragen soll, so ergibt sich die Gleichung

$$\frac{k}{2 \log \text{com} \frac{x}{d}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{k}{2 \log \text{com} \frac{D}{d}},$$

woraus

$$x = \frac{D^2}{d}.$$

177. Wie groß muß der Durchmesser der Kabelseele gewählt werden, wenn man den Durchmesser der isolierenden Hülle beibehalten will und die Kapazität des Kabels auf den dritten Teil gebracht werden soll?

Antwort: Nach einer ähnlichen Gleichung wie in 176. ergibt sich

$$y = \frac{d^3}{D^2}.$$

178. Ein Kabel aus Guttapercha hat eine Seele von 3 mm Durchmesser. Wie groß muß der äußere Durchmesser der Hülle sein, damit seine Kapazität $75 \cdot 10^5$ E. S. E. pro Kilometer betrage?

Antwort: Aus

$$\frac{4{,}2 \cdot 0{,}4343 \cdot 10^6}{2 \log \operatorname{com} \frac{x}{3}} = 15 \cdot 10^5$$

folgt, daß

$$x = 3{,}450 \text{ mm}$$

sein muß.

179. Wie groß muß der Durchmesser x werden, wenn die Kapazität nur die Hälfte von derjenigen in 178. betragen soll?

Antwort: Aus 176. folgt

$$x = \frac{3{,}45^2}{3} = 3{,}967 \text{ mm.}$$

X. Plattenkondensatoren.

180. Wie groß ist die Kapazität eines Plattenkondensators von F qcm Fläche, dessen Belegungen e cm voneinander entfernt sind, wenn die isolierende Schicht die spezifische induktive Kapazität k hat?

Antwort: Die letzte Formel in 151. gilt für eine Kugel von beliebigem Durchmesser. Sie lautet

$$C = k \cdot \frac{4\pi\delta^2}{4\pi d} = k \frac{F}{4\pi d}.$$

Wenn man bedenkt, daß die Kapazität irgendeines Teiles des Kugelkondensators dem Flächeninhalt F genau proportional ist, und daß obige Formel bis zur Grenze richtig ist, also auch für einen unendlich großen Halbmesser, d. h. für eine ebene Fläche gilt, so findet man ohne weiteres als Ausdruck für die Kapazität eines Plattenkondensators

$$C = \frac{kF}{4\pi e}.$$

181. Wenn man die Kapazität eines Plattenkondensators durch die Formel $C = kF/4\pi d$ gegeben annimmt, wie groß muß dann die Fläche eines solchen Kondensators werden, damit seine Kapazität 2 Mikrofarad betrage, wenn man den spezifischen Induktionskoeffizienten $k = 2{,}4$ und die Dicke der isolierenden Schicht $d = 0{,}05$ cm annimmt?

Antwort: Durch Umkehrung der obigen Formel wird

$$F = \frac{4\pi \times 0{,}05 \times 2 \cdot 9 \cdot 10^5}{2{,}4}\ \text{qm} = 47{,}124\ \text{qm}.$$

182. Wie groß ist die Kapazität einer Franklinschen Tafel, deren Zinnbelegung 25 cm lang und 16 cm breit ist, und deren Glas die dielektrische Konstante $k = 3{,}2$ und die Dicke $d = 0{,}1$ cm hat?

Antwort: Nach derselben Formel wird

$$C = \frac{3{,}2 \times 25 \times 16}{4\pi \times 0{,}1}\ \text{E. S. E.} = 1019\ \text{E. S. E.} = 0{,}0013\ \text{Mikrofarad.}$$

183. Die Metallscheibe eines Elektrophors hat 20 cm Durchmesser und ist im Mittel 0,02 cm von der Hartgummischeibe entfernt. Wie groß ist die Kapazität des Elektrophors?

Antwort:

$$C = \frac{10^2\pi \times 1}{4\pi \times 0{,}02}\ \text{E. S. E.} = 1250\ \text{E.S.E.} = 0{,}0014\ \text{Mikrofarad.}$$

184. Ein Plattenkondensator von 2,5 Mikrofarad Kapazität wurde mit einer Batterie von 300 Volt Spannung geladen. Welche Ladung bekam er?

Antwort: Nach der Beziehung $Q = C \cdot V$ ergibt sich

$$Q = 2{,}5 \cdot 9 \cdot 10^5 \times \frac{300}{3 \cdot 10^2}\ \text{E. S E.} = 22{,}5 \cdot 10^5\ \text{E. S. E.} =$$
$$= 0{,}00075\ \text{Coulomb.}$$

185. Eine Franklinsche Tafel von 2 E. S. E. Kapazität wurde mit einer Holtzschen Maschine geladen, deren Spannung auf 30000 Volt stieg. Welche Elektrizitätsmenge erhielt sie?

Antwort:

$$Q = C \cdot V = 2 \times \frac{30000}{3 \cdot 10^2} = 200\ \text{E. S. E.}$$

186. Man verfügt über vier Plattenkondensatoren A, B, C, D, von denen A, B, D Glas als Nichtleiter haben, während die iso-

lierende Schicht von C durch Guttapercha gebildet wird. Es ist D doppelt so hoch und doppelt so breit als die anderen, während B nur halb so dickes Glas hat als die übrigen. Wie groß sind die Kapazitäten der einzelnen Kondensatoren?

Antwort: Bezeichnet F die Kapazität des Kondensators A, so muß diejenige von B doppelt so groß, also $= 2F$ sein, weil die Fläche zwar dieselbe, aber das Dielektrikum nur die halbe Dicke hat. — Die Kapazitäten von C und A verhalten sich wie die spezifischen Induktionskoeffizienten von Guttapercha und Glas, also wie 2,5 : 6. Die Kapazität von C beträgt also $0{,}4F$. — Da endlich D eine viermal so große Fläche hat als A, so ist seine Kapazität in demselben Verhältnis größer, also $4F$.

XI. Verteilung der Elektrizität auf Leitern.

187. Zwei parallele leitende Ebenen von unendlicher Ausdehnung befinden sich in der Entfernung a und haben die Potentiale V_1 und V_2. Man verlangt 1) das Potential V in einem Punkte zwischen den beiden Ebenen, der um x von der Ebene mit dem Potential V_1 entfernt ist; 2) die Oberflächendichten δ_1 und δ_2 auf den beiden Ebenen; 3) die Ladung Q_1 einer Fläche F, die in der mittleren Region der Ebene mit dem Potential V_1 liegt.

Antwort: J. C. Maxwell gibt in seinem „Treatise on electricity and magnetism“ Vol. I, § 124 folgende Lösung:

$$V = V_1 + (V_2 - V_1)\frac{x}{a}; \quad \delta_1 = \frac{(V_1 - V_2)}{4\pi a}; \quad \delta_2 = \frac{(V_2 - V_1)}{4\pi a}$$

und, je nachdem die beiden Ebenen durch Luft oder durch ein Mittel, dessen spezifischer Induktionskoeffizient k ist, getrennt sind,

$$Q_1 = \frac{1}{4\pi}\cdot\frac{F}{a}(V_1 - V_2), \text{ bez. } Q_1 = \frac{kF}{4\pi a}(V_1 - V_2).$$

188. Zwei konzentrische Kugelflächen haben die Radien R_1 cm und R_2 cm (wo $R_1 < R_2$); ihre elektrischen Ladungen werden auf den Potentialwerten V_1 und V_2 erhalten. Wie groß ist 1) das Potential V in einem Punkte, der r cm vom Mittelpunkt der Kugel R_1 entfernt ist? 2) die resultierende Kraft K, welche auf die Einheit der Elektrizität in diesem Punkt wirkt? 3) die Oberflächendichten δ_1 und δ_2? 4) die Gesamtladungen Q_1 und Q_2 auf den beiden Kugeln? 5) die Kapazität der inneren Kugel?

Antwort: Maxwell „Treatise“ § 125 weist nach, daß

$$V = \frac{V_1 R_1 - V_2 R_2}{R_1 - R_2} + \frac{(V_1 - V_2) R_1 R_2}{r(R_2 - R_1)}; \quad \text{und} \quad k = \frac{(V_1 - V_2) R_1 R_2}{r^2 (R_2 - R_1)};$$

$$\delta_1 = \frac{1}{4\pi R_1^2} \cdot \frac{(V_1 - V_2) R_1 R_2}{R_2 - R_1}; \quad \text{und} \quad \delta_2 = \frac{1}{4\pi R_2^2} \cdot \frac{(V_2 - V_1) R_1 R_2}{R_2 - R_1};$$

$$Q_1 = 4\pi R_1^2 \delta_1 = \frac{(V_1 - V_2) R_1 R_2}{R_2 - R_1} = - Q_2;$$

$$C_1 = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

189. Ein massiver Zylinder und ein mit ihm konaxialer Hohlzylinder haben die Radien R_1 und R_2; die Ladungen haben die Potentialwerte V_1 bzw. V_2. Wie groß ist 1) das Potential V in einem Punkte, der um r von der Achse entfernt ist? — 2) die elektrischen Dichten δ_1 und δ_2 auf den Zylinderflächen? — 3) die auf die Länge l entfallenden Ladungen Q_1 und Q_2? — 4) die Kapazität, wenn das zwischenliegende Mittel k als dielektrische Konstante hat?

Antwort: Nach Maxwell (Seite 176) wird

$$V = \frac{V_1 \log \operatorname{nat} \frac{R_2}{r} + V_2 \log \operatorname{nat} \frac{r}{R_1}}{\log \operatorname{nat} \frac{R_2}{R_1}}; \quad \delta_1 = \frac{V_1 - V_2}{4\pi R_1 \log \operatorname{nat} \frac{R_2}{R_1}};$$

$$\delta_2 = \frac{V_2 - V_1}{4\pi R_2 \log \operatorname{nat} \frac{R_2}{R_1}};$$

$$Q_1 = 2\pi R_1 l \delta_1 = \frac{1}{2} \frac{V_2 - V_1}{\log \operatorname{nat} \frac{R_2}{R_1}} = - Q_2;$$

$$C = \frac{lk}{2 \log \operatorname{nat} \frac{R_2}{R_1}}.$$

190. Ist es möglich, einen elektrisch geladenen Leiter durch einen anderen zu ersetzen, wenn der letztere die gleiche Gesamtladung wie der erstere hat, ohne daß die Wirkung auf naheliegende Leiter verändert wird?

Antwort: Dieser Austausch ist möglich, wenn die Oberfläche des zweiten Körpers in jedem ihrer Punkte dasselbe Potential in Beziehung auf den ersten Körper hat.

191. Der eine von zwei Punkten hat $+ a$ E. S. E., der andere $+ b$ E. S. E Ladung. Man will sie durch 2 leitende Flächen ersetzen. Welche Form muß man diesen Flächen geben?

Antwort: Die gesuchten Flächen müssen gleichwertige Potentiale haben, wie diese Ladungen $(a + b)$ E. S. E.

192. Zwei mit $+ a$ und $+ b$ E. S. E. beladene leitende Flächen sollen durch eine einzige geladene Fläche ersetzt werden, um im gleichen Feld dieselbe Wirkung auszuüben. Wie groß muß ihre Ladung und welches muß ihre Form sein?

Antwort: Die Gestalt der gesuchten Fläche muß eine äquipotentielle Schale der gegebenen Flächen sein. — Ihre Ladung muß demnach $(a + b)$ E. S. E. betragen.

193. Die Achsen einer Ellipse sind 40 cm und 20 cm lang; die Ellipse hat 6000 E. S. E. Ladung. Wie groß ist die elektrische Dichte 1) im Mittelpunkt? — 2) im Punkt $x_1 = 10$ cm, $y_1 = 0$? — 3) im Punkt $x_2 = 15$ cm, $y_2 = 0$? — 4) im Punkt $x_3 = 20$ cm, $y_3 = 0$? — 5) im Punkt $x_4 = 0$, $y_4 = 5$ cm? — 6) im Punkt $x_5 = 0$, $y_5 = 10$ cm? — 7) in dem Punkt des Umfangs, der $x_6 = 10$ cm hat?

Antwort: Nach dem Ergebnis in 146. wird

$$\delta_1 = \frac{6000}{2\pi\sqrt{20^2 \cdot 10^2 - (0^2 \cdot 10^2 + 0^2 \cdot 20^2)}} = \frac{6000}{2\pi \cdot 20 \cdot 10} = 4{,}77;$$

$$\delta_2 = 5{,}501; \qquad \delta_3 = 7{,}219; \qquad \delta_4 = \infty;$$

$$\delta_5 = 5{,}501; \qquad \delta_6 = \infty; \qquad \delta_7 = \infty.$$

194. Eine Kreisfläche habe denselben Flächeninhalt wie die Ellipse im vorhergehenden Beispiel und auch dieselbe Elektrizitätsmenge (6000 E. S. E.); wie groß ist die Dichte in 1) $a = 0$ cm? — 2) $a = 5$ cm? — 3) $a = 10$ cm? — 4) $a = 14{,}14$ cm Abstand vom Mittelpunkt?

Antwort: Bei gleichem Flächeninhalt muß $\pi ab = \pi R^2$ oder $R^2 = ab = 20 \cdot 10 = 200$ qcm sein. — Der in 147. gefundene Ausdruck gibt daher

$$\delta_1 = \frac{6000}{2\pi \cdot 200\sqrt{1 - \frac{0}{200}}} = 4{,}77; \qquad \delta_2 = 5{,}10;$$

$$\delta_3 = 6{,}745; \qquad \delta_4 = \infty.$$

Eine Vergleichung dieser Ergebnisse mit denen in 121. und 122. ist empfehlenswert.

XII. Die elektrische Kraft.

195. Eine Kugelfläche vom Radius R cm habe Q E. S. E. und in einem vom Mittelpunkt um a cm senkrecht zur Fläche entfernten Punkt befinde sich die Einheit der Elektrizitätsmenge; dann hat das Potential für diesen Punkt den Wert (nach 120.)

$$V = \frac{2Q}{R^2}\left(\sqrt{R^2 + a^2} - a\right).$$

Mit welcher Kraft wirkt dann die Ladung Q auf den betrachteten Punkt?

Antwort: Durch Differentiation von V nach der Normalen a ergibt sich

$$K = -\frac{2Q}{R^2}\left\{\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} - 1\right\}.$$

196. Welche Kraft K wirkt auf die E. S. E. der Menge, die auf der Mantelhülle eines Kabels liegt, wenn letzteres die Radien R und r, die Länge l und eine Ladung von Q E. S. E. hat?

Antwort: In einem Punkte der Kabelhülle hat das Potential (siehe 126.) den Wert

$$V = \frac{2 \log \text{nat} \frac{R}{r}}{l} \cdot Q.$$

Durch Differentiation dieses Wertes nach R und nach r ergibt sich

$$K = \frac{2Q}{l}\left\{\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right\} = \frac{Q(R-r)}{2lrR}.$$

197. Zwei elektrochemische Äquivalentmengen sind 500 m voneinander entfernt; mit welcher Kraft ziehen sie sich an?

Antwort: Ein elektrochemisches Äquivalent ist diejenige Anzahl Coulomb, durch die z. B. 1 g Wasserstoff freigemacht wird. Diese Anzahl ist 96 000 Coulomb $= 96000 \cdot 3 \cdot 10^9$ E. S. E. — Nach dem Coulombschen Gesetz ziehen sich diese Mengen an mit der Kraft

$$K = \left(\frac{288000 \cdot 10^9}{50000}\right)^2 \text{Dyn} = 3318 \cdot 10^{1;} \text{Dyn} = 338 \cdot 10^{11} \text{kg}.$$

198. Eine Kugel von 10 cm Durchmesser ist mit 3141,6 E.S.E. geladen. 8 cm vom Mittelpunkt der Kugel entfernt befindet sich ein Punkt, der mit 1 E.S.E. der gleichnamigen Elektrizität geladen ist. Wie groß ist 1) die abstoßende Kraft zwischen der Ladung

dieses Punktes und der Ladung der Kugel? 2) die abstoßende Kraft zwischen der Ladung der Kugel und 1 E. S. E. auf der Kugel? 3) die Kraft (die Spannnung), mit der die Ladung der Kugel die Ladung auf 1 qcm abstößt?

Antwort: Die Antwort auf die erste Frage folgt aus dem Coulombschen Gesetz. Man findet

$$K_1 = \frac{3141{,}6 \times 1}{8^2} = 49{,}09 \text{ Dyn.}$$

Die zweite Antwort ergibt sich entweder aus Coulombs Gesetz

$$K_2 = \frac{3141{,}6 \times 1}{5^2} \text{ Dyn} = 125{,}8 \text{ Dyn}$$

oder aus der Poissonschen Formel

$$K_2 = 4\pi\delta \text{ Dyn} = 4\pi \frac{3141{,}6 \times 1}{4\pi \cdot 5^2} \text{ Dyn} = 125{,}8 \text{ Dyn.}$$

Die dritte Frage wird beantwortet nach einer der Formeln des Coulomb-Poissonschen Gesetzes

$$K_3 = \tfrac{1}{2} K_2 \delta = 2\pi\delta^2 = \frac{K_2^2}{8\pi}.$$

Es ergibt sich

$$K_3 = \tfrac{1}{2} \times 125{,}8 \times 10 = 2\pi \times 10^2 = \frac{125{,}8^2}{8\pi} = 628{,}3 \text{ Dyn.}$$

199. Eine Kugel von 2 cm Durchmesser wird von einer Reibungsmaschine auf 81000 Volt geladen. Wie groß ist dann die abstoßende Kraft, die diese Ladung auf die Ladung eines qcm der Oberfläche ausüben kann, wenn man die Kraft als einen nach außen gerichteten Druck betrachtet?

Antwort: Das Potential beträgt 81000 Volt oder 270 E.S.E., der Halbmesser der Kugel ist 1 cm, so daß die Ladung

$$Q = 1 \times 270 = 270 \text{ E. S. E.}$$

betragen muß. Die elektrische Dichte ist = 21,48 und die abstoßende Kraft

$$K_3 = 2\pi\delta^2 = 2\pi \times 21{,}48^2 = 2833 \text{ Dyn} = 2{,}9 \text{ gr.}$$

200. Zwei Kugeln von 0,1 cm und 10 cm Halbmesser werden mit der Maschine von 199. geladen. Wie groß werden die Kräfte K_3 auf diesen Kugeln?

Antwort: Für die Kugel mit 0,1 cm Halbmesser wird $\delta = 214,8$, also

$$K_3 = 283\,300 \text{ Dyn} = 290 \text{ gr.}$$

Für die zweite Kugel wird $\delta = 2,148$ und

$$K_3 = 28,33 \text{ Dyn.}$$

201. Eine Kugel hat 4 cm Durchmesser und die Ladung 64 E. S. E.; wie groß ist der elektrostatische Druck?

Antwort: Für alle Flächen gilt $K_3 = 2\pi\delta^2$. In unserem Fall hat (nach 140.) die Kugel

$$K_3 = 2\pi\left(\frac{V}{2\pi R}\right)^2 = \frac{V^2}{2\pi R^2} = \frac{64^2}{2\pi 2^2} = 162,8 \text{ Dyn.}$$

202. Die beiden Platten eines Luftkondensators haben 1 qm Flächeninhalt und sind 0,1 cm voneinander entfernt. Die gegenseitige Anziehung beträgt 100 gr. Man soll die elektrische Dichte jeder Platte in E. S. E. berechnen.

Antwort: Die Anziehungskraft von 100 gr auf 1 qm ist gleichwertig mit der Anziehungskraft von 98100 Dyn auf 10000 qcm, oder 9,81 Dyn pro qcm. Man bezeichne die Anziehungskraft der Ladung senkrecht zu einer Fläche mit Dichte δ (pro qcm) mit K_3. Zwischen diesen Größen besteht die Gleichung $K_3 = 2\pi\delta^2$; woraus folgt

$$\delta = \sqrt{\frac{K_3}{2\pi}} = \sqrt{\frac{9,81}{2\pi}} = 1,25\,.$$

203. Man schiebe eine Flintglasplatte von 0,1 cm Dicke zwischen die beiden Belegungen des Kondensators in 202. Wenn man immer mit derselben Batterie ladet, wie groß wird 1) die elektrische Dichte auf jeder Platte? — 2) die Anziehungskraft zwischen ihnen? — 3) die Kraft, welche die Ladung eines qcm abstoßen will?

Antwort: Weil die induktive Kapazität dieses Glases $k = 3,31$ beträgt, so müssen Ladung und Dichte 3,31 mal größer werden als bei Luft; also

$$\delta = 3,31 \times 1,25 = 4,1375\,.$$

Mit dieser Dichte wird

$$K_3 = 2\pi \times 4,1375^2 = 107,56 \text{ Dyn.}$$

Die Anziehungskraft zwischen den zwei Platten beträgt

$$K = 10000 \times 107,56 = 1\,075\,600 \text{ Dyn} = 1096 \text{ g.}$$

204. In einer Geißlerschen Röhre hat man dem inneren Teil der Platinelektroden Kugelform gegeben. Der drahtförmige Teil ist sorgfältig isoliert, die Kugel hat 0,6 cm Durchmesser. Die Entladungen werden mit einer Influenzmaschine hervorgebracht, die 21 600 Volt Potentialdifferenz gibt. Bis zu welchem Grade muß die Röhre luftleer gemacht werden, damit die als vollkommener Isolator vorausgesetzte Luft durch ihren Druck die Entladung nicht mehr zu hindern vermag?

Antwort: Die Kraft, mit der die Elektrizität von jedem qcm der Oberfläche zu entweichen strebt, ergibt sich nach dem Poissonschen Gesetz zu

$$K = 2\pi\delta^2 \text{ E. S. E.} = 2\pi\left(\frac{21600}{4\pi\cdot 0{,}3}\cdot\frac{1}{3\cdot 10^2}\right)^2 \text{ E. S. E.} = 2292 \text{ Dyn.}$$

Anderseits übt bekanntlich die Luft unter 45⁰ Breite einen Druck von 1033,3 Gramm-Gewicht, d. i. $1{,}0133\cdot 10^6$ Dyn auf jeden qcm aus. Wenn die gesuchte Spannkraft der Luft noch x cm beträgt, so üben diese einen Druck aus von $1{,}0133\cdot 10^6 \times \frac{x}{76}$ Dyn. Diese beiden Kräfte müssen sich das Gleichgewicht halten und somit

$$2292 \text{ Dyn} = 1{,}0133\cdot 10^6 \times \frac{x}{76} \text{ Dyn}$$

sein. Hieraus folgt $x = 0{,}172$ cm.

205. Wie groß muß der Halbmesser einer Kugel sein, die 300 E. S. E. trägt, damit die elektrische Spannung an der Oberfläche dem mittleren Atmosphärendruck gleich ist?

Antwort: Die Ladung von

$$Q = R\cdot V = R\cdot 300 \text{ E. S. E.}$$

bestimmt die elektrische Dichte zu

$$\delta = \frac{300\,R}{4\pi R^2} = \frac{75}{\pi R}.$$

Die Spannung wird somit

$$F_s = 2\pi\left(\frac{75}{Rr}\right)^2 = \frac{11250}{\pi R^2} \text{ Dyn.}$$

Diese Spannung muß dem Atmosphärendruck gleich sein, also (nach 12.) $1{,}0133\cdot 10^6$ Dyn betragen. Daher die Bedingung

$$\frac{11250}{\pi R^2} = 1{,}0133\cdot 10^6,$$

woraus

$$R = 0{,}0595 \text{ cm.}$$

206. Angenommen, man lade den in 154. beschriebenen Kugelkondensator mit 18000 Volt Spannung. Mit welcher Kraft auf den qcm sucht dann die Elektrizität das Glas zu durchbrechen, wenn die dielektrische Konstante des Glases $k = 2{,}4$ beträgt?

Antwort: Nach Benutzung von 205., wonach $K_S = 2\pi\delta^2$ ist, wird die nötige Kraft

$$K_S = 2\pi\left(\frac{Q}{F}\right)^2 = 2\pi\left(\frac{C \cdot V}{F}\right)^2 = 2\pi\left(\frac{9006 \cdot 2{,}4}{4 \cdot 6^2 \cdot \pi} \cdot \frac{18000}{3 \cdot 10^2}\right)^2 \text{ Dyn} =$$
$$= 51\,250\,568 \text{ Dyn} = 52{,}67 \text{ kg}.$$

207. Wie groß ist die elektrische Energie, welche der Kondensator von 154. enthält? — Welche Wärmemenge kann die aufgespeicherte Elektrizitätsmenge erzeugen?

Antwort: Der allgemeine Ausdruck der elektrischen Energie (Maxwell I, p. 97) ist

$$Q' = \tfrac{1}{2}\Sigma(Q_i \cdot V_i).$$

Nach unserem Beispiel ist die Energie

$$Q' = \tfrac{1}{2}\,Q \cdot V = \tfrac{1}{2}\,C \cdot V \cdot V = \tfrac{1}{2}\,C \cdot V^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 9006 \cdot 2{,}4 \cdot \left(\frac{18000}{3 \cdot 10^2}\right)^2 \text{ Erg} =$$
$$= 3{,}89 \cdot 10^7 \text{ Erg} = 3{,}89 \text{ Joule}.$$

Um die entsprechende Wärmemenge zu finden, soll erinnert werden, daß 1 Erg den $\frac{24}{10^9}$ Kal-gr gleichwertig ist. Daher kann die oben berechnete elektrische Energie folgende Wärmemenge erzeugen:

$$3{,}89 \cdot 10^7 \times \frac{24}{10^9} \text{ Kal-gr} = 0{,}934 \text{ Kal-gr}.$$

Oder: Weil

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg} = 0{,}24 \text{ Kal-gr}$$

ist, so wird

$$3{,}89 \cdot 10^7 \text{ Erg} = 3{,}89 \text{ Joule den } 0{,}934 \text{ Kal-gr}$$

gleichwertig sein.

208. Die beiden Belegungen (Wasser und Zinn) des Zylinderkondensators in 162. werden mit den Polen einer Wimshurstschen Influenzmaschine verbunden, die 30000 Volt Potentialdifferenz erzielt. Wie groß wird die elektrische Dichte auf dem Kondensator?

Antwort:

$$\delta = \frac{Q}{F} = \frac{C \cdot V}{F} = \frac{2289{,}8}{2\pi \cdot 1 \cdot 200} \cdot \frac{30000}{3 \cdot 10^2} \text{ E.S.E.} = 183\,[\text{cm}^{-1/2}, \text{g}^1, \text{sec}^{-1}].$$

209. Mit welcher Kraft wird die auf 1 qcm des Kondensators in 258. sich verteilende Elektrizitätsmenge von der Fläche weggestoßen?

Antwort:

$$K = 2\pi\delta^2 = 2\pi 183^2 = 209\,535 \text{ Dyn} = 213 \text{ g}.$$

210. Wie groß ist die elektrische Dichte an der Oberfläche der Kabelseele beim transatlantischen Kabel (173.)? — Wie groß ist die Kraft, welche senkrecht zur Oberfläche des Kabels gegen die isolierende Hülle hinwirkt?

Antwort:

$$\delta = \frac{CV}{F} = \frac{302\,971}{2 \cdot 0{,}25\,\pi \cdot 10^6} \cdot \frac{150}{3 \cdot 10^2} = 0{,}96$$

$$K = 2\pi\delta^2 = 5{,}78 \text{ Dyn}.$$

211. Wie groß war die elektrische Dichte, die angehäufte elektrische Energie und die auf jeden qcm entfallende, senkrecht zur Fläche wirkende Kraft beim Kabel Paris-Creil (siehe 171.)?

Antwort: $\delta = \frac{Q}{F} = \frac{2203 \cdot 10^5}{0{,}5\pi \cdot 112 \cdot 10^5} = 12{,}5.$

$$Q' = \frac{1}{2} Q \cdot V = \frac{1}{2} \cdot 2203 \cdot 10^5 \times \frac{6000}{3 \cdot 10^2} \text{ Erg} =$$

$$= 220{,}3 \text{ Joule} = 22{,}5 \text{ mkg}.$$

$$K = 2\pi\delta^2 = 2\pi \cdot 12{,}5 \text{ Dyn} = 982 \text{ Dyn} = 1 \text{ g}.$$

212. Eine Kugel von r cm Radius ist im ganzen Innern mit der gleichförmigen Dichte δ geladen. In welchen Punkten ist das Potential und in welchen ist die anziehende Kraft ein Maximum?

Antwort: Für einen d cm vom Mittelpunkt einer Kugel gelegenen Punkt ist das Potential, allgemein ausgedrückt,

$$V = 2\pi\delta r^2 - \tfrac{2}{3}\pi\delta d^2.$$

Der Wert wird ein Maximum oder Minimum für solche Werte d, die $\frac{dV}{dd} = 0$, oder $\frac{4}{3}\pi\delta d = 0$ befriedigen; also für $d = 0$; der entsprechende Potentialwert ist

$$V_m = 2\pi\delta r^2.$$

Der allgemeine Ausdruck für die anziehende Kraft ist $K = \frac{4}{3}\pi\delta d$, und dieser erhält seinen Maximalwert für $d = r$, also ist

$$K_m = \tfrac{4}{3}\pi\delta r.$$

213. Eine Kugelfläche, deren Radius 4 cm ist, wurde mit 0,0000001 Coulomb oder 300 E. S. E. geladen. Mit welcher Kraft wirkt diese Ladung auf die E. S. E., welche sich 1 cm außerhalb der Schale befindet?

Antwort: Mit

$$K = \frac{Q}{d^2} = \frac{300}{(4+1)^2}\ \text{E. S. E.} = \frac{300}{25}\ \text{E. S. E.} = 12\ \text{Dyn.}$$

214. Welche Ladung in Coulomb muß eine Kugelschale von 40 cm Durchmesser haben, damit die E. S. E. der Elektrizität mit der Kraft eines Grammes auf ihrer Oberfläche zurückgehalten wird?

Antwort: Indem man die Anziehungskraft nach dem Coulombschen Gesetz ausdrückt und einem Gramm gleichsetzt, wird

$$1\ \text{gr} = 981\ \text{Dyn E. S. E.} = R/20^2\ \text{E. S. E.}$$

Hieraus ergibt sich

$$Q = 392244\ \text{E. S. E.} = 0{,}000131\ \text{Coulomb.}$$

215. Das Kabel in 164. sei auf die Erde gelegt und mit einer Elektrizitätsmenge von 5000 Volt Spannung geladen; welche Entladung kann dann eine auf der Erde stehende Person aus der Kabelhülle ziehen? — und welche Entladung, wenn das Kabel isoliert auf Telegraphenstangen hängt?

Antwort: Im ersten Fall ist keine Entladung möglich, weil Kabelhülle, Erde und Person alle auf demselben Potentialwert sich befinden. Im andern Falle ist jede Entladung möglich vom Nullwert bis zu einem Maximalwerte, bei dem die Hülle selbst das Potential von 5000 Volt hätte. Dieser Maximalwert beträgt 12,24 Mikrofarad $\times$ 5000 Volt = = 0,0612 Coulomb.

216. In den Endpunkten der großen Achse einer Ellipse sowie in den Schnittpunkten der Kurve mit den Senkrechten zur großen Achse, die in den Brennpunkten errichtet werden, befinden sich gleiche elektrische Massen m. Diese haben jedoch der Reihe nach entgegengesetzte Vorzeichen. Welche Arbeit wird dann nötig sein, um die elektrische Masse m' von einem Brennpunkt nach dem andern zu bringen? (Fig. 19.)

Fig. 19.

Antwort: Wenn m' der Einheit der elektrischen Menge gleich wäre, so wäre die Anzahl der nötigen Arbeitseinheiten gleich der Anzahl der Einheiten, um die das Potential in einem Brennpunkt vom Potential im andern Brennpunkt verschieden ist. Wenn also V und $-V$ die Potentialwerte in beiden Punkten sind, so wird die Arbeit auf m' Einheiten

$$m' \cdot V - m'(-V) = 2m'V$$

betragen. Das Potential V in einem der Punkte hat aber den Wert

$$V = +\frac{m}{a} - \frac{2m}{b} + \frac{2m}{c} - \frac{m}{e+a} = m\left(\frac{1}{a} - \frac{2}{b} + \frac{2}{c} - \frac{1}{a+e}\right).$$

217. Welcher Arbeit bedarf es, um die elektrische Masse m von einem Ende eines Durchmessers eines Ellipsoids nach dem andern Ende zu bringen?

Antwort: Die Ellipsoidfläche ist eine Fläche gleichen Potentials; die verlangte Verschiebung kann daher ohne Aufwand von Arbeit bewirkt werden, oder besser, die Arbeit, die man leisten muß, um m vom Ende nach der Mitte zu bringen, wird wieder gewonnen, wenn m von der Mitte bis ans andere Ende verschoben wird.

218. In einem Luftkondensator von 1 Mikrofarad Kapazität hat die Belegung eine Ausdehnung von $F = 10000$ qcm; die isolierende Luftschicht hat $d = 0{,}1$ mm Dicke. Welche elektrische (potentielle) Energie Q nimmt derselbe auf, wenn die eine Belegung geerdet und die andere mit einer Elektrizitätsquelle verbunden ist, deren Potential 600 Volt beträgt?

Antwort:

$$Q = \frac{1}{8\pi} \cdot \frac{F}{d} \cdot V^2 = \frac{1}{8\pi} \cdot \frac{10000}{0{,}01} \left(\frac{600}{3 \cdot 10^2}\right)^2 \text{Erg} =$$

$$= 159240 \text{ Erg} = 162 \text{ (cmg)} = 0{,}016 \text{ Joule.}$$

219. Welche Wärmemenge wird bei Entladung dieses Kondensators erzeugt?

Antwort:

$$Q = \frac{159240}{4{,}18 \cdot 10^7} \text{ Kal-gr} = 0{,}00382 \text{ Kal-gr.}$$

220. Eine Metallkugel von 9 cm Radius ist auf 5000 Volt geladen. Welche Energiemenge Q enthält sie?

Antwort: Die potentielle Energie eines geladenen Leiters ist

$$Q = \frac{C \cdot V^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \left(\frac{5000}{3 \cdot 10^2}\right)^2 \text{ E. S. E.} = 1250 \text{ Erg} = 1{,}27 \text{ cmg} =$$
$$= 0{,}000125 \text{ Joule.}$$

221. Ein Kondensator hat 2,5 Mikrofarad Kapazität; er kann mit 600 Daniellschen Elementen (zu 1,00 Volt) geladen werden. Welche Energiemenge enthält er?

Antwort:

$$Q = \frac{1}{2} \times 2{,}5 \cdot 10^{-15} \times (600 \cdot 10^8)^2 \text{ E. M. E.} =$$
$$= 4500000 \text{ Erg} = 4587 \text{ cmg}$$

oder

$$Q = \frac{1}{2} \times 2{,}5 \cdot 9 \cdot 10^5 \times \left(\frac{600}{3 \cdot 10^2}\right)^2 \text{ E. S. E.} = 4500000 \text{ Erg} =$$
$$= 0{,}046 \text{ mkg.}$$

222. Zehn Leydener Flaschen von 40 cm Höhe, 12 cm Durchmesser, 0,1 cm Glasdicke und der spezifischen Kapazität $k = 3{,}3$ bilden eine Batterie; sie ist mit Elektrizität von 9000 Volt geladen. Wie groß ist die Energie, die bei der Entladung verbraucht wird? — Wie groß ist die gleichwertige Wärmemenge? — Wie groß wird die Temperaturerhöhung dieses Drahtes sein, wenn die Entladung durch einen dünnen Eisendraht fließt, der 1 gr wiegt?

Antwort: Die bei der Entladung verbrauchte Energiemenge ist

$$Q = \frac{k}{8\pi} \cdot \frac{F}{d} \cdot V^2 = 3{,}3 \times \frac{2\pi \cdot 40 \cdot 10}{0{,}1} \left(\frac{9000}{3 \cdot 10^2}\right)^2 \text{ Erg} =$$
$$= 17820000 \text{ Erg} = 0{,}182 \text{ mkg.}$$

Die erzeugte Wärmemenge ist

$$Q' = 1{,}78 \text{ Joule,}$$

oder

$$Q' = \frac{17820000}{41800000} \text{ Kal-gr} = 0{,}426 \text{ Kal-gr,}$$

oder

$$Q' = 1{,}78 \text{ Joule} \times 0{,}24 \text{ Kal} = 0{,}426 \text{ Kal-gr.}$$

Da die spezifische Wärme des Eisens $c = 0{,}113$ beträgt, so muß 1 gr des Drahtes eine Temperaturerhöhung von

$$T = \frac{0{,}426}{0{,}113} = 3{,}8^0$$

erfahren.

223. Eine Batterie von 10 Leydener Flaschen enthält geladen 0,6 mkg = 5,9 Joule Energie; die Belegungen haben eine Potentialdifferenz von 3000 Volt. Wie groß ist die Ladung? — Wie groß ist die Kapazität der Batterie?

Antwort: Die Energie beträgt

$$Q' = \frac{C \cdot V^2}{2} = \frac{Q\,V}{2} = \frac{Q^2}{2\,C}.$$

Hieraus ergibt sich

$$Q = \frac{2Q'}{V} = \frac{2 \cdot 60000 \cdot 981}{3000 \cdot \frac{1}{3 \cdot 10^2}} \text{E.S.E.} = 11{,}8 \cdot 10^6 \text{E.S.E.} = 0{,}0039 \text{ Coulomb}$$

Oder in Joule gerechnet

$$Q = \frac{2\,Q'}{V} = \frac{2 \cdot 5{,}9 \cdot 10^7}{3000 \cdot \frac{1}{300}} \text{ E. S. E.} = 11{,}8 \cdot 10^6 \text{ E. S. E.}$$

Die Kapazität ergibt sich zu

$$C = \frac{2\,Q'}{V^2} = \frac{2 \cdot 60000}{\left(3000 \cdot \frac{1}{3 \cdot 10^2}\right)^2} \text{E.S.E.} = 1200 \text{ E.S.E.} = 0{,}00133 \text{ Mikrofarad.}$$

C. Dynamische Elektrizität.

I. Begriff der elektromotorischen Kraft und der Elektrizitätsmenge.

224. Welche Spannung hat eine Voltasche Säule von 80 Paaren im Vergleich zur Spannung eines Paares? — Wie verhalten sich die entwickelten Elektrizitätsmengen, wenn man voraussetzt, daß die Pole durch einen dicken (widerstandslosen) Kupferdraht verbunden sind?

Antwort: Die Spannung der 80 Paare ist das 80fache. — Die durchgehenden Elektrizitätsmengen sind in beiden Fällen dieselben; denn wenn auch bei 80 Paaren die treibende Kraft 80mal größer geworden, so ist auch der zu überwindende Widerstand das 80fache geworden.

225. Die 40 ersten Paare einer Voltaschen Säule haben die entgegengesetzte Richtung wie die 40 andern Paare. Welche

Spannung findet man an den Enden der Säule? Welche Spannung herrscht zwischen einem Ende und der Mitte?

Antwort: Zwischen den Enden kann keine Spannung herrschen, da sich diese aus zwei entgegengesetzt gleichen Teilen zusammensetzt. — Zwischen der Mitte und einem Ende ist die Spannung das 40fache der Spannung eines Paares.

226. Von $2n$ Voltaschen Paaren sind die einen n nach einer Seite und die andern n nach der andern Seite gerichtet; die Enden (z B. Zink und Zink) sind durch einen Metalldraht verbunden. Welcher Spannungsunterschied ergibt sich zwischen diesem Draht und der Mitte der Säule? Welche Strommenge fließt durch den Draht, verglichen mit der Menge, welche ein Paar liefern könnte?

Antwort: Die n Paare Zn-Cu und die n Paare Cu-Zn ergeben die Potentialdifferenz des n-fachen eines Paares.

Die Elektrizitätsmenge, welche durch den Draht fließt, ist das Doppelte der Menge, die ein Paar liefern kann, wenn die Mitte der Säule und der Metalldraht durch einen zweiten Draht verbunden sind. Ohne diese Verbindung fließt kein Strom durch den Draht Zn-Zn.

227. Wie müssen die 50 Paare einer Voltaschen Säule angeordnet sein, damit die elektromotorische Kraft das 50fache derjenigen eines Paares wird? Wie muß die Anordnung gemacht werden, damit die Kraft der 50 Paare das 25fache der Kraft eines Paares wird?

Antwort: Alle Paare müssen im selben Sinne, d. h. hintereinander geschaltet werden. — Um die 25fache Strommenge zu erhalten, sind die Paare zu zweien so aneinanderzureihen, daß der Sinn von zwei zu zwei Paaren sich ändert, also der Reihe nach Zn-Cu, Zn-Cu; Cu-Zn, Cu-Zn; Zn-Cu, Zn·Cu;... Außerdem sind die doppelten Zink- und ebenso die doppelten Kupferplatten unter sich durch je einen Draht zu verbinden. Diese zwei Drähte haben eine doppelt so große Spannungsdifferenz als die beiden Pole eines Paares; sie liefern auch die verlangte Strommenge, weil sowohl die Zinkfläche als die Kupferfläche das 25fache derjenigen eines Paares geworden ist.

228. Welches ist nach den Zahlen von Ed. Becquerel die elektromotorische Kraft eines Kohle-Kupfer-Schwefelsäure-Elements, verglichen mit der elektromotorischen Kraft des Kohle-Kalium-Schwefelsäure-Elements?

Antwort: Nach Tafel IX ist die elektromotorische Kraft des ersten Elementes der Zahl 35 proportional, die des zweiten aber der Zahl 173. Das gesuchte Verhältnis ist also ungefähr 5.

229. Eine Batterie von 6 Platin-Zink-Schwefelsäure-Elementen soll durch eine Batterie von Platin-Kupfer-Schwefelsäure-Elementen so ersetzt werden, daß sie beide gleiche elektromotorische Kraft haben. Wie viele Elemente sind nötig?

Antwort: Die 6 Pt-Zn-SO_4-Elemente haben eine elektromotorische Kraft, die der Zahl $6 \cdot 103 = 618$ proportional ist. Die x Pt-Cu-Elemente müssen eine elektromotorische Kraft haben, die der Zahl $x \cdot 35$ proportional ist. Da nun $618 = 35 \cdot x$ sein muß, so folgt $x = 18$ Pt-Cu-Elemente.

230. In welchem Verhältnis stehen die elektromotorischen Kräfte dreier Batterien, von denen die erste aus 4 Elementen Kohle-Eisen, die zweite aus 6 Elementen Eisen-Zink, die dritte aus 3 Elementen Kohle-Zink (je mit Schwefelsäure) besteht?

Antwort: Die e. m. K. sind den Produkten $4 \cdot 61$ bez. $6 \cdot 42$ bez. $3 \cdot 103$ proportional. Die e. m. K. verhalten sich also wie $244 : 252 : 309$.

II. Gesetz der Elektrolyse.

231. In demselben Stromkreis sind zwei Voltameter mit Platin-Elektroden eingeschaltet. Das eine hat 12 qcm Oberfläche, das andere 0,6 qcm und beide tauchen in angesäuertes Wasser. Im ersten Voltameter werden in einer gewissen Zeit 40 qcm Gas entwickelt; wieviel im zweiten?

Antwort: Die entwickelten Gasmengen hängen nur von der Stromstärke ab. Diese ist aber die nämliche für beide Voltameter, da sie hintereinander geschaltet sind. Beide Voltameter werden daher auch nach derselben Zeit dieselbe Gasmenge enthalten.

232. Zwischen den zwei Punkten A und B eines Stromkreises besteht eine Verzweigung von zwei Zweigen, von denen jeder ein Voltameter enthält. Die beiden Zweige sind so beschaffen, daß die darin fließenden Ströme sich wie 2 zu 5 verhalten. Ein drittes Voltameter ist vor der Verzweigung eingeschaltet. Der schwächere Strom im einen Zweig schlägt in einer gewissen Zeit 0,6 gr Kupfer nieder. Welche Kupfermengen werden in derselben Zeit in den beiden andern Voltametern niedergeschlagen? (Fig. 20.)

Antwort: Die niedergeschlagenen Kupfermengen verhalten sich wie die Stromstärken; also $2:5 = 0{,}6\ \mathrm{gr} : x\ \mathrm{gr}$; folglich $x = 1{,}5$ gr. — Die Stromstärke im ungeteilten Kreis ist der Summe der Ströme in den Zweigen gleich, also ist das von ihr niedergeschlagene Kupfer $y = 0{,}6\ \mathrm{gr} + 1{,}5\ \mathrm{gr} = 2{,}1$ gr.

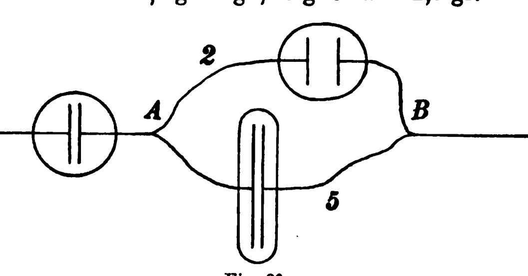


Fig. 20.

233. Ein gewisser Strom entwickelt 72 ccm Gas in 6 Minuten. Welche Gasmenge wird ein doppelt so starker Strom in 1 Minute erzeugen?

Antwort: Die Gasmenge ist der Stromstärke und der Zeit proportional; es werden also $72 \cdot 2 \cdot \frac{1}{6}$ ccm $= 24$ ccm Gas entwickelt werden.

234. In einem Werk für Galvanoplastik wird der gleiche Strom in mehrere Bäder nacheinander geleitet; es sind dies ein

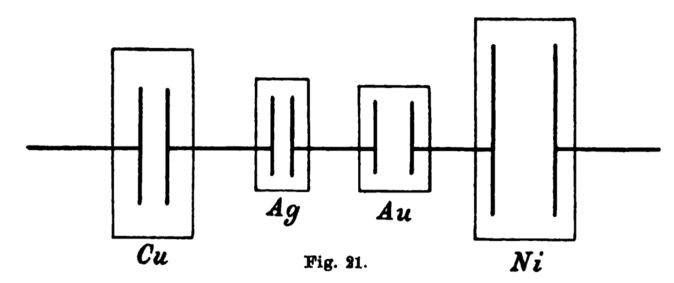


Fig. 21.

Kupferbad, ein Silberbad, ein Goldbad und ein Nickelbad. In welchem Verhältnis des Gewichts werden die einzelnen Metalle im gleichen Zeitintervall ausgeschieden? (Fig. 21.)

Antwort: Weil in allen Bädern die Stromstärke dieselbe ist und auch die Zeit dieselbe, so ist das Gewicht der ausgeschiedenen Metalle proportional den „elektrochemischen Äquivalenten“, also nach Tafel X:

$$\mathrm{Cu : Ag : Au : Ni} = 1{,}1819 : 4{,}046 : 2{,}4458 : 1{,}0958 =$$
$$= 0{,}3283 : 1{,}1180 : 0{,}6794 : 0{,}3044$$

oder

$$Cu : Ag : Au : Ni = \frac{63,2}{2} : \frac{107,7}{1} : \frac{196,2}{3} : \frac{58,6}{2} =$$

$$= 100 : 340,8 : 206,9 : 92,7.$$

III. Faradays Gesetz.

235. Wieviel Silber kann man mit einem Strom niederschlagen, der 0,6 gr Wasserstoff entwickelt?

Antwort: Ein Coulomb entwickelt 0,01 039 mg Wasserstoff oder auch 1,11 800 mg Silber nach Tafel X. Daher wird das niedergeschlagene Silbergewicht

$$(0,6/0,00001\,039) \times 0,00111\,800 \text{ gr} = 64,52 \text{ gr}.$$

236. Welches Gewicht und welches Volumen Wasserstoff kann der Strom entwickeln, der 200 gr Kupfer niederschlagen kann?

Antwort: Um die Anzahl elektrochemischer Äquivalente, die nötig ist, um 200 gr Kupfer niederzuschlagen, zu finden, genügt es, 200 gr durch 0,3283 zu dividieren und nachher mit 0,01 039 zu multiplizieren. Man findet 6,345 gr. Dies ist das Gewicht des entwickelten Wasserstoffs. — Da ein Liter H 0,0895 gr wiegt, so ist das Volumen des 6,345 gr schweren Gases 70 730 ccm.

237. Welche Menge Gold kann mit dem Strom niedergeschlagen werden, der 81 000 ccm Knallgas erzeugt?

Antwort: In den 81 000 ccm Knallgas sind $\frac{2}{3}$, also 54 000 ccm H enthalten; dieser wiegt 54 · 0,0895 gr = 4,833 gr. Das elektrochemische Äquivalent des Wasserstoffs ist 0,01 039 mg, so daß 4,833/0,00 001 039 = 464 100 Coulomb durch das Voltameter gehen. Weil das Äquivalent des Goldes = 0,0006 794 gr ist, so kann diese Anzahl Coulomb

$$464100 \times 0,0006\,794 \text{ gr} = 315,3 \text{ gr}$$

Gold niederschlagen.

238. Ein Silbervoltameter, ein Kupfervoltameter und ein Platinvoltameter sind hintereinander in denselben Kreis eingeschaltet. Nach 3 Stunden sind 150 gr Silber niedergeschlagen; wieviel Kupfer und Platin?

Antwort: Der Strom, der 150 gr Silber niederschlägt, führt 150/0,00111 800 Coulomb oder 134165 Coulomb, schlägt also 134165 × 0,00 328 = 44,1 gr Kupfer und 67,75 gr Platin nieder.

239. Ein Ampère geht durch 5 Voltameter; das erste enthält eine Kupfersulfatlösung (SO_4Cu), das zweite Cl_2Cu, das dritte SO_4Fe, das vierte Cl_3Fe und das fünfte Wasser. Wieviel Metall wird in jedem der verschiedenen Voltameter in 2000 Sekunden ausgeschieden?

Antwort: Durch jedes Voltameter gehen 2000 Ampère-Sekunden oder 2000 Coulomb. Die gleichwertigen Mengen dieser Elektrolyten sind folgende:

$$3(SO_4Cu),\quad 3(Cl_2Cu),\quad 3(SO_4Fe),\quad 2(Cl_3Fe),\quad 3(H_2O).$$

Ihre Zersetzungsprodukte sind

$$3(SO_4),\ 3\,Cu;\quad 6\,Cl,\ 3\,Cu;\quad 3\,SO_4,\ 3\,Fe;\quad 6\,Cl,\ 2\,Fe;\quad 6\,H,\ 3\,O.$$

Die Gewichte dieser Produkte sind folgenden Zahlen proportional:

$$3 \cdot 96 \text{ und } 3 \cdot 63{,}2;\quad 6 \cdot 35{,}4 \text{ und } 3 \cdot 63{,}2;\quad 3 \cdot 96 \text{ und } 3 \cdot 56;$$
$$6 \cdot 35{,}4 \text{ und } 2 \cdot 56;\quad 6 \cdot 1 \text{ und } 3 \cdot 15,$$

oder, wenn man alle durch 6 dividiert, um für Wasserstoff das Gewicht 1 zu haben,

$$\tfrac{1}{2} \cdot 96 \text{ und } \tfrac{1}{2} \cdot 63{,}2;\quad 1 \cdot 35{,}4 \text{ und } \tfrac{1}{2} \cdot 63{,}2;\quad \tfrac{1}{2} \cdot 96 \text{ und } \tfrac{1}{2} \cdot 56;$$
$$1 \cdot 35{,}4 \text{ und } \tfrac{1}{3} \cdot 56;\quad 1 \cdot 1 \text{ und } \tfrac{1}{2} \cdot 16.$$

Nach Tafel X entwickelt ein Coulomb oder eine Ampère-Sekunde 0,01039 mg Wasserstoff, also entwickeln 2000 Coulomb 0,0208 gr Wasserstoff. Daher müssen im ersten Voltameter

$$\tfrac{1}{2} \cdot 96 \cdot 0{,}0208 = 0{,}998 \text{ gr Schwefelsäure}$$

und
$$\tfrac{1}{2} \cdot 63{,}2 \cdot 0{,}0208 = 0{,}6573 \text{ gr Kupfer}$$

sein; im zweiten Voltameter befinden sich

$$35{,}4 \cdot 0{,}0208 = 0{,}7632 \text{ gr Chlor}$$

und
$$\tfrac{1}{2} \cdot 63{,}2 \cdot 0{,}0208 = 0{,}6573 \text{ gr Kupfer};$$

im dritten Voltameter

$$0{,}998 \text{ gr Schwefelsäure und } \tfrac{1}{2} \cdot 55{,}9 \cdot 0{,}0208 = 0{,}581 \text{ gr Eisen};$$

im vierten

$$0{,}7632 \text{ gr Chlor und } \tfrac{1}{3} \cdot 55{,}9 \cdot 0{,}0208 = 0{,}3876 \text{ gr Eisen};$$

im fünften

$$0{,}0208 \text{ gr Wasserstoff und } \tfrac{1}{2} \cdot 15{,}96 \cdot 0{,}0208 = 0{,}166 \text{ gr Sauerstoff}.$$

240. Wieviel Kupfersulfat zersetzt der Strom, welcher 9 gr Wasser zerlegt?

Antwort: Durch Zerlegung von 9 gr Wasser werden $\frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 1 + 1 \cdot 8} \cdot 9$ gr = 1 gr Wasserstoff erzeugt. Derselbe Strom schlägt 31,6 gr Kupfer nieder. Nach der Formel $SO_4Cu + 5\,H_2O$ ist dieses Kupfer in

$$32 + 4 \cdot 16 + 31{,}6 + 5 \cdot 18 = 217{,}6 \text{ gr Vitriol}$$

enthalten.

241. Wieviel Zink wird in einer Säule verbraucht, die 60 g Silber aus einem Bad mit Silbernitrat ($NO_3\,Ag$) niederschlägt, wenn man annimmt, daß 20 % des Zinkes infolge seiner Unreinheit verloren gehen?

Antwort: Ein Niederschlag von 107,7 gr Silber verlangt 32,4 gr reines Zink; die 60 gr verlangen somit $\frac{60}{107{,}7} \cdot 32{,}4 = 18{,}08$ gr reines Zink, also $\frac{5}{4} \cdot 18{,}08$ gr = 22,6 gr käufliches Zink.

242. Man hat, um eine Gipsstatue zu verkupfern, 128 gr auf sie niedergeschlagen. Was kostet dieser Niederschlag, wenn man annimmt, er sei mit Daniellschen Elementen gemacht und es seien nur die Preise des Kupfersulfats, des Zinks und der Schwefelsäure gerechnet?

Antwort: Die 128 gr Kupfer verlangen

$$\frac{128}{63{,}2}(32 + 4 \cdot 16 + 63{,}2 + 5 \cdot 18) \text{ gr} = 502 \text{ gr}$$

Kupfersulfat, welche (das kg zu 1,60 Fr. gerechnet) 0,83 Fr. kosten. — Der verlangte Niederschlag bedingt einen Strom, der $\frac{5}{4} \cdot \frac{128}{63{,}2} \cdot 64{,}9 = 164{,}3$ gr käufliches Zink verbraucht. Dieses kostet $164{,}5 \cdot 0{,}003$ Fr. = 0,50 Fr. Außerdem wird im Element selbst dieselbe Kupfermenge aus Vitriol abgeschieden wie im Kupferbade. Die im Element verbrauchte Schwefelsäure ist $\frac{128}{63{,}2}(32 + 4 \cdot 16 + 2 \cdot 1)$ gr = 199 gr und kostet 1,49 Fr. Der gesamte Preis ist $2 \cdot 0{,}83 + 0{,}50 + 1{,}49 = 3{,}65$ Fr.

243. Wenn ein Coulomb 0,0003283 gr Kupfer niederschlägt, welche Elektrizitätsmenge ist dann nötig, um 128 gr Kupfer abzuscheiden?

Antwort: Es sind

$$128 : 0{,}0\,003\,283 = 389\,880 \text{ Coulomb.}$$

244. Welches Volumen Knallgas wird von der Strommenge entwickelt, welche 128 gr Kupfer abscheiden kann, wenn ein Coulomb 0,17409 ccm entwickelt?

Antwort: Da nach 243. zur Abscheidung für jene Kupfermenge 389880 Coulomb nötig sind, so müssen

$$389880 \cdot 0{,}17409 \text{ ccm} = 67874 \text{ ccm}$$

Gas erzeugt werden.

245. Eine Batterie, die zum Versilbern dient, gibt einen Strom von 0,6 Ampère. Wieviel Silber wird während 3 Sekunden auf einen Gegenstand von 350 qcm Oberfläche niedergeschlagen, wenn eine Ampère-Stunde 4,026 gr abscheidet? Welches ist die Dicke der entstehenden Schicht?

Antwort: Das niedergeschlagene Silber wiegt

$$4{,}026 \cdot 0{,}6 \cdot \frac{3}{60 \cdot 60} \text{ gr} = 0{,}002013 \text{ gr.}$$

Das Volumen der Schicht wird 0,002013 : 10,51 ccm = 0,0002 ccm und daher die Dicke 0,0002 : 350 cm = 0,0000006 cm.

246. Wie lange muß man ein Platinblech von 200 qcm Oberfläche in einem Kupferbad lassen, damit die Dicke der Kupferschicht 0,00000005 cm sei, wenn man einen konstanten Strom von 0,2 Ampère voraussetzt und eine Ampère-Stunde 1,1819 gr Kupfer niederschlägt?

Antwort: Ist x die gesuchte Sekundenzahl, so muß

$$1{,}1\,819 \cdot 0{,}2 \cdot \frac{x}{60 \cdot 60} \cdot \frac{1}{8{,}94} \cdot \frac{1}{200} = 5 \cdot 10^{-8}$$

sein und somit

$$x = 1{,}35.$$

247. In einer Werkstätte für galvanoplastische Arbeiten läßt man denselben Strom durch ein Kupferbad, ein Silberbad, ein Goldbad und ein Nickelbad gehen In welchem Verhältnis stehen die Gewichte der niedergeschlagenen Metalle?

Antwort: Da dieselbe Elektrizitätsmenge durch jedes der Voltameter fließt, so müssen sich die niedergeschlagenen Metall-

mengen umgekehrt wie ihre elektrochemischen Äquivalente verhalten, also (siehe Tafel X)

$$\mathrm{Cu : Ag : Au : Ni} = \frac{1}{1{,}1819} : \frac{1}{4{,}026} : \frac{1}{2{,}446} : \frac{1}{1{,}0958} =$$
$$= 84{,}6 : 24{,}8 : 40{,}9 : 91{,}2 =$$
$$= 100 : 29{,}3 : 48{,}3 : 127.$$

Wenn man die elektrochemischen Äquivalente einführt, so hat man

$$\mathrm{Cu : Ag : Au : Ni} = \frac{2}{63{,}2} : \frac{1}{107{,}7} : \frac{3}{196{,}2} : \frac{2}{58{,}6} =$$
$$= 0{,}03165 : 0{,}00929 : 0{,}01529 : 0{,}03413 =$$
$$= 100 : 29{,}3 : 48{,}3 : 107{,}8.$$

248. Welche Stromstärke ist notwendig, um 1 gr Wasser in einer Sekunde zu zerlegen?

Antwort: Nach den Messungen von Kohlrausch entwickelt ein Coulomb durch Zersetzung von angesäuertem Wasser 0,00001039 gr Wasserstoff. Das in der nämlichen Zeit zerlegte Gewicht Wasser ist $9 \cdot 0{,}00001039$ gr. Demnach muß die gesuchte Ampèrezahl x der Bedingung genügen

$$x \cdot 9 \cdot 0{,}00001039 \text{ gr} = 1 \text{ gr}; \quad \text{folglich} \quad x = 10694.$$

249. Gewöhnlich wird die Stromstärke beim Verkupfern so gewählt, daß in 24 Stunden auf jeden qcm ein Kupfergewicht von 0,5 gr abgesetzt wird. Wenn der Niederschlag 1,5 gr wiegt, so ist er schlecht. Welches sind die diesen Fällen entsprechenden Stromstärken?

Antwort: Nach Tafel X gibt jedes Coulomb 0,0003283 gr, wonach ein Ampère in 24 Stunden $1 \times 24 \cdot 60 \cdot 60 \times 0{,}0003283 \text{ gr} = 28{,}0$ gr gibt. Damit in dieser Zeit der Niederschlag nur $^1/_2$ gr wiege statt 28 gr, so muß der Strom $\frac{1}{2 \cdot 28}\,\mathrm{A} = \frac{1}{56}\,\mathrm{A}$ auf das qcm sein. Für den schlechten Niederschlag hat man $\frac{3}{56}\,\mathrm{A} = 0{,}053\,\mathrm{A}$.

250. Mit einer Dynamomaschine lassen sich auf 1 qm pro Stunde 600 gr Nickel niederschlagen. Welcher Stromstärke entspricht dies auf ein qcm gerechnet?

Antwort: Die angegebene Nickelmenge entspricht $\frac{600}{3600 \cdot 10000}$ gr

pro Sekunde und qcm. Da 1 Ampère-Sekunde 0,0003044 gr niederzuschlagen vermag, so ist die gesuchte Stromstärke

$$\frac{600}{3600 \cdot 10000 \times 0{,}0003044} = 0{,}0505 \text{ A}.$$

251. Von drei in Reihe geschalteten Voltametern enthält das erste Chlorwasserstoffsäure, das zweite Wasser, das dritte Ammo-

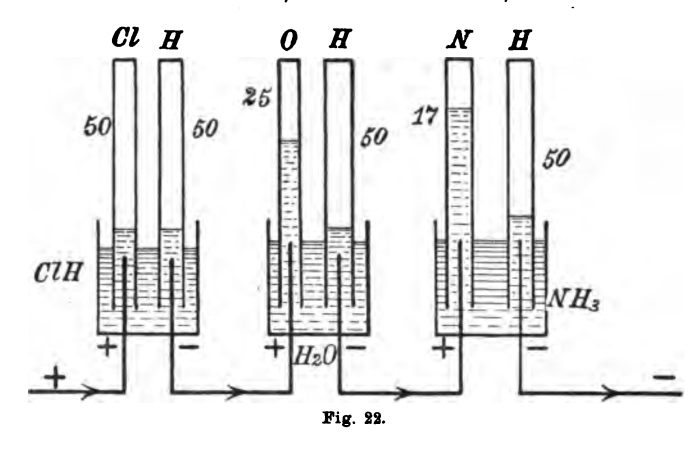


Fig. 22.

niak. Wie groß ist die Gasmenge, welche bei den 6 Polen entwickelt wurde, wenn 2 Ampère 30 Minuten durchgeleitet werden? (Fig. 22.)

Antwort: Zu gleicher Zeit und mit dem gleichem Strom werden in den Voltametern gleichwertige Mengen von Chlorwasserstoff, Wasser und Ammoniak entwickelt; daher bei den positiven Polen Chlor, Sauerstoff und Stickstoff, und bei den negativen Polen gleichwertige Mengen Wasserstoff. Aus den Mengen $12(ClH)$, $6(OH_2)$ und $4(NH_3)$ entwickeln sich

$12 \times 2 \cdot 30 \cdot 60 \times 0{,}01039 \text{ mgr} = 0{,}4488 \text{ gr} = 5014$ ccm Wasserstoff;

$12 \times 2 \cdot 30 \cdot 60 \times 0{,}3678 \text{ mgr} = 15{,}88 \text{ gr} = 5067$ ccm Chlor;

$12 \times 2 \cdot 30 \cdot 60 \times 0{,}0831 \text{ mgr} = 1{,}795 \text{ gr} = 2507$ ccm Sauerstoff;

$12 \times 2 \cdot 30 \cdot 60 \times 0{,}0488 \text{ mgr} = 0{,}7028 \text{ gr} = 1671$ ccm Stickstoff.

Bemerkung: Nach der Auffassung der Chemie sind $6\,ClH$, $3\,OH_2$ und $2\,NH_3$ gleichwertig, und durch Elektrolyse gewinnt man im

	ersten	zweiten	dritten Voltameter
am positiven Pol	$12\,Cl = 6\,Cl_2$	$6\,O = 3\,O_2$	$4\,N = 2\,N_2$,
am negativen Pol	$12\,H = 6\,H_2$	$12\,H = 6\,H_2$	$12\,N = 6\,N_2$.

IV. Begriff der Stromeinheit.

252. Im Mittelpunkt eines Kreisbogens, dessen Länge und dessen Radius gleich 1 cm sind, befindet sich die Einheit der magnetischen Masse. Wie stark ist der im Bogen fließende Strom, wenn die Stärke der gegenseitigen Anziehung 1 Dyn beträgt? (Fig. 23.)

Antwort: Nach der Definition ist diese Stromstärke diejenige der elektromagnetischen Stromeinheit (E. M. E.).

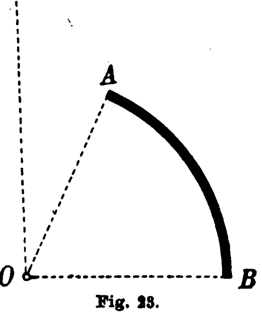


Fig. 23.

253. In einem Kreise von 1 cm Radius fließt ein Strom von der Stärke 1 E. M. E. Mit welcher Kraft wirkt dieser Strom auf die im Mittelpunkt befindliche Einheit der magnetischen Masse? (Fig. 24.)

Antwort: Da gemäß der Definition der Strom auf jeden cm Bogenlänge mit der Kraft von 1 Dyn wirkt, so wird der Strom im ganzen Kreis von 2π cm Länge mit einer 2πfachen Kraft, also mit 2π Dyn wirken.

Fig. 24.

254. Man läßt eine E. M. E. des Stromes in einem Kreis von r cm Radius fließen; mit welcher Kraft wirkt jene auf eine E. M. E. der magnetischen Masse, die sich im Mittelpunkt befindet?

Antwort: Der Stromkreis ist $2\pi r$ cm lang, aber seine Elemente liegen jetzt in einer Entfernung von r cm statt 1 cm. Die Wirkung desselben auf den Pol wird im Verhältnis von $1^2 : r^2$ kleiner sein und

$$\frac{2\pi r}{r^2} = \frac{2\pi}{r} \text{ Dyn}$$

betragen.

255. Wenn m magnetische Einheiten im Mittelpunkt eines Kreises liegen und dieser von i E. M. E. des Stromes durchflossen wird, wie groß muß dann der Radius des Kreises sein, damit die wirkende Kraft 1 Dyn beträgt? (Fig. 25.)

Antwort: Die Kraft des Stromes auf den Pol ist einerseits ausgedrückt durch $\frac{mi \cdot 2\pi r}{r^2}$ Dyn und anderseits durch 1 Dyn (nach der gestellten Bedingung). Aus der Gleichung $\frac{2\pi mi}{r} = 1$ folgt $r = 2\pi mi$ cm.

256. Wie groß muß der Radius r des Kreises sein, der $2\pi r$ cm lang ist und von dem Strom einer E. M. E. durchflossen wird, damit die Wirkung auf die Einheit der magnetischen Masse im Mittelpunkt diejenige eines Dyn sei?

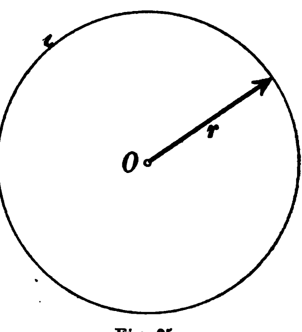


Fig. 25.

Antwort: Die wirkende Kraft ist

$$1 \text{ Dyn} = \frac{2\pi r \cdot 1 \cdot 1}{r^2} \text{ Dyn};$$

folglich $r = 2\pi$ cm.

257. Zwei Halbkreise mit den Radien r und R liegen einander konzentrisch gegenüber, so daß ihre Enden auf demselben Durchmesser liegen. Der von den Halbkreisen und den Abschnitten des Durchmessers gebildete Stromkreis wird von i E. M. E. durchflossen, und im Mittelpunkt befinden sich m Einheiten magnetischer Masse. Mit welcher Kraft wirkt jener Strom auf diesen Pol? (Fig. 26.)

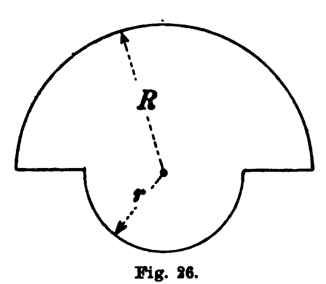


Fig. 26.

Antwort: Der Ausdruck für die Kraft setzt sich aus zwei Teilen zusammen und ist

$$K = \frac{\pi rim}{r^2} + \frac{\pi Rim}{R^2} \text{ Dyn} = \pi im\left\{\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right\} \text{ Dyn}.$$

258. Wenn in 257. die Angaben $m = i = 1$ und $R = 2r$ sind, wie groß muß dann r sein, damit $K = 1$ Dyn sei?

Antwort: Nach 257. wird die Bedingung für r

$$1 = \pi im\left(\frac{R+r}{R \cdot r}\right) = \pi \frac{3r}{Rr} = \frac{3\pi}{R},$$

so daß

$$R = 3\pi \text{ cm} \quad \text{und} \quad r = \frac{3\pi}{2} \text{ cm}$$

wird.

259. Der Strom in einem kreisförmigen Leiter von 5 cm Radius wirkt auf 4 E. M. E. der magnetischen Masse, die im Mittelpunkt liegen, mit der Kraft von 0,1 Dyn. Welche Intensität in Ampère hat der Strom?

Antwort: Ist x Ampère die unbekannte Stromstärke, so muß die Gleichung

$$2\pi \cdot \frac{x}{10} \cdot 4 \cdot \frac{1}{5} = 0{,}1 \text{ Dyn}$$

bestehen. Daraus folgt

$$x = 0{,}2.$$

260. In einem Stromkreise läuft 1 Coulomb Elektrizität in jeder Sekunde. Wie groß ist die Stromstärke in diesem Kreis?

Antwort: Der Definition zufolge ist diese Stromstärke

1 A.

261. Eine Glühlampe glüht bei einem Stromverbrauch von 0,5 Ampère. Wie viele Coulomb gehen durch diese Lampe in einer Stunde?

Antwort: Die Stromstärke 0,5 Ampère liefert 0,5 Coulomb in der Sek.; in 1 Stunde = 3600 Sek. gehen 3600 · 0,5 = 1800 Coulomb durch die Lampe.

262. Eine Bogenlampe und ein Stromstärkemesser (Ampèremeter, Tangentenboussole, Galvanometer) sind in demselben Stromkreis eingeschaltet; das Meßinstrument zeigt 25 Ampère an. Welche Elektrizitätsmenge geht in einer Minute durch die Bogenlampe, durch das Meßinstrument und die Dynamo? (Fig. 27.)

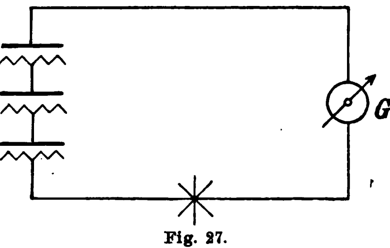


Fig. 27.

Antwort: Durch jeden Punkt des Stromkreises gehen

60 · 25 Ampère-Sek. = 1500 Coulomb pro Minute.

V. Begriff der elektrischen Mengeneinheit.

263. Der Strom eines Daniell-Elementes (1 Volt) geht durch einen Platindraht, der sich in einem Gefäß befindet, das einem

Wasser- (Luft-, Petroleum-) Thermometer ähnlich ist; das Kapillarrohr aus diesem Gefäß ist in Kal-gr oder in Joule eingeteilt. Nach einer gewissen Zeit leistet der Strom 1 Joule Arbeit. Welche Elektrizitätsmenge geht durch den Platindraht (Coulombmeter)?

Antwort: Nach der Definition ist die Elektrizitätsmenge, die bei 1 Volt elektromotorischer Kraft 1 Joule Arbeit gibt, „1 Coulomb".

(Analogon: Die Wassermenge, die mit der Kraft 1 kg die Arbeit 1 mkg leistet, ist 1 l.)

264. Wie groß ist die elektromotorische Kraft (e. m. K.), die einem Coulomb die Energiemenge 1 Joule geben kann?

Antwort: Nach der Definition ist sie „1 Volt".

265. Wenn die e. m. K. von 50 Volt die Energiemenge 1 Joule erzeugen kann, wie groß muß die nötige Elektrizitätsmenge sein?

Antwort: Die Energie ist proportional der e. m. K.; die nötige Elektrizitätsmenge ist dieser e. m. K. umgekehrt proportional. Sie muß also 1/50 Coulomb = 0,02 Coulomb sein.

266. Eine gewisse Menge Elektrizität, die 50 Volt e. m. K. hat, muß 300 Joule Arbeit leisten. Wie groß muß diese Elektrizitätsmenge sein?

Antwort: Die nötige Menge ist 300/50 = 6 Coulomb.

267. Man soll 1 Ampère-Stunde in Ampère-Sekunden und in Coulomb ausdrücken.

Antwort: Eine Ampère-Stunde ist die Elektrizitätsmenge, die 1 Ampère in einer Stunde oder in 3600 Sekunden liefert, und weil 1 Ampère-Sekunde einem Coulomb gleichwertig ist, so muß 1 Ampère-Stunde = 3600 Ampère-Sekunden = 3600 Coulomb sein.

268. In einem Leiter fließt ein Strom von 10 Ampère. Welche Menge Elektrizität fließt in der Sekunde durch den Querschnitt dieses Leiters?

Antwort: Die 10 Ampère sind einer E. M. E. der Stromstärke gleichwertig. Wenn aber diese in einem Leiter strömt, so ist die in der Sekunde durch den Querschnitt gehende Menge nach Definition einer E. M. E. der elektrischen Menge gleich, also gleich 10 technischen Einheiten in Elektrizitätsmenge = 10 Ampère-Sek. = 10 Coulomb.

269. Ein Leiter wird von 200 Ampère durchflossen. Welche Elektrizitätsmenge geht in der Sekunde durch jeden Querschnitt?

Antwort: Die durchfließende Menge ist $200 \cdot \frac{1}{10} = 20$ E. M. E. der Menge oder nach der Definition des „Coulomb" gleich der Menge von 200 Coulomb.

270. Der eine Pol einer aus 4 nebeneinander geschalteten Akkumalatoren bestehenden Batterie ist geerdet, während der andere Pol seine Elektrizität an passende Behälter abgibt. Der Strom hat 40 Ampère und wird während 90 Minuten als vollständig unveränderlich angenommen. Welche Elektrizitätsmenge ist in dieser Zeit zur Erde abgeflossen?

Antwort: In praktischen Einheiten ausgedrückt ist die Menge

$$Q \text{ Coulomb} = I \text{ Ampère} \times T \text{ Sekunden} = 40 \cdot 90 \cdot 60 \text{ Coulomb} =$$
$$= 216\,000 \text{ Coulomb.}$$

In absoluten Einheiten ist dieselbe Menge

$$Q = 40 \cdot 0{,}1 \cdot 90 \cdot 60 = 21\,600 \text{ E. M. E.}$$

271. Die positive Elektrizität einer Reibungsmaschine wurde auf einen Kugelkonduktor von 6 cm Radius geleitet. Nach 5 Sekunden konnte man aus diesem einen 3 cm langen Funken ziehen (Spannung 8000 Volt). Wie stark war der Strom im Draht, der die Maschine mit dem Konduktor verband, wenn man voraussetzt, daß die Erzeugung der Elektrizität eine gleichmäßige gewesen sei?

Antwort:

$$Q = C \cdot V = 6 \times \frac{8000}{3 \cdot 10^2} \text{ E. S. E.} = 160 \text{ E. S. E.} =$$
$$= \frac{160}{3 \cdot 10^9} \text{ Coulomb} = \frac{1}{3} \cdot 0{,}00000016 \text{ Coulomb.}$$

Die in 1 Sekunde durch den Draht geflossene Menge ist der fünfte Teil dieser Anzahl Coulomb; also wird die mittlere Stromstärke

$$i = \frac{1}{5} \cdot \frac{160}{3 \cdot 10^9} \cdot \frac{\text{Coulomb}}{\text{sec}} = \frac{32}{3 \cdot 10^9} \text{ Ampère} =$$
$$= 0{,}000000106 \text{ Milliampère.}$$

VI. Begriff der Widerstandseinheit.

272. Eine gewisse Menge Quecksilber ist auf einer wagerechten Ebene 0,1 cm hoch ausgebreitet. Diese Schicht soll in vertikaler Richtung die elektromagnetische Widerstands-Einheit

(E. M. E.) darstellen. Wieviel Quecksilber braucht man zu diesem Zweck?

Antwort: Die Quecksilberschicht hat nicht 106 cm Dicke, sondern nur 0,1 cm. Weil der Widerstand 1 E. M. E. sein soll, so muß die Oberfläche (Querschnitt)

$$\frac{10^9 \cdot (0,1)^2}{1060} = \frac{1}{1060} \cdot 1000 \text{ qm} = 0,9434 \text{ qm}$$

sein. Daher findet man das Quecksilbervolumen

$$0,9434 \text{ qm} \times 0,1 \text{ cm} = 943,4 \text{ ccm},$$

und sein Gewicht

$$13,55 \times 943,4 \text{ gr} = 12,78 \text{ kg}.$$

273. Wie groß muß der Flächeninhalt einer Quecksilberschicht von 106 cm Dicke sein, damit der Widerstand in Richtung der Dicke 1 E. M. E. sei?

Antwort: Nach der internationalen Definition soll eine Quecksilberschicht, deren Dicke (Länge) 106 cm und deren Oberfläche (Querschnitt) 1 qmm beträgt, 1 Ohm = 10^9 E. M. E. Widerstand ergeben. Um nun 1 E. M. E. des Widerstands zu haben, muß die Oberfläche (Querschnitt) 10^9mal größer sein als 1 qmm; also

$$F = 10^9 \text{ qmm} = 1000 \text{ qm}.$$

274. Man will die E. M. E. des Widerstandes durch einen ausgeglühten, chemisch reinen Silberdraht von 2 cm Durchmesser darstellen. Wie lang muß er sein?

Antwort: Der Widerstand eines Silberdrahtes von 1 m Länge und 1 mm Durchmesser ist 0,020 Ohm (siehe Tafel XI), oder $0,20 \cdot 10^9$ E. M. E. — Der 20 mm dicke Draht wird einen $20^2 = 400$mal kleineren Widerstand haben, also 50 000 E. M. E. pro Meter. Um nur 1 E. M. E. des Widerstandes zu haben, muß die Länge des Drahtes 1000 mm : 50 000 = 0,02 mm sein.

275. Wie dick muß eine Kupferscheibe von 3 m Durchmesser sein, damit sie in der Richtung der Dicke einen Widerstand von 1 E. M. E. hat?

Antwort: $x = 0,046$ mm.

276. Das dünnste käufliche Kupferblech hat 0,02 cm Dicke. Welche Oberfläche muß es haben, damit der Widerstand in der Richtung der Dicke 1 E. M. E, betrage?

Antwort: Das gewalzte Kupfer hat 1,652 Mikroohm Widerstand pro ccm, oder $0{,}000001652 \cdot 10^9$ E. M. E. pro ccm. Der Widerstand für die Dicke 0,02 cm ist daher

$$1652 \times 0{,}02 \text{ E. M. E.} = 33{,}04 \text{ E. M. E.}$$

pro qcm. Da der Widerstand im selben Maße abnimmt, wie der Querschnitt oder die Fläche zunimmt, so wird die E. M. E. des Widerstandes durch eine Fläche von 33,04 qcm dargestellt sein.

277. Der dünnste Platindraht hat noch 0,01 mm Dicke. Wie lang muß er sein, damit sein Widerstand 1 E. M. E. betrage?

Antwort: Der Widerstand eines Platindrahtes von 100 cm Länge und 0,1 cm Dicke beträgt 0,171 Ohm; derjenige von x cm Länge und 0,001 cm Dicke hat den Widerstand von

$$0{,}171 \cdot 10^9 \times \frac{x}{100} \times \frac{1}{(0{,}001)^2} = 171 \cdot 10^{10} \cdot x \text{ E. M. E.}$$

Da dieser Widerstand 1 E. M. E. betragen soll, so ist nach der Beziehung $171 \cdot 10^{10} \cdot x = 1$ die gesuchte Länge

$$x = 0{,}006 \cdot 10^{-10} \text{ cm.}$$

278. Wie lang muß ein Draht aus Kupfer, Eisen, Platin, Nickel, Aluminium und Blei sein, damit sein Widerstand 1 Ohm sei, vorausgesetzt, daß er 1 mm dick ist?

Antwort: Der spezifische Widerstand (cm, gr, sec) sei ϱ und die gesuchte Länge x cm; dann muß nach Tafel XI die Beziehung bestehen

$$\frac{\varrho x}{\pi \cdot 0{,}05^2} = 10^9 \text{ E. M. E.},$$

also

$$x = 25 \cdot \pi \cdot 10^5 \cdot \frac{1}{\varrho} \text{ cm.}$$

— Also ergeben sich folgende Drahtlängen:

Cu = 47,6 m; Fe = 8,00 m; Pt = 8,60 m; Ni = 6,23 m;

Al = 26,66 m; Pb = 3,99 m.

279. Ein ccm Gold hat einen Widerstand von 2,090 Mikroohm. Wieviel macht dies in E. M. E. aus?

Antwort: Es ist

$$1 \text{ Mikroohm} = 10^{-6} \text{ Ohm} = 10^{-6} \cdot 10^9 \text{ E. M. E.} = 10^3 \text{ E. M. E.}$$

Die 2,090 Mikroohm machen $2{,}090 \cdot 10^3 = 2090$ E. M. E. aus.

280. Ein elektrischer Stromkreis enthält einen Akkulumator und einen Kupferdraht von bestimmter Länge und Dicke, um die Entladung vom positiven (schwarz) Pol nach dem negativen (grau) Pol möglich zu machen. Man ersetzt den Kupferdraht durch

1. einen 6mal so langen Kupferdraht,
2. einen Kupferdraht mit 4mal so großen Querschnitt,
3. einen 3mal so dicken Kupferdraht,
4. durch gleich langen und gleich dicken Eisen-, Nickel-, Silber-, Platindraht.

Wie beeinflussen diese Änderungen den elektrischen Strom?

Antwort: 1) Der Widerstand des Drahtes ist proportional der Länge; also muß die Stromstärke 6mal so klein werden. — 2) Ein größerer Querschnitt leitet den Strom proportional leichter, also wird er 4mal so stark. — 3) Die Dicke eines Drahtes bestimmt seinen Querschnitt; dieser ist proportional dem Quadrat der Dicke. Der Querschnitt wird demnach $3^2 = 9$mal so groß, und somit auch die Stromstärke. — 4) Die Metalldrähte haben verschiedene Wirkung, je nach der Natur des Metalles. Diese Wirkung wird ausgedrückt in den Zahlen in Tafel XI:

$$\text{Cu} : \text{Fe} : \text{Ni} : \text{Ag} : \text{Pt}$$

$$0{,}022 : 0{,}150 : 0{,}160 : 0{,}020 : 0{,}171$$

$$\frac{1}{45{,}6} : \frac{1}{6{,}66} : \frac{1}{6{,}2} : \frac{1}{50} : \frac{1}{5{,}8}.$$

281. Man leitet einen Strom durch eine Quecksilbersäule von 106 cm Länge und 1 qmm Querschnitt. Welchen Widerstand bietet diese Säule dem Strom?

Antwort: Nach der Definition ist es „die technische Einheit des Widerstandes", d. h. „das gesetzliche Ohm".

VII. Begriff und Einheit der elektromotorischen Kraft.

282. Man kann den elektrischen Strom von 1 Ampère durch einen Draht leiten, der 1 Ohm Widerstand hat; welche Art Kraft muß gewirkt haben, um diese Elektrizität auf diese Weise zu bewegen?

Antwort: Nach der Definition nennt man diese Kraft elektrischer Natur die elektromotorische Kraft 1 Volt.

283. Man verbindet die beiden Pole Zink (Zn) und Kupfer (Cu) eines einzigen Daniellschen Elementes durch kurze, dicke Drähte

mit den Klemmen eines Instrumentes (Voltmeter), welches den Unterschied des elektrischen Zustandes der berührten Punkte mißt. Was muß dieses Instrument anzeigen? (Fig. 28.)



Fig. 28.

Antwort: Die Spannung (der Unterschied des elektrischen Zustandes oder der Potentialunterschied) ist 1 Volt (genauer 1,079 Volt).

284. Die elektromotorische Kraft (= e. m. K.) eines Daniell ist 1 Volt; man verbindet seine beiden Pole durch einen homogenen leitenden Draht. Wie lang muß dieser Draht sein, daß die e. m. K. zwischen zwei um 1 cm entfernten Punkten eine E. M. E. der e. m. K. sei?

Antwort: Nach der Definition ist 1 Volt = 10^8 E. M. E. Da außerdem die e. m. Kräfte umgekehrt proportional mit der Länge des leitenden Drahtes abnehmen und diese Abnahme 1 E. M. E. für jeden cm Draht ausmachen muß, so muß der Draht eine Länge von 10^8 cm = 1000 km haben.

285. Nachdem man 100 Daniellsche Elemente in der Ordnung Cu — Zn ⌒ Cu — Zn ⌒ Cu — Zn ⌒ . . . ⌒ Cu — Zn zusammengestellt hat, berührt man die Klemmen eines Voltmeters mit dem ersten Kupferpol und dem letzten Zinkpol. Was zeigt das Voltmeter?

Antwort: Der Versuch zeigt 100 Volt. (Genauer $100 \times 1{,}079 =$ $= 107{,}9$ Volt. Siehe Tafel XIII.)

286. Bei einem anderen Versuch verbindet man die 100 Daniell-Element in folgender Ordnung: die ersten 50 Elemente wie Cu — Zn ⌒ Cu — Zn ⌒ . . . ⌒ Cu — Zn; die anderen 50 Elemente wie Zn — Cu ⌒ Zn — Cu ⌒ . . . ⌒ Zn — Cu. Das letzte Zink der ersten Reihe ist mit dem ersten Zink der zweiten Reihe verbunden. Was zeigt das Voltmeter an, wenn man es:

1) zwischen der Mitte und einem der Enden?
2) zwischen den zwei Enden?
3) zwischen dem 10ten und dem 90sten Element?
4) zwischen dem 40sten und dem 60sten Element?
5) zwischen dem 1sten und dem 80sten Element?
6) zwischen dem 40sten und dem 80sten Element einschaltet?

Antwort: Das Voltmeter zeigt folgendes an:

1) 50 V; — 2) 0 V; — 3) 0 V; — 4) 0 V; — 5) 20 V; — 6) 20 V.

287. Man verbindet die 100 Daniellschen Elemente in Reihe, aber abwechselnd im umgekehrten Sinn (Zn — Cu ⌢ Cu — Zn ⌢ Zn — Cu ⌢ . . .). Wie groß ist die elektrische Spannung: 1) zwischen den Enden? — 2) zwischen dem 1ten und dem 16ten Element? — 3) zwischen dem 1sten und dem 81sten Element? — 4) zwischen dem 7ten und dem 39sten Element?

Antwort: Das Voltmeter würde folgendes zeigen:

1) 0 V; — 2) 0 V; — 3) 1 V; — 4) 0 V.

288. Zehn Daniellsche Elemente Zn — Cu sind „in Reihe", andere zehn Bunsensche Elemente Zn — K sind auch „in Reihe" verbunden; eine dritte Reihe besteht aus 10 Leclanché-Elementen Zn — K, und endlich eine vierte Reihe aus 10 Akkumulatoren (Pb — PbO_2). Alle Elemente haben den positiven Pol nach der gleichen Seite. Wie groß ist die elektrische Spannung zwischen dem

1) 1sten und 10ten Daniell?
2) 1sten und 10ten Bunsen?
3) 1sten und 10ten Leclanché?
4) 1sten und 10ten Akkumulator?
5) 1sten Daniell und 10ten Bunsen?
6) 1sten Bunsen und 10ten Leclanché?
7) 1sten Leclanché und 10ten Akkumulator?
8) 1sten Daniell und 10ten Akkumulator?
9) 5sten Daniell und 3ten Akkumulator?

Antwort: Nach Tafel XIII wird das Voltmeter anzeigen:

1) $E_1 = 10 \cdot 1{,}079$ V $= 10{,}79$ V.

2) $E_2 = 10 \cdot 1{,}90$ V $= 19{,}0$ V.

3) $E_3 = 10 \cdot 1{,}48$ V $= 14{,}8$ V.

4) $E_4 = 10 \cdot 2{,}0$ V $= 20{,}0$ V.

5) $E_5 = 10{,}79 + 19{,}0$ V $= 29{,}79$ V.

6) $E_6 = 19{,}0 + 14{,}8$ V $= 33{,}8$ V.

7) $E_7 = 14{,}8 + 20$ V $= 34{,}8$ V.

8) $E_8 = 64{,}59$ V.

9) $E_9 = 6 \cdot 1{,}079 + 10 \cdot 1{,}90 + 10 \cdot 1{,}48 + 3 \cdot 2{,}0$ V $=$
$= 46{,}274$ V.

289. Obige Reihen von je 10 Elementen sind so unter sich verbunden, daß die zweite und vierte Reihe der ersten und dritten

entgegengesetzt sind. Wie groß sind nun die Potentialunterschiede zwischen den Punkten, die in der vorhergehenden Aufgabe angenommen sind?

Antwort:

$E_1 = 10{,}79$ V; $E_2 = 19{,}0$ V; $E_3 = 14{,}8$ V;
$E_4 = 20$ V; $E_5 = 19{,}0 - 10{,}79$ V $= 8{,}21$ V;
$E_6 = (19 - 14{,}8)$ V $= 4{,}2$ V; $E_7 = (20 - 14{,}8)$ V $= 5{,}2$ V;
$E_8 = (-10{,}79 + 19{,}0 - 14{,}8 - 20)$ V $= 13{,}41$ V;
$E_9 = (6 \cdot 1{,}079 - 10 \cdot 1{,}90 + 10 \cdot 14{,}8 - 3 \cdot 2{,}0)$ V $= 3{,}726$ V.

290. Die Netzleitung für Glühlampen soll 62 V haben. Wie viele Daniell-, Bunsen-, Akkumulatoren-Elemente sind nötig, um dieses Netz zu speisen?

Antwort: $n_D = 62 : 1{,}1 = 57$ Daniellelemente; $n_B = 33$ Bunsenelemente; $n_a = 62 : 2{,}0 = 31$ Akkumulatoren.

291. Anstatt die 2 Bunsenelemente Zn — K ⌒ Zn — K zu verbinden, verbindet man sie einmal wie Zn — K ⌒ K — Zn, ein andermal legt man sowohl die 2 Zink als auch die 2 Kohlen zusammen. Wie groß ist der Potentialwert in diesen 3 Fällen? (Fig. 29.)

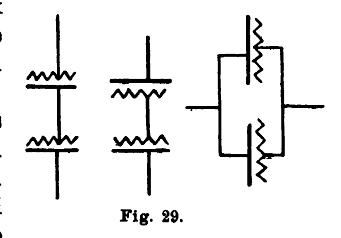


Fig. 29.

Antwort: Im ersten Fall zeigt das Voltmeter $E_1 = 2 \cdot 1{,}9 = 3{,}8$ Volt; im zweiten Fall ist $E_2 = 0$ Volt; im dritten Fall $E_3 = 1{,}9$ Volt. — Im dritten Fall hat man beide Zink und auch beide Kupfer verbunden, so daß sie wie ein einziges Element mit doppelter Metalloberfläche wirken; die gleichen Elektrizitätszustände der beiden Elemente sind verdoppelt.

292. Man hat 50 Akkumulatoren durch einen überall gleich dünnen Metalldraht verbunden; er hat 20 m Länge. Daran legt man ein Voltmeter so, daß eine Klemme des Voltmeters sich am einen Pol befindet; die zweite Klemme befestigt man an einem Punkt, der 20 m, 10 m, 5 m, 15 m, 1 m, 1 cm, 20 cm vom Anfangspunkt des Drahtes entfernt ist, — und endlich an 2 beliebigen Punkten, die 7 m voneinander entfernt sind. Was zeigt das Voltmeter an?

Antwort: Von den Punkten (Polen) weg, wo der elektrische Zustand am verschiedensten ist ($50 \cdot 2 = 100$ V), nimmt der Unterschied dieses Zustandes nach und nach regelmäßig ab. Die Unterschiede des Potentials betragen also

$E_{20} = 100$ V; $E_{10} = 50$ V; $E_5 = 25$ V; $E_{15} = 75$ V;
$E_1 = 5$ V; $E_{0,01} = 0,05$ V; $E_{0,2} = 1$ V; $E_7 = 35$ V.

293. Um einen elektrischen Stromkreis zu haben, verbindet man die beiden Pole eines Akkumulators durch einen leitenden Draht. (Fig. 30.) Was bewirkt die Auswechslung dieses einzigen Elements durch eine Batterie von 5 Akkumulatoren, die „in Reihe" verbunden sind?

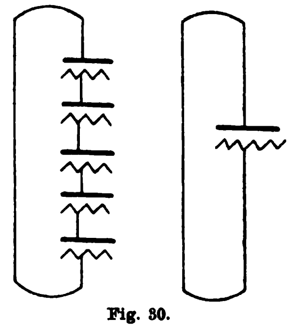


Fig. 30.

Antwort: In beiden Fällen bewegt die elektrische Spannung (e. m. K.) die elektrische Menge vom positiven Pol (PbO_2) außerhalb der Elemente zum negativen Pol (Pb); im zweiten Fall zeigt der Versuch, daß die Kraft (die Ursache), welche die Elektrizität in Bewegung setzt (die e. m. Kraft), dem Potentialunterschied gerade proportional ist, weil die vom positiven Pol nach dem negativen Pol strömende Elektrizitätsmenge auch 5 mal größer geworden ist.

294. Man vertauscht einen Akkumulator im Stromkreis durch 2 Daniellsche Elemente im gleichen Stromkreis. Was ist die entstehende Wirkung?

Antwort: Durch die Auswechslung ändert sich die e. m. Kraft nicht; sie bleibt 2 Volt. Aber ein Instrument, das den elektrischen Strom mißt (Galvanometer, Boussole, Ampèremeter) zeigt, daß die Stromstärke kleiner geworden ist. Man sieht daraus, daß man mit der Einführung der Daniellschen Elemente noch etwas anderes eingeführt hat als die e. m. Kraft von 2 Volt, etwas, das bei dem Akkumulator nicht bemerkbar war. Weil die zweite Stromstärke geringer geworden ist, so müssen diese Daniellschen Elemente eine neue Eigenschaft in den Stromkreis gebracht haben, eine Eigenschaft, die den elektrischen Strom aufzuhalten bestrebt ist, d. h. einen „elektrischen Widerstand".

295. Es sei ein Draht längs des Äquators um die ganze Erde gespannt; wie groß muß dann die e. m. K. einer eingeschalteten

Säule sein, damit die Potentialdifferenz zweier um 1 cm voneinander entfernter Punkte 1 E. M. E. betrage?

Antwort: Der Äquator ist 40000000 m $= 4 \cdot 10^9$ cm lang. Somit muß die e.m.K. $4 \cdot 10^9$ E.M.E. $= 40 \cdot 10^8$ E.M.E. $=$ 40 Volt betragen.

VIII. Begriff der praktischen Einheiten.

296. Wieviel mkg entsprechen einer P.S.-Stunde?

Antwort: Eine P.S.-Stunde ist die Arbeit, welche 75 mkg während jeder der 3600 Sekunden leisten. Dieselbe entspricht also

$$75 \cdot 3600 \text{ mkg-sec} = 270000 \text{ mkg-sec}.$$

297. Welchen Wert hat ein mkg in Erg. ausgedrückt?

Antwort: Ein Erg ist die Arbeit eines Dyn längs eines cm, und 981 Dyn sind dem Gewicht eines Grammes gleich; daher ist ein mkg die Arbeit von 1000 gr, also 100 cm längs der Arbeit von $1000 \cdot 981$ Dyn gleichwertig, die den Punkt um 100 cm weit verschieben; also ist 1 mkg $=$ 98100000 Erg.

298. Wieviel Erg und wieviel Joule sind 1 mkg gleichwertig?

Antwort: Es ist

$$1 \text{ mkg} = 100 \text{ cm} \times 1000 \text{ gr} =$$
$$= 100 \text{ cm} \times 1000 \cdot 981 \text{ Dyn} = 98100000 \text{ cm Dyn} =$$
$$= 98100000 \text{ Erg} = 9{,}81 \cdot 10^7 \text{ Erg} = 9{,}81 \text{ Joule}.$$

299. Wieviel Erg in der Sekunde und wieviel Watt geben 1 P.S.?

Antwort:

$$1 \text{ P.S.} = 75 \text{ mkg} = 75 \cdot 98100000 \text{ Erg} = 7357500000 \text{ Erg} =$$
$$= 735{,}75 \text{ Megaerg in der Sekunde, oder} = 735{,}75 \text{ Watt}.$$

300. Wie groß ist das kalorische Äquivalent (in Kal-kg, Grad Cels.) einer P.S.?

Antwort: Das Wärmeäquivalent eines mkg ist $\frac{1}{426}$ Kal. (kg, Grad); dasjenige einer P.S. ist daher

$$1 \text{ P.S.} = \frac{75}{426} \text{ Kal.} = 0{,}17689 \text{ (kg, Grad Cels.)}$$

in der Sekunde.

301. Die Grundeinheiten der Länge und der Masse im System der praktischen Einheiten sind 10^9 cm und 10^{-11} gr. Durch welchen Teil des Erdmeridians und durch welches Volumen Wasserstoff von 0^0 und 760 mm Druck werden diese Größen dargestellt?

Antwort: Es ist 10^9 cm gleich der Länge des Erdquadranten, und 10^{-11} gr sind das Gewicht von $(0,1 \text{ mm})^3$ Wasserstoff bei 760 mm Barometerstand.

302. Wieviel Erg entsprechen der praktischen Einheit elektrischer Arbeit, dem Volt-Ampère oder Watt?

Antwort: Es ist

$$1 \text{ Watt} = 1 \text{ Volt} \times 1 \text{ Ampère} =$$
$$= 10^8 \text{ E.M.E. (e.m. Kraft)} \times 10^{-1} \text{ E.M.E. (Stromintensität)} =$$
$$= 10^7 \text{ E.M.E. der Arbeit} = 10^7 \text{ Erg in der Sekunde.}$$

303. Wieviel Joule sind ein mkg?

Antwort: Es ist

$$1 \text{ mkg} = 981 \cdot 10^5 \text{ E.M.E.} = 9{,}81 \cdot 10^7 \text{ Erg} = 9{,}81 \text{ Joule.}$$

304. Eine Dynamomaschine gibt 20 Ampère bei einer e. m. K. von 60 Volt. Wieviel mkg in der Sekunde entsprechen dieser elektrischen Energie?

Antwort: Die elektrische Energie beträgt

$$20.60 \text{ Volt-Ampère} = 1200 \text{ Watt} = 1200/9{,}81 \text{ mkg (in der Sek.)} =$$
$$= 122 \text{ mkg in der Sekunde} = 1{,}63 \text{ P. S.}$$

305. Wieviel Kalorien (kg, Grad Cels.) und wieviel Kalorien (gr, Grad Cels.) entsprechen Q Volt-Coulomb?

Antwort:

$$Q \text{ Volt-Coulomb} = Q/9{,}81 \text{ mkg} = Q/(9{,}81 \cdot 426) \text{ Kal. (kg, Grad)} =$$
$$= 0{,}0002393 \cdot Q \text{ Kal-kg}$$

und ebenso

$$Q \text{ Volt-Coulomb} = 0{,}0002393\, Q \cdot 1000 \text{ Kal. (gr, Grad)} =$$
$$= 0{,}2393\, Q \text{ Kal.}$$

306. Wieviel Volt-Coulomb braucht man, um 1 Kal-gr zu erzeugen?

Antwort: Da nach 305. die Q Volt-Coulomb den 0,2393 Q Kal. entsprechen, so sind ungefähr 4 Joule nötig, um 1 Kal. zu erzeugen.

307. Man verwandle 4 Joule in Coulomb-Volt!

Antwort: Nach der Definition des Coulomb ist 1 Coulomb-Volt gleichwertig mit 1 Joule, also sind 4 Joule gleichwertig mit 4 Coulomb-Volt = 1 Kal-gr.

308. Wieviel Joule bedarf es, um 1 gr Wasser von 0^0 auf 100^0 zu bringen?

Antwort: Der genannte Vorgang verlangt 100 Kal., also $100 \cdot 4{,}18$ Joule = 418 Joule.

309. Man will 250 gr Wasser von 12^0 innerhalb einer Sekunde durch die vom elektrischen Strom zu erzeugende Wärme in Dampf verwandeln. Wieviel Joule sind nötig?

Antwort: Die verlangte Wärmemenge ist

$$Q' = 250 \{(100 - 12) + 537\} \text{ Kal.},$$

und somit die nötige elektrische Energie

$$Q = 250 \cdot 625 \cdot 4{,}18 \text{ Joule per Sek.} = 653{,}1 \text{ K.W.}$$

310. Wieviel Joule sind notwendig, um 250 gr Quecksilber in einer Sekunde zu verdampfen?

Antwort: Die nötige Wärmemenge ist

$$Q' = 250 \{0{,}0335 (357^0 - 12^0) + 62\} \text{ Kal.} = 18389{,}4 \text{ Kal.}$$

Diese Wärme wird geliefert von

$$18389{,}4 \cdot 4{,}18 \text{ Joule} = 76860 \text{ Joule} = 7835 \text{ mkg (sec)}.$$

IX. Begriff und Einheit der elektrischen Energie.

311. Wieviel Volt-Coulomb sind 1 Joule?

Antwort: Nach der Definition ist 1 Volt-Coulomb = 1 Joule.

312. Eine gewisse Menge Elektrizität, die 50 Volt Spannung hat, soll 80 mkg leisten. Wie groß muß diese Menge sein?

Antwort: Man hat

$$80 \text{ mkg} = 80 \cdot 9{,}81 \text{ Joule} = 784{,}8 \text{ Joule}.$$

Diese verlangen 784,8/50 = 15,7 Coulomb in einem Zeitintervall, das in der Aufgabe nicht bestimmt ist.

313. Welche Energie haben 100 Coulomb Elektrizität bei 50 Volt?

Antwort:

$$Q = 100 \cdot 50 \text{ Joule} = 5000 \text{ Joule} = 5000/9{,}81 \text{ mgk} = 510 \text{ mkg}.$$

314. In einem Elektrizitätswerk zeigt das Voltmeter 65 und das Coulombmeter 273. Welche Energie wird verbraucht?

Antwort:

$$Q = 273 \cdot 65 \text{ Volt-Coulomb} = 17745 \text{ Joule} = 1810 \text{ mkg.}$$

315. Welche Leistung würde dieses Elektrizitätswerk haben, wenn diese obige Energie in jeder Sekunde erzeugt würde?

Antwort: Die Leistung wäre

$$L = 17745 \text{ Joule in der Sek.} = 17745 \text{ Watt} = 17{,}745 \text{ Kilowatt}$$

oder

$$L = 1810 \text{ mkg in der Sekunde} = 180/75 \text{ P.S.} = 24{,}1 \text{ P.S.}$$

316. Welche Leistung hat 1 Coulomb in der Sek. mit der e. m. K. von 1 Volt?

Antwort:

$$L = 1 \text{ Volt-Ampère} = 1 \text{ Watt};$$

oder

$$L = 1 \text{ Joule in der Sekunde} = 1 \text{ Watt.}$$

317. Wie viele Kal-kg? — und wieviel Kal-gr sind Q Volt-Coulomb gleichwertig?

Antwort:

$$Q \text{ Volt-Coulomb} = Q/9{,}81 \text{ mkg} = Q/(9{,}81 \cdot 426) =$$
$$= 0{,}000240\, Q \text{ Kal-kg} = 0{,}240\, Q \text{ Kal-gr.}$$

318. Wie viele Volt-Coulomb erzeugen 1 Kal-gr?

Antwort: Das Volt-Coulomb ist dem Joule gleichwertig, so daß 4,18 Volt-Coulomb 1 Kal-gr erzeugen können.

319. Wieviel Volt-Coulomb sind nötig, um 1 gr Wasser von 0^0 bis 100^0 zu erwärmen?

Antwort: Diese Erwärmung braucht 100 Kal-gr, somit 418 Volt-Coulomb.

320. Welchen Energiewert hat die Elektrizität von 1 Ampère-Stunde mit der Spannung (Potential) von 1 Volt?

Antwort:

$$Q = 1 \text{ V} \times 1 \text{ A-St.} = 1 \text{ V} \times 1 \text{ A} \times 3600 \text{ Sek.} =$$
$$= 1 \text{ V-A} \times 3600 \text{ Sek.} = 1 \text{ Watt} \times 3600 \text{ Sek.} =$$
$$= 1 \text{ Watt-Stunde} = 3600 \text{ Joule.}$$

321. Wie groß ist die Leistung L, welche 100 Ampère und 50 Volt hervorbringen?

Antwort: Der Strom von 100 Ampère liefert 100 Coulomb in der Sekunde. Mit der e. m. K. von 1 Volt bringen diese die Arbeit von 100 Joule in der Sekunde hervor, also 100 Watt. Mit der e. m. K. von 50 Volt erzeugt der Strom die Arbeit von 50×100 Joule in der Sekunde oder 5000 Watt. —

Oder auf anderem Weg, ohne die Arbeit auszudrücken:

$$L = 100\ \mathrm{A} \times 50\ \mathrm{V} = 5000\ \mathrm{V\text{-}A} = 5000\ \text{Watt.}$$

322. Wie groß ist die Leistung L eines elektrischen Stromes, der die elektrische Stärke J und die e. m. K. E hat?

Antwort:

$$L = E \cdot J\ \mathrm{V\text{-}A} = E \cdot J\ \text{Watt.}$$

323. Eine Glühlampe mit 16 Kerzenstärken verlangt 0,5 A bei 100 V. Welche Leistung verbraucht sie?

Antwort: $L = 100 \times 0{,}5$ V-Coulomb in der Sekunde $=$ $= 100 \times 0{,}5$ V-A $= 50$ Watt. — Die 16-kerzige Lampe verbraucht pro Kerzenstärke die Leistung von $50/16$ Watt $= 3{,}1$ Watt.

324. Eine dynamo-elektrische Maschine liefert 20 Ampère bei der e. m. K. von 60 Volt. Wie groß ist die vorhandene elektrische Leistung L?

Antwort:

$$L = 20 \cdot 60\ \text{Watt} = 1200\ \text{Watt} = 1{,}2\ \text{Kilowatt}$$

oder

$$L = 1200/9{,}81\ \text{mkg in der Sekunde} = 122/75 = 1{,}63\ \text{HP.}$$

325. Wie viele Watt-Stunden sind nötig, um 1 kg Eis, welches überall Null Grad Temperatur hat, in Wasser von 100 Grad zu verwandeln?

Antwort: Weil die latente Schmelzwärme des Eises 80 Kal-kg für jedes kg Eis beträgt, so benötigt man die Wärmemenge

$$Q = (80 + 100)\ \text{Kal-kg} = 180\ \text{Kal-kg} = 180000\ \text{Kal-gr.}$$

Demnach wird die gleichwertige Arbeit

$$A = 180000 \cdot 4{,}18\ \text{Watt-Sek.} = 919600\ \text{Watt-Sek.} =$$
$$= 919600 : 3600\ \text{Watt-Stunden} = 255{,}4\ \text{Watt-Stunden.}$$

326. In einer Sekunde sollen 250 gr Wasser von 12^0 elektrisch verdampft werden. Wieviel Volt-Coulomb pro Sekunde sind nötig?

— Wieviel Joule in der Sekunde? — Wieviel Volt-Ampère? — Wieviel Watt?

Antwort: Die Verdampfung erfordert folgende Anzahl Kalorien:

$$250\,[(100 - 12) + 537] \text{ Kalorien} = 156250 \text{ Kalorien.}$$

[Die 537 Kalorien sind die Wärmemenge, welche 1 gr Wasser von 100^0 nötig hat, um in Dampf von 100^0 verwandelt zu werden, also die „Verdampfungswärme des Wassers".] Demnach sind $156250 \cdot 4{,}18$ Volt-Coulomb = 654125 Volt-Coulomb pro Sekunde oder Joule pro Sekunde oder Watt oder Volt-Ampère nötig.

327. Welche Leistung ist nötig, um das gleiche Gewicht Quecksilber in einer Sekunde zu verdampfen?

Antwort: Die spezifische Wärme des Quecksilbers ist 0,0335; seine Verdampfungswärme 62. Daher wird die nötige Verdampfungswärme

$$250\,[0{,}0335\,(357^0 - 12^0) + 62] \text{ Kal-gr} = 18389 \text{ Kal-gr.}$$

Diese Wärme wird durch $18389 \cdot 4{,}18$ V-Coulomb = 76868 Volt-Coulomb pro Sekunde oder 76868 Joule pro Sekunde oder Watt oder Volt-Ampère oder 76,87 Kilowatt erzeugt.

X. Verwandlung elektrischer Energie in Wärmeenergie.

328. Um ein Zimmer von $4 \times 6 \times 5$ cbm zu heizen, spannt man einen Nickeldraht (Ersatz für einen elektrischen Ofen) auf und verbindet ihn mit dem Strom des Elektrizitätswerkes. Der Draht empfängt 5 Ampère bei 110 V. Wieviel Wärme wird in 20 Minuten entwickelt? — Um wie viele Grade steigt die Lufttemperatur des Zimmers, wenn man annimmt, daß die Luft allein die Wärme aufnehme?

Antwort: Die verausgabte elektrische Energie ist

$$Q = 5^2 \times \frac{110}{5} = 550 \text{ Watt, oder } 550 \text{ Joule in jeder Sekunde.}$$

In den 20 Minuten werden

$$20 \times 60 \times 550 \text{ Joule} = 660000 \text{ Joule}$$

oder

$$0{,}24 \times 660000 \text{ Kal-gr} = 158400 \text{ Kal-gr} = 158{,}4 \text{ Kal-kg}$$

entwickelt. — Der Rauminhalt das Zimmers ist $4 \times 6 \times 5$ cbm = = 120 cbm; das Gewicht der Luft also $120 \times 1{,}3$ kg = 156 kg.

Mit Berücksichtigung der spezifischen Wärme der Luft, 0,2377, findet man, daß

$$156 \times 0{,}2377 \text{ Kal-kg} = 37{,}1 \text{ Kal-kg}$$

nötig sind, um die Lufttemperatur um 1^0 Cels. zu erhöhen. — Die von der Elektrizität entwickelte Wärme war oben 158,4 Kal-kg. Man sieht, daß die Lufttemperatur um

$$\frac{158{,}4}{37{,}1} = 4{,}3 \text{ Grad}$$

steigt.

329. Wieviel Liter Wasser von 0^0 kann der Parvillée-Ofen in 5 Minuten zum Sieden bringen, wenn der Ofen mit Elektrizität von 15 A und 110 Volt geheizt wird?

Antwort: Die verfügbare elektrische Energie 15×110 Watt liefert in 5 Minuten folgende Wärmemenge:

$$Q = 5 \times 60 \times 0{,}24 \times 15 \times 110 \text{ Kal-gr} = 118\,800 \text{ Kal-g} =$$
$$= 118{,}8 \text{ Kal-kg}.$$

Da 1 l Wasser 1 Kal-kg braucht, um seine Temperatur um 1^0 Cels. zu erhöhen, oder da man mit 100 Kal-kg 1 l Eiswasser bis zur Siedetemperatur bringen kann, so kann man mit 118,8 Kal-kg 1,188 l bis zur Siedetemperatur bringen.

330. Man will, daß die Luft in einem Zimmer, das 160 cbm Rauminhalt hat, in 30 Minuten ihre Temperatur um 20^0 steigere, und verwendet daher einen elektrischen Ofen, der für 110 V Spannung gebaut ist. Wie groß muß die Stromstärke sein? — Wie groß muß der Widerstand dieses elektrischen Ofens sein? — Wie groß die Dicke des blanken Eisendrahtes in diesem Ofen? — Wie groß seine Länge und Gewicht?

Antwort: Um die 160 cbm Luft um 20^0 wärmer zu machen, muß folgende Wärmmenge entwickelt werden (wo 1,3 kg das Gewicht von 1 cbm Luft und 0,2377 die spezifische Wärme der Luft ist):

$$Q_1 = 160 \times 1{,}3 \times 0{,}2377 \times 20 \text{ Kal-kg} = 988{,}8 \text{ Kal-kg}.$$

Diese Wärmeenergie muß von der elektrischen Energie

$$110\, J \text{ V-A} = 0{,}24 \times 110\, J \text{ Kal-kg} = 0{,}00024 \times 110\, J \text{ Kal-kg} =$$
$$= 0{,}0264 \text{ Kal-kg in der Sekunde}$$

entwickelt werden; also im ganzen

$$Q_2 = 0{,}0264 \times 30 \times 60 \cdot J \text{ Kal-kg} = 47{,}6 \text{ J Kal-kg}.$$

Diese beiden Wärmemengen, die erzeugte $Q_2 = 47{,}6 \cdot J$ Kal-kg, und die verbrauchte $Q_1 = 988{,}8$ Kal-kg müssen gleich sein. Daraus findet man die Stromstärke

$$J = \frac{988{,}9}{47{,}6} \text{ A} = 20{,}8 \text{ A}.$$

Der elektrische Widerstand im Ofen soll nach dem Ohmschen Gesetz

$$\frac{110 \text{ V}}{20{,}8 \text{ A}} = 5{,}3\ \Theta$$

sein.

Man kann annehmen, daß ein blanker, 1 mm dicker Eisendraht 5 A aushalten kann, und daß der zulässige Durchmesser der Stromstärke proportional sei. Daher muß der Eisendraht 4 mm Dicke haben, um die 20 A zu führen.

Der elektrische Widerstand eines Eisendrahtes von 1 m Länge und 4 mm Dicke wird

$$\frac{0{,}14}{4^2}\ \Theta = 0{,}009\ \Theta$$

(vgl. Tafel XI). Um den nötigen Widerstand von 5,3 Θ zu haben, muß man 5,3/0,009 = 590 m Eisendraht aufspannen.

Dieser Draht wiegt 58,4 kg.

331. Man will mit einem elektrischen Ofen für 7 Personen (je 0,2 Liter) Suppe kochen. Welche elektrische Energie ist nötig?

Antwort: Man nehme an, daß die spezifische Wärme der Suppe gleich der für Wasser sei, also 1; daß man die Temperatur von 14^0 auf 100^0 bringen müsse; daß man noch einmal diese Wärme erzeugen muß, um die Suppe gar zu kochen: dann wird die nötige Wärmemenge

$$Q = 2\,\{\,(100 - 14) \cdot 1 \times 7 \times 0{,}2\,\} \text{ Kal-kg} = 240800 \text{ Kal-gr}.$$

Um diese Energie in elektrischer Energie, in Joule, auszudrücken, muß diese Zahl 0,24 mal so klein sein, so daß

$$Q = \frac{240800}{0{,}24} \text{ Joule} = 1000000 \text{ Joule}.$$

Wenn man 30 Minuten Zeit rechnet, um die Suppe gar zu kochen, so muß die elektrische Leistung folgende sein:

$$L = \frac{1000000}{1800} \text{ Joule in der Sekunde} = 555 \text{ Watt;}$$

also zum Beispiel 5 A bei 110 V während 5 Minuten.

332. Ein elektrisches Plätteisen hat 36 Θ Widerstand und braucht 3 A. Wieviel Wärme wird dem Plätteisen von der Wäsche entzogen, wenn man 1 Stunde lang plättet? — Wieviel Wasserdampf wird erzeugt?

Antwort: Die verbrauchte elektrische Energie ist

$$Q_1 = 3^2 \cdot 36 \text{ Watt} = 324 \text{ Watt} = 324 \text{ Joule in der Sekunde}$$

oder

$$Q_2 = 60 \times 60 \times 324 \text{ Watt} = 1166400 \text{ Joule in der Stunde} =$$
$$= 0{,}24 \times 1166400 \text{ Kal-gr} = 280000 \text{ Kal-gr} = 280 \text{ Kal-kg.}$$

Andererseits müssen, um 1 kg Wasser von 15^0 zu verdampfen,

$$Q_3 = (100 - 15) + 537 = 622 \text{ Kal-kg}$$

verbraucht werden. Die Wassermenge, die in 1 Stunde vom Plätteisen verdampft wird, ist

$$W = \frac{280}{622} \text{ kg} = 0{,}45 \text{ kg} = 0{,}45 \text{ l.}$$

333. Ein Zimmer von 1500 cbm Rauminhalt ist mit 100 sechzehnkerzigen Lampen erleuchtet. Welche Wärmemenge erzeugen diese Lampen in 1 Minute? — Wie groß ist die Temperaturerhöhung am Ende einer Stunde, wenn nirgends Wärme verloren geht?

Antwort: Die sechzehnkerzige Kohlenfadenlampe verbraucht 3,25 Watt für eine Kerze, also bei jeder Lampe 52 Watt; daher die 100 Lampen 100 · 52 Watt = 5200 Watt. Diese elektrische Energie ist

$$Q = 0{,}24 \cdot 5200 \text{ Kal-gr} = 1248 \text{ Kal-gr in der Sekunde}$$

gleichwertig. Damit ist die von den 100 Lampen in 1 Min. entwickelte Wärme

$$Q_1 = 60 \times 1248 \text{ Kal-gr} = 74{,}83 \text{ Kal-kg.}$$

Die in 1 Stunde entwickelte Wärmemenge ist

$$Q_2 = 60 \cdot Q_1 = 4493 \text{ Kal-kg.}$$

Um die Lufttemperatur um 1° Cels. zu erhöhen, muß für die 1500 cbm Luft folgende Wärmemenge entwickelt werden:

$$Q_3 = 1500 \times 1{,}293 \times 0{,}2377 \text{ Kal-kg} = 461 \text{ Kal-kg},$$

so daß also obige $Q_2 = 4493$ Kal-kg die Wärmemenge darstellen, die die Lufttemperatur um

$$\frac{4493}{461} = 9{,}73^0 \text{ Cels.}$$

erhöht.

334. Wenn man annimmt, daß der elektrische Ofen in 330. mit Elektrizität zu 40 Pfennige die KW.-St. (Berlin) geheizt wird, und der Kohlenpreis 0,04 M. für jedes kg beträgt, wieviel teurer ist dann die elektrische Heizung als die Heizung mit Kohle?

Antwort: Der elektrische Ofen verzehrt 550 Watt und die Heizung dauert 20 Minuten; die verbrauchte Energie beträgt $5{,}5 \text{ KW.} \times \frac{20}{60}$ Stunden $= 0{,}183$ KW.-St., und kostet

$$0{,}183 \times 40 \text{ Pf.} = 8 \text{ Pf.}$$

Ein kg Kohle erzeugt ungefähr 4000 Kal-kg nützliche Wärme, so daß die 158,4 Kal-kg an Kohle

$$\frac{158{,}4}{4000} = 0{,}04 \text{ kg}$$

verbrauchen; diese kosten $0{,}04 \times 0{,}04$ Pf. $= 0{,}16$ Pfennige.

335. Ein elektrisches Kraftwerk liefert 50 A bei 4000 V; man soll diese Energie mit nur 5% Verlust 12 km weit leiten. Wie groß muß der Kupferdrahtdurchmesser sein?

Antwort: Die verfügbare Energie ist

$$50 \times 4000 \text{ Watt} = 200000 \text{ Watt.}$$

Der zulässige Verlust ist demnach

$$0{,}05 \cdot 200000 \text{ Watt} = 10000 \text{ Watt;}$$

die gleichwertige Wärmemenge ist

$$0{,}24 \cdot 1000 \text{ Kal-gr} = 2400 \text{ Kal-gr in der Sekunde.}$$

— Der Widerstand des x mm dicken Drahtes ist

$$R = 2 \cdot \frac{0{,}021 \cdot 1200}{x^2} \Theta = \frac{504}{x^2} \Theta.$$

Der Wärmeverlust im Draht, der von 50 A erzeugt wird, beträgt

$$0{,}24 \cdot 50^2 \cdot \frac{504}{x^2} \text{ Kal-gr} = \frac{302400}{x^2} \text{ Kal-gr.}$$



Diese beiden Verluste sollen gleich sein; dann müssen

$$2400 \text{ Kal-gr} = \frac{302\,400}{x^2} \text{ Kal-gr.}$$

sein; daher

$$x = \sqrt{\frac{302\,400}{2400}} = 11{,}23 \text{ mm.}$$

XI. Übergang von einem Maßsystem zu einem anderen.

A. Geometrische und mechanische Größen.

336. Ein Rechteck hat eine Fläche von 0,038 Einheiten im m-, kg-, sec-System Wie groß ist seine Fläche in Einheiten des cm-, gr-, sec-Systems?

Antwort: Man erhält die Flächen als Produkt zweier Längen; ihre Dimension ist $[L^2]$. Die Fläche ist sonach

$$F = 0{,}038\,[\text{qm}] = 0{,}038 \cdot 100^2\,[\text{qcm}] = 380\ (\text{cm, gr, sec}) =$$
$$= 380 \text{ qcm.}$$

337. Die Oberfläche einer Kugel beträgt 876 500 Einheiten (cm, gr, sec); wie groß ist dieselbe in Einheiten des m-, kg-, sec-Systems?

Antwort:

$$F = 876\,500\,[\text{qcm}] = 876\,500\,(0{,}01)^2\,[\text{qm}] = 87{,}65\,[\text{qm}].$$

338. Das Volumen eines Zylinders beträgt 5643 Einheiten (cm, gr, sec); wieviel macht dies in Einheiten (m, kg, sec)?

Antwort:

$$V = 5643\,[\text{ccm}] = 5643\,(0{,}01)^3\,[\text{cbm}] = 0{,}005643\,[\text{cbm}].$$

339. Die Dichte des Wassers im System (cm, gr, sec) ist $\delta = 1$; wie groß ist dieselbe im System (m, gr, sec)?

Antwort: Die Dichte ist definiert als Quotient aus Masse und Volumen, also

$$\delta = \frac{1}{1^3}\left[\frac{\text{gr}}{\text{ccm}}\right] = \frac{1}{(0{,}01)^3} \cdot \left[\frac{\text{gr}}{\text{cbm}}\right] = 1\,000\,000\left[\frac{\text{gr}}{\text{cbm}}\right].$$

340. Die absolute Dichte des Platins beträgt 21,50 (cm, gr, sec); wie groß ist seine Dichte im System (kg, m, min)?

Antwort:
$$\delta = 21{,}50 \left[\frac{\text{gr}}{\text{ccm}}\right] =$$
$$= 21{,}50 \cdot \frac{0{,}001}{(0{,}01)^3} \left[\frac{\text{kg}}{\text{cbm}}\right] =$$
$$= 21\,500 \left[\frac{\text{kg}}{\text{cbm}}\right].$$

341. Die Geschwindigkeit eines Körpers ist 2,4 (Meter, Minute); wie groß ist dieselbe im System (cm, gr, sec)?

Antwort: $v = 2{,}4 \left[\frac{\text{m}}{\text{min}}\right] = 2{,}4 \cdot \frac{100}{60} \left[\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right] = 4 \left[\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right].$

342. Das Licht pflanzt sich mit einer Geschwindigkeit von 300000 Kilometer fort. Wie groß ist diese Geschwindigkeit in Einheiten des Systems (Erdquadrant, Minute)?

Antwort:
$$v = 300000 \left[\frac{\text{km}}{\text{sec}}\right] =$$
$$= 300000 \cdot \frac{0{,}0001}{\frac{1}{60}} \left[\frac{\text{Erdquad.}}{\text{Minute}}\right] =$$
$$= 1800 \left[\frac{\text{Erdquadrant}}{\text{Minute}}\right].$$

343. Die Beschleunigung der Schwere beträgt 9,81 m in der Sekunde. Wie groß ist dieselbe a) im System (cm, gr, sec)? — b) im System (km, min, kg)?

Antwort: Nach Definition der Beschleunigung ist
$$a = 9{,}81 \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}\right] = 9{,}81 \cdot \frac{100}{1^2} \left[\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}\right] = 9{,}81 \left[\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}\right]; \text{ —}$$
$$a = 9{,}81 \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}\right] = 9{,}81 \cdot \frac{0{,}001}{\left(\frac{1}{60}\right)^2} \left[\frac{\text{km}}{\text{min}^2}\right] = 35{,}316 \left[\frac{\text{km}}{\text{min}}\right].$$

344. Die Beschleunigung, mit der ein Zug einen Abhang hinabfährt, beträgt 2 Einheiten, bezogen auf Kilometer und Minute; wie groß ist dieselbe im (cm, gr, sec)-System?

Antwort: $a = 2 \left[\frac{\text{km}}{\text{min}^2}\right] = 2 \cdot \frac{100000}{60^2} \left[\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}\right] = 55{,}5 \left[\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}\right].$

345. Wie groß ist die Kraft in den Einheiten cm, gr, sec, mit der ein 2,6 kg schwerer Körper von der Erde angezogen wird?

Antwort: Nach der Definition, daß die Kraft das Produkt aus Gewicht und Beschleunigung, dividiert durch das Quadrat der Zeit ist, wird

$$K = 2{,}6\left[\frac{\text{kg}\times\text{gr}}{\text{sec}^2}\right] = 2{,}6\times\frac{1000\cdot 9{,}81}{1^2}\left[\frac{\text{gr, cm}}{\text{sec}^2}\right] = 2\,550\,600\left[\frac{\text{gr, cm}}{\text{sec}^2}\right].$$

346. Eine gewisse Kraft gibt einer Masse von 5 mg eine Beschleunigung von 72 mm in der Minute. Wie groß ist diese Kraft in cm, gr, sec?

Antwort:
$$K = \frac{5\cdot 72}{1^2}\left[\frac{\text{mg, mm}}{\text{min}^2}\right] =$$
$$= \frac{5\cdot 0{,}001\times 72\cdot 0{,}1}{1\cdot 60^2}\left[\frac{\text{gr, cm}}{\text{sec}^2}\right] =$$
$$= 0{,}00001\left[\frac{\text{gr, cm}}{\text{sec}^2}\right].$$

347. Ein Körper, der sich auf einer Fläche fortbewegen soll, findet an ihr einen Reibungswiderstand, der einem Gewicht von 1200 gr gleichkommt. Welche Arbeit in mkg wird aufgewendet, wenn sich der Körper um 40 cm verschiebt?

Antwort: Die Arbeit, als Produkt aus Kraft und Weg, hat die Dimension $\left[\frac{m\cdot l^2}{t^2}\right]$ und sonach im vorliegenden Fall den Wert

$$A = 1200\cdot 40\left[\frac{\text{gr, qcm}}{\text{sec}^2}\right] =$$
$$= 48000\times\frac{0{,}001\cdot(0{,}01)^2}{1^2}\left[\frac{\text{kg, qm}}{\text{sec}^2}\right] =$$
$$= 0{,}0048\left[\frac{\text{kg, qm}}{\text{sec}^2}\right].$$

348. Eine gewisse Größe kann durch N_1 Einheiten vom Wert n_1 ausgedrückt werden. Durch welche Anzahl Einheiten im Werte von n_2 kann sie dann ebenfalls ausgedrückt werden?

Antwort: Ist N_2 die gesuchte Anzahl Einheiten, so muß

$$N_2[n_2] = N_1[n_1]$$

sein, woraus sich ergibt, daß

$$N_2 = N_1\left[\frac{n_1}{n_2}\right].$$

Zweite Antwort: Eine Größe ist in den Einheiten P, Q, R ausgedrückt und ist dann $X_1 = N_1(P^\alpha\cdot Q^\beta\cdot R^\gamma)$. Angenommen,

die neuen Einheiten p, q, r seien mit den alten durch Beziehungen verbunden, wie

$$P = a \cdot p; \qquad Q = b \cdot q; \qquad R = c \cdot r,$$

so kann dann die Größe wie folgt ausgedrückt werden:

$$X = N_1 [P^\alpha \cdot Q^\beta \cdot R^\gamma] = N_1 (ap)^\alpha \cdot (bq)^\beta \cdot (cr)^\gamma =$$
$$= N_1 a^\alpha \cdot b^\beta \cdot c^\gamma \cdot [p^\alpha \cdot q^\beta \cdot r^\gamma] = N_2 [p^\alpha \cdot q^\beta \cdot r^\gamma].$$

Die neue Zahl N_2, durch die die Größe X in den neuen Einheiten ausgedrückt wird, wird somit erhalten, indem man die alte Zahl N_1 mit $a^\alpha \cdot b^\beta \cdot c^\gamma$ multipliziert; d. h. mit dem Produkt der Potenzen derjenigen Zahlen, die das Verhältnis der alten Einheiten zu den neuen Einheiten angeben.

B. Elektrische Größen.

349. Auf zwei gleichen Kugeln befinden sich gleiche Mengen verschiedener Elektrizität, so daß sie in einer Entfernung von 0,044 m mit der Kraft 625 Dyn aufeinander wirken. Wie groß muß die Menge Elektrizität auf einer Kugel sein, a) ausgedrückt in E. S. E. (mg, mm, sec)? — b) in E. S. E. (cm, gr, sec)?

Antwort: Nach dem Coulombschen Gesetz muß die Kraft $K = q^2/e^2$ sein; also müssen

$$625 \text{ Dyn} = \frac{q^2}{(0{,}044 \text{ m})^2}$$

sein. Daraus ergibt sich

$$q = 0{,}044 \cdot \sqrt{625}\,[\text{m, Dyn}^{1/2}] =$$
$$= 0{,}044 \cdot 25 \cdot \{1000 \text{ mm} \cdot 1\}\,[\text{cm}^{3/2} \cdot \text{gr}^{1/2} \cdot \text{sec}^{-1}] =$$
$$= 1{,}1\,\{1000 \cdot 10^{1/2} \cdot 1000^{1/2}]^{-1}\}\,[\text{mg}^{1/2} \cdot \text{mm}^{3/2} \cdot \text{sec}^{-1}] =$$
$$= 11 \cdot 10^4 [\text{mg}^{1/2} \cdot \text{mm}^{3/2} \cdot \text{sec}^{-1}].$$

Im andern System wird

$$q = 11 \cdot 10^4 \times 0{,}001^{1/2} \cdot 0{,}1^{3/2} \cdot 1^{-1} [\text{cm}^{3/2} \cdot \text{gr}^{1/2}/\text{sec}] =$$
$$= 110\,[\text{cm}^{3/2} \cdot \text{gr}^{1/2}/\text{sec}].$$

350. Eine E. S. E. der Elektrizitätsmenge im (cm, gr, sec)-System soll im (mg, mm, sec)-System und im (m, gr, min)-System ausgedrückt werden.

Antwort:

$$Q = 1\,[gr^{1/2} \cdot cm^{3/2}/sec^{3}] =$$
$$= 1 \cdot (1000^{1/2} \cdot 10^{3/2} \cdot 1^{-1}[mg^{1/2} \cdot mm^{3/2} \cdot sec^{-1}] =$$
$$= 1000\,[mg^{1/2} \cdot mm^{3/2}/sec]\ \text{E. S. E.};$$

sowie auch

$$q = \frac{6}{100}\ \text{E. S. E.}\,[m^{3/2} \cdot gr^{1/2}/min].$$

351. Eine E. M. E. der Elektrizitätsmenge im (cm, gr, sec)-System soll im (mm, mg, sec)-System und im (m, gr, min)-System ausgedrückt werden.

Antwort:

$$Q = 1\ \text{E. M. E.}\,[cm^{1/2}\,gr^{1/2}] =$$
$$= 1 \cdot 10^{1/2} \cdot 1000^{1/2}\ \text{E. M. E.}\,[mm^{1/2} \cdot mg^{1/2}] =$$
$$= 100\ \text{E. M. E.}\,[mm^{1/2} \cdot mg^{1/2}].$$

Für das letztere System

$$Q = 1\ \text{E. M. E.}\,[cm^{1/2}, gr^{1/2}] =$$
$$= 1 \cdot 0{,}01^{1/2} \cdot 1^{1/2}\ \text{E. M. E.}\,[m^{1/2} \cdot gr^{1/2}] =$$
$$= 0{,}10\ \text{E. M. E.}\,[m^{1/2} \cdot gr^{1/2}].$$

352. Die e. m. K. eines Elementes ist $1555 \cdot 10^{5}$ E. M. E. im (cm, gr, sec)-System. Wie groß ist sie im (mg, mm, sec)-System?

Antwort: Die Dimension der e. m. K. ist $[L^{3/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-2}]$. Daher erhält man

$$E = 1555 \cdot 10^{5} \cdot (10^{3/2} \cdot 1000^{1/2}\,1^{-2})\,[mm^{3/2} \cdot mg^{1/2}/sec^{2}] =$$
$$= 15{,}55 \cdot 10^{10}[mm^{3/2} \cdot mg^{1/2}/sec^{+2}].$$

353. Die e. m. K. eines Daniell sei $1{,}122 \cdot 10^{8}$ E. M. E. im (cm, gr, sec)-System. Wie groß ist sie im (mm, mg, sec)-System?

Antwort:

$$E = 1{,}122 \cdot 10^{8} \cdot (10^{3/2} \cdot 1000^{1/2}/1^{+2})\,[mm^{3/2} \cdot mg^{1/2}/sec^{+2}) =$$
$$= 1{,}122 \cdot 10^{11}\ \text{E. M. E.}\,[mm^{3/2} \cdot mg^{1/2} \cdot sec^{-2}].$$

354. Ein Element hat eine e. m. K. von 0,057 E. S. E. im (cm, gr, sec)-System; wie groß ist sie im (mm, mg, sec)-System?

Antwort: Die Dimension der e. m. K. in elektrostatischen Einheiten ist $[L^{1/2}, M^{1/2}, T^{-1}]$, und dementsprechend

$$E = 0{,}057 \times (10^{1/2} \cdot 1000^{1/2} \cdot 1^{-1})[mm^{1/2} \cdot mg^{1/2}/sec^{+1}] =$$
$$= 5{,}7 \text{ E. S. E. } [mm, mg, sec].$$

355. Die Kapazität einer Leydener Flasche beträgt

$$C = 2{,}4 \cdot 10^{-9} \text{ Farad} = 2{,}4 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-9} \text{ E. M. E.}$$

im (cm, gr, sec)-System. Welche Zahl drückt dieselbe Größe in elektromagnetischen Einheiten des (mg, mm, sec)-Systems aus?

Antwort: Die Dimension der Kapazität ist im elektromagnetischen System $\left[\frac{T^2}{L}\right]$ und daher

$$C = 2{,}4 \cdot 10^{-18}[sec^2/cm] = 2{,}4 \cdot 10^{-18} \cdot 10[sec^2/mm] =$$
$$= 2{,}4 \cdot 10^{-19}[sec^2/mm] \text{ E.M.E.}$$

356. Die Kapazität eines Kondensators ist $12 \cdot 10^5$ E.S.E. (cm, gr, sec); wie groß ist sie in E.S.E. (km, gr, sec)?

Antwort:

$$C = 12 \cdot 10^5[cm] =$$
$$= 12 \cdot 10^5 \times 0{,}000\,01 \text{ E. S. E. } [km] =$$
$$= 12 \text{ E. S. E. } [km].$$

357. Eine Batterie gibt einen Strom von 11,2 E.S.E. (mm, mgr, sec); wie stark ist dieser Strom in Einheiten (cm, gr, sec)? und wie groß in den Einheiten (km, kg, min)?

Antwort: Die Dimension der Strommenge im elektrostatischen System ist $[L^{3/2}, M^{1/2}, T^{-2}]$; die angegebene Größe

$$J = 11{,}2 \text{ E.S.E. } [mm^{3/2}, mgr^{1/2}/sec^{+2}] =$$
$$= 11{,}2 \times 0{,}1^{3/2} \cdot 0{,}001^{1/2} \cdot 1^{-2} \text{ E.S.E. } [cm^{3/2} \cdot gr^{1/2}/sec^{+2}] =$$
$$= 0{,}0112 \text{ E.S.E. } [cm^{3/2}, gr^{1/2}/sec^{+2}].$$

In ähnlicher Weise wird für die anderen Grundeinheiten

$$J = 0{,}4032 \cdot 10^{-7}[km^{3/2}, kg^{1/2}, min^{-2}] \text{ E.S.E.}$$

358. Ein Element gibt einen Strom $J = 1{,}8$ E.M.E. (cm, gr, sec). Wie stark ist der Strom in E.M.E. (mm, gr, sec)? — und in (km, kg, min)?

Antwort: Die Dimension der Stromstärke im elektromagnetischen System ist $[L^{1/2}, M^{1/2}, T^{-1}]$, und demnach

$$J = 1{,}8 \text{ E.M.E. } [\text{cm}^{1/2}, \text{gr}^{1/2}, \text{sec}^{-1}] =$$
$$= 1{,}8 \cdot 10^{1/2} \cdot 1000^{1/2} \cdot 1^{-1} [\text{mm}^{1/2}, \text{mgr}^{1/2}, \text{sec}^{-1}] =$$
$$= 180 \text{ E.M.E. } [\text{mm, mgr, sec}].$$

Ähnlich wird

$$J = 0{,}0108 \text{ E.M.E. (km, kgr, min)}.$$

359. Eine Leitung hat $97{,}45 \cdot 10^9$ E.M.E. (cm, gr, sec) Widerstand; wieviel beträgt er in E.M.E. (km, gr, sec)?

Antwort: Die Dimension des Widerstandes im E.M.E.-System ist $[L^1 \cdot T^{-1}]$; dann wird

$$R = 97{,}45 \cdot 10^9 [\text{cm}^1, \text{sec}^{-1}] =$$
$$= 97{,}45 \cdot 10^9 \times 0{,}00001 \cdot 1^{-1} [\text{km}^1, \text{sec}^{-1}] =$$
$$= 97{,}45 \cdot 10^4 \text{ E.M.E. (km, sec)}.$$

360. Eine andere Leitung hat den Widerstand $97{,}45 \cdot 10^9$ E.S.E. (cm, gr, sec); wieviel beträgt er in E.S.E. (km, kgr, sec)?

Antwort: Die Dimension des Widerstandes im elektrostatischen System ist $[L^{-1} \cdot T^1]$; somit wird

$$R = 97{,}45 \cdot 10^9 \text{ E.S.E } [\text{cm}^{-1}, \text{sec}^{-}] =$$
$$= 97{,}45 \cdot 10^9 \times 0{,}00001^{-1} \cdot 1^1 \text{ E.S.E. } [\text{km}^{-1}, \text{sec}] =$$
$$= 97{,}45 \cdot 10^{14} \text{ E.S.E. } [\text{km, sec}].$$

361. Die Potentialdifferenz an den Polen eines Daniellschen Elementes beträgt 0,00374 E. S. E.; wie groß ist sie in E. M. E.? — Wie groß in praktischen Einheiten?

Antwort: Das Verhältnis der Einheiten im elektrostatischen System zu den Einheiten im elektromagnetischen System beträgt für die e. m. K. $3 \cdot 10^{10}$. Demgemäß wird

$$0{,}00374 \text{ E.S.E.} = 0{,}00374 \times 3.10^{10} \text{ E.M.E.} = 1{,}112 \cdot 10^8 \text{ E.M.E.}$$

Außerdem entsprechen 10^8 E.M.E. in absoluten Einheiten dem Volt in praktischen Einheiten, so daß die e. m. K. des Daniell auch ausgedrückt wird durch 1,122 Volt.

362. Ein Bunsenelement hat die e. m. K. von $1{,}734 \cdot 10^8$ E.M.E. — Wieviel beträgt sie in E.S.E.? — Wieviel in praktischen Einheiten?

Antwort: Durch Umformung erhält man der Reihe nach

$$1{,}734 \cdot 10^8 \text{ E.M.E.} = 1{,}734 \text{ Volt} =$$
$$= \frac{1{,}734 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^{10}} \text{ E.S.E.} = 0{,}578 \cdot 10^{-2} \text{ E.S.E.}$$

363. Wenn eine Säule von 200 Beetzschen Trockenelementen eine e. m. K. von 210 Volt hat, wieviel hat sie in E.M.E.? — Wieviel in E.S.E.?

Antwort: 210 Volt $= 2{,}1 \cdot 10^{10}$ E.M.E. $= 0{,}7$ E.S.E.

364. Auf einer Holtzschen Maschine mit 30 cm Funkenlänge besteht eine Spannung von 90000 Volt; wieviel beträgt sie in E.S.E.?

Antwort:

$$90000 \text{ Volt} = 90000 \cdot 10^8 \text{ E.M.E.} = \frac{9 \cdot 10^{12}}{3 \cdot 10^{10}} \text{ E.S.E.} =$$
$$= 300 \text{ E.S.E.}$$

365. Wenn 5 mm Funkenlänge einer Potentialdifferenz von 56 E.S.E. (cm, gr, sec) entsprechen, wie viele Volt beträgt dann diese Potentialdifferenz? Welche Potentialdifferenz entspricht dann einer Funkenlänge von 32 cm, wenn man voraussetzt, daß sie an die Entfernung d durch die Beziehung $V^2 = c \cdot d$ gebunden ist?

Antwort: Eine E.S.E. (cm, gr, sec) entspricht dem Wert von 300 Volt; sonach sind

$$56 \text{ E.S.E.} = 56 \cdot 300 = 16800 \text{ Volt} =$$
$$= 168 \cdot 10^{10} \text{ E.M.E. (cm, gr, sec)}.$$

Damit die Funkenlänge 32 cm betrage, muß die Bedingung erfüllt sein, daß $V^2 = c \cdot 32$; und weil $56^2 = c \cdot \frac{1}{2}$ ist, so muß $c = 2 \cdot 56^2 = 6272$ sein; also

$$V = \sqrt{6272 \cdot 12} = 448 \text{ E.S.E.} = 134400 \text{ Volt}.$$

366. Ein Kondensator von 1,2 Mikrofarad Kapazität wurde durch eine Elektrizitätsquelle von 400 Volt geladen. Welche Elektrizitätsmenge wird er aufnehmen a) in praktischen Einheiten, b) in E.S.E., c) in E.M.E.?

Antwort: Die in praktischen Einheiten ausgedrückte Elektrizitätsmenge erhält man aus der Beziehung $Q = C \cdot V$, wenn die Kapazität sowie die Potentialdifferenz ebenfalls in praktischen Einheiten ausgedrückt werden. Demnach ist

$$Q = 0{,}0000012 \cdot 400 \text{ Coulomb} = 0{,}00048 \text{ Coulomb} =$$
$$= 0{,}00048 \times 3 \cdot 10^9 \text{ E.S.E.} = 144 \cdot 10^4 \text{ E.S.E.} =$$
$$= \frac{144 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^{10}} \text{ E.M.E.} = 0{,}000048 \text{ E.M.E.}$$

367. Wie groß ist in E. S. E. und in E. M. E. die Kapazität eines Kondensators, der die Kapazität 1,2 Mikrofarad (praktische Einheiten) hat?

Antwort: Mit Benutzung der Definition des Farad und des Verhältnisses der Einheiten der Kapazität im elektrostatischen und im elektrodynamischen System erhält man

$$C = 1{,}2 \text{ Mikrofarad} = 1{,}2 \cdot 10^{-6} \text{ Farad} =$$
$$= 1{,}2 \,.\, 10^{-6} \times 10^{-9} \text{ E.M.E.} = 1{,}2 \cdot 10^{-15} \text{ E.M.E} =$$
$$= 1{,}2 \cdot 10^{-15} \times 9 \cdot 10^{20} \text{ E.S.E.} = 10{,}8 \cdot 10^5 \text{ E.S.E.} =$$
$$= 1080000 \text{ E.S.E.}$$

368. Wie groß ist die Kapazität der Erde nach Einheiten der drei Systeme?

Antwort: Da die Kapazität der Erde als einer Kugel ihrem Radius gleich ist, insofern man im elektrostatischen System bleibt, so ergibt sich

$$C = \frac{4 \cdot 10^9}{2\pi} [\text{cm}] = \frac{4 \cdot 10^9}{2\pi} \text{ E.S.E.} = 6{,}36 \cdot 10^8 \text{ E.S.E.} =$$
$$= \frac{6{,}36 \cdot 10^8}{(3 \cdot 10^{10})^2} \text{ E.M.E.} = 0{,}707 \cdot 10^{-12} \text{ E.M.E.} =$$
$$= 0{,}707 \cdot 10^{-12} \times 10^9 \text{ Farad} = 0{,}000707 \text{ Farad} =$$
$$= 707{,}07 \text{ Mikrofarad.}$$

369. Ein Konduktor ist mit einem drittel Coulomb geladen; wie groß ist die Ladung in E.S.E.? — Wie groß in E.M.E.?

Antwort: Es ist 1 Coulomb $= 3 \cdot 10^9$ E.S.E.; also ein Drittel Coulomb $= 10^9$ E.S.E.

Ferner ist 1 Coulomb = 0,1 E.M.E., also ein drittel Coulomb ein dreißigstel E. M. E.

370. Wieviel Coulomb sind 2737 E. S. E.?

Antwort: Die

$$2737 \text{ E.S.E.} = \frac{2737}{3 \cdot 10^9} \text{ Coulomb} = 9{,}13 \cdot 10^{-7} \text{ Coulomb.}$$

371. Wieviel Coulomb sind 856 E.M.E.?

Antwort: Die 856 E.M.E. $= \frac{856}{10^{-1}}$ Coulomb $=$ 8560 Coulomb.

372. Wie groß ist die Kapazität eines Kondensators in E.S.E. und in E.M.E., wenn sie zu 0,54 Mikrofarad angegeben ist?

Antwort: Nach der Definition ist

$$1 \text{ Farad} = 9 \cdot 10^{11} \text{ E.S.E.} = 10^{-9} \text{ E.M.E.},$$

also so sind

$$0{,}54 \text{ Mikrofarad} = 54 \cdot 10^{-8} \text{ Farad} = 486\,000 \text{ E.S.E.} = \\ = 5{,}4 \cdot 10^{-17} \text{ E.M.E.}$$

373. Die Kapazität eines Konduktors ergab sich unter gewissen Umständen zu $1566 \cdot 10^{8}$ E.S.E.; unter anderen Umständen ergab sie sich zu $0{,}75 \cdot 10^{-11}$ E.M.E. Wieviel beträgt sie im einen und im andern Falle in praktischen Einheiten?

Antwort: Es sind

$$1566 \cdot 10^{8} \text{ E.S.E.} = \frac{1566 \cdot 10^{8} \times 10^{6}}{9 \cdot 10^{11}} \text{ Mikrofarad} = 1{,}74 \text{ Mikrofarad.}$$

Ferner sind

$$0{,}75 \cdot 10^{-11} \text{ E.M.E.} = \frac{0{,}75 \cdot 10^{-11}}{10^{-9}} \text{ Farad} = 0{,}0\,075 \text{ Farad.}$$

374. Wieviel Volt entsprechen 1 E.S.E.?

Antwort: Nach der Definition des Volts ist dieses ein Dreihundertstel der E.S.E.; also ist

$$1 \text{ E.S.E.} = 300 \text{ Volt.}$$

X. Die Stromstärke.

A. Messung durch chemische Wirkung.

375. Vier hintereinander geschaltete Daniellsche Elemente haben 0,458 gr Kupfer in 36 Stunden niedergeschlagen; wie stark muß der Strom gewesen sein?

Antwort: Da ein Ampère in der Stunde 1,1819 gr niederzuschlagen vermag, so muß der gesuchte Strom

$$\frac{0{,}458}{36 \cdot 1{,}1819} \text{ Ampère} = 0{,}01\,076 \text{ Ampère}$$

betragen haben.

376. Eine Dynamo gibt einen Strom von 23 Ampère; wieviel Silber kann man damit in der Minute abscheiden?

Antwort: Nach Tafel X schlägt ein Ampère 4,046 gr Silber in der Stunde nieder; obiger Strom wird daher $\frac{23}{60} \cdot 4{,}046 = 1{,}550$ gr Silber abscheiden.

377. Eine Dynamo hat eine e. m. K. von 120 Volt. Welche Wassermenge kann sie in der Minute zersetzen, wenn der äußere Stromkreis einen Widerstand von 1 Ohm hat?

Antwort: Nach dem Ohmschen Gesetz erhält man die Stromstärke als Quotienten aus e. m. K. und Widerstand. Sie ist demnach $J = \frac{120}{1} = 120$ Ampère. Da ferner das Gewicht des zerlegten Wassers 9 mal größer ist als dasjenige des Wasserstoffs, so muß das gesuchte Wassergewicht

$$120 \cdot 0{,}0\,000\,104 \cdot 9 \cdot 60 \text{ gr} = 0{,}674 \text{ gr}$$

betragen.

378. Ein Akkumulator wurde vollständig geladen und dann durch ein Wasservoltameter entladen. Wie groß muß die angehäufte Elektrizitätsmenge gewesen sein, wenn 25 l Knallgas erzeugt wurden?

Antwort: Jedes Coulomb erzeugt 0,17 409 ccm Knallgas; daher waren zur Erzeugung von 25 l Gas $\frac{25\,000}{0{,}17\,409} = 143\,592$ Coulomb notwendig. Da ferner eine Ampère-St. = 3600 Coulomb ist, so kann jene Elektrizitätsmenge auch durch $\frac{143\,592}{3600} = 39{,}5$ Ampère-St. ausgedrückt werden.

379. Welcher Strom ist nötig, um in einer Sek. das chemische Äquivalent Silber (108 gr) niederzuschlagen?

Antwort: Das elektrochemische Äquivalent des Silbers ist 0,00111 800 gr, das von J Ampère in der Sek. niedergeschlagene Silber wiegt demnach $p = 0{,}001\,118 \cdot J$ gr. Dieses Gewicht soll nach Angabe 108 gr betragen; daher muß

$$J = \frac{108}{0{,}0\,011\,180} = 96\,600 \text{ Ampère}$$

sein.

380. Nachdem eine einzige Zelle eines Akkumulators vollständig geladen war, konnten in einem Silberbad 163,3 gr Silber niedergeschlagen werden. Wie groß war a) in E. M. E.; b) in praktischen Einheiten die Kapazität der Zelle?

Antwort: Die aus der Zelle geflossene Strommenge muß

$$\frac{163,3}{4,026} = 40,56 \text{ Ampère-St.}$$

betragen haben; oder

$$40,56 \cdot 3600 = 146015 \text{ Coulomb} = 14,601,5 \text{ E. M. E.}$$

381. Ein Plattenkondensator von 3 Mikrofarad Kapazität wurde mit einer Batterie von 300 Volt Spannung geladen. Die Entladung geschah durch ein Wasservoltameter. Wieviel Gas wurde dabei entwickelt?

Antwort: Der Kondensator kann die Menge

$$Q = C \cdot V = 3 \cdot 9 \cdot 10^5 \times \frac{300}{3 \cdot 10^2} \text{ E. S. E.} \doteq$$

$$= 27 \cdot 10^5 \text{ E. S. E.} = \frac{27 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^9} \text{ Coulomb} = 0,0009 \text{ Coulomb}$$

aufnehmen.

Diese Elektrizitätsmenge entwickelt aber

$$0,0009 \cdot 0,17409 \text{ ccm} = 0,000157 \text{ ccm} = 0,16 \text{ cbmm Gas.}$$

382. Ein gewisser Strom zerlegt 0,5 g Wasser in der Minute; wie stark ist er?

Antwort: Das Wasser besteht aus einem Neuntel H, der Rest ist O. Der gesuchte Strom zerlegt 0,5 gr Wasser und bildet $\frac{1}{9} \cdot 0,5$ gr $= 0,0556$ gr H. Da ein Ampère in der Sek. $104 \cdot 10^{-7}$ gr H entwickelt, so muß der Strom die Stärke von

$$\frac{0,0556}{60 \cdot 0,0000104} = 89 \text{ Ampère}$$

gehabt haben.

383. In einem Wasservoltameter hat man nach Verfluß von 80 Min 30 ccm H aufgefangen; der Barometerstand war 735 mm, die Temperatur 15°. Wie stark war der Strom?

Antwort: Das H-volumen, auf 0° und 760 mm Druck reduziert, wiegt

$$H = 30 \cdot \frac{0,0896[(735 - 1,93) - 12,67]}{(1 + 0,003670 \cdot 15) \cdot 760} \text{ mgr} = 2,415 \text{ mgr.}$$

Da ein Coulomb 0,01039 mgr H erzeugt, so müssen 2,415/0,01039 Coulomb durch das Voltameter gegangen sein. Im Verlauf einer Sek. ist somit ein Strom von

$$\frac{2{,}415}{0{,}01039 \cdot 80 \cdot 60} \text{ Coulomb-sec} = 0{,}048 \text{ Ampère}$$

durch das Voltameter geflossen.

384. Bei einer Temperatur von 15° und einem Druck von 725 mm wurden in einem Wasservoltameter in 5 Min. 18 ccm Gas entwickelt; wie stark war der Strom?

Antwort: Die H-menge ist zwei Drittel der Gesamtmenge; die Korrektion auf 0° ist 1,51 mm; die Korrektion für Dampfdruck 10,43 mm; somit wurden

$$G = \frac{2}{3} \cdot 18 \cdot \frac{0{,}08952\,[(725 - 1{,}51) - 10{,}43]}{(1 + 0{,}003670 \cdot 15) \cdot 760} \text{ mgr} = 0{,}9553 \text{ mgr}$$

H entwickelt, und diese verlangen einen Strom von

$$J = \frac{0{,}9553}{0{,}01039 \cdot 5 \cdot 60} \text{ Ampère} = 0{,}306 \text{ A.}$$

B. Messung mit der Tangentenbussole.

385. Wie groß ist der Wert des Kräftepaares, welches der Erdmagnetismus an einer Magnetnadel erzeugt, deren Poldistanz 3 cm und deren Pol 0,5 E. M. E. magnetische Masse enthält?

Antwort: Für Mitteleuropa beträgt die Kraft, mit der der Erdmagnetismus horizontal auf einen Pol mit der Einheit der Masse wirkt, 0,2 Dyn; der Arm des Paares beträgt 3 cm; somit ist das Moment

$$M = 0{,}2 \cdot 3 \cdot 0{,}5 \text{ E. M. E.} = 0{,}3 \text{ E. M. E.}$$

386. Eine Tangentenbussole hat einen einzigen kreisförmigen Draht von 17 cm Radius und eine Magnetnadel von 2,4 cm Länge mit 0,5 Einheiten magnetischer Masse. Welches Drehungsmoment bestimmt in ihr ein Strom von 1,5 Ampère?

Antwort: Die auf den Magnetpol wirkende Kraft beträgt

$$K = \frac{2\pi \cdot 17 \cdot 0{,}5}{17^2} \times \frac{1{,}5}{10} \text{ Dyn} = 0{,}02773 \text{ Dyn};$$

sie wirkt auf einen Hebelarm von 2,4 cm Länge. Das Drehungsmoment hat somit den Wert

$$M = 2{,}4 \cdot 0{,}02773 \text{ cm Dyn} = 0{,}066 \text{ [qcm gr/sec}^{+2}]$$

387. Wie groß ist das Drehungsmoment in 385., wenn die Nadel mit dem magnetischen Meridian die Winkel 90°, oder 30°, oder 0° bildet?

Antwort: Es wird

$$M_1 = 0{,}3 \cdot \sin 90^0 = 0{,}3\,; \quad M_2 = 0{,}3 \cdot \sin 30^0 = 0{,}15\,;$$
$$M_3 = 0{,}3 \cdot \sin 0^0 = 0\,.$$

388. Welchen Wert nimmt das Drehungsmoment im Falle 386. an, wenn die Nadel um 90⁰, um 60⁰, um 0⁰ abgelenkt ist?

Antwort: Das Moment wird bezüglich

$$M_1 = 0{,}066 \cdot \cos 90^0 = 0\,; \quad M_2 = 0{,}033\,; \quad M_3 = 0{,}066\,.$$

389. Für welchen Winkel erhalten die Drehungsmomente in 385. und 386. denselben Wert?

Antwort: Wenn α den unbekannten Winkel bezeichnet und man durch ihn die beiden Momente ausdrückt, so muß

$$0{,}066 \cdot \cos \alpha = 0{,}3 \sin \alpha$$

sein und daher

$$\operatorname{tg} \alpha = 0{,}22\,; \quad \text{also} \quad \alpha = 12^0 24' 26'.$$

390. Eine Tangentenbussole hat 32 Windungen von 17 cm mittlerem Radius und eine Magnetnadel von 3 cm Poldistanz und 0,5 Einheiten magnetischer Masse. Wie groß ist das Drehungsmoment, wenn ein Strom von 0,425 Ampère hindurchfließt?

Antwort: Als Produkt aus wirkender Kraft in den Polabstand erhält man das Drehungsmoment

$$M = \frac{2\pi \cdot 17 \cdot 32 \cdot 0{,}5}{17^2} \cdot \frac{0{,}425}{10} \times 3 = 0{,}754\,[\text{qcm} \cdot \text{gr/sec}^{+2}]\,.$$

391. Auf einem kreisförmigen Rahmen von 12 cm Radius sind 32 Windungen eines Drahtes aufgetragen; in seiner Mitte ist eine Nadel, die 0,5 magnetische Einheiten enthält. Wie groß ist der Reduktionsfaktor der so gebauten Bussole?

Antwort: Aus der allgemeinen Form für die Konstante der Tangentenbussole ergibt sich in diesem Fall, daß

$$C = \frac{hr}{2\pi n} = \frac{0{,}2 \cdot 12}{2 \cdot \pi \cdot 38} = 0{,}0\,119$$

ist.

392. Welchen Radius r und welche Windungsanzahl n muß eine Tangentenbussole haben, damit die Stromstärke J genau gleich der Tangente des Ablenkungswinkels sei?

Antwort: Damit

$$J = \operatorname{tg} \alpha$$

sei, muß im Reduktionsfaktor

$$hr = 2\pi n$$

oder

$$n = \frac{0,2}{2\pi} r = 0,03\,181 \cdot r$$

sein; also berechnet sich für

$$n = 1; \quad 2; \quad 3; \quad \ldots$$

der Radius

$$r = 31,4 \text{ cm}; \quad 62,8 \text{ cm}; \quad 94,2 \text{ cm}.$$

393. Eine Tangentenbussole soll 5 Windungen tragen, und die Tangenten der Ablenkungswinkel der Magnetnadel sollen unmittelbar die Anzahl der Ampère anzeigen. Wie groß muß in Paris, in London, in Berlin und Bombay der mittlere Halbmesser der kreisrunden Windungen sein?

Antwort: Um die Stromstärke in Ampère auszudrücken, muß der Reduktionsfaktor der Tangentenbussole

$$\frac{10\,Hr}{2\pi n} = 1$$

sein. Die Windungszahl ist als $n = 5$ angenommen; da H in Paris; London; Berlin; Bombay bez. die Werte 0,188; 0,180; 0,188; 0,330 Gauß hat, muß r die folgenden Werte annehmen:

$$r = \frac{2\pi \cdot 5}{10 \cdot 0,188} = 16,71 \text{ cm in Paris;}$$

$$r = 17,45 \text{ cm in London;}$$

$$r = 16,71 \text{ cm in Berlin und}$$

$$r = 9,52 \text{ cm in Bombay.}$$

394. In welchem Sinne ändert sich die Empfindlichkeit einer Tangentenbussole, wenn der Magnetismus der Nadel verstärkt wird? Welchen Einfluß hat diese Verstärkung auf die Ablenkung der Nadel?

Antwort: Die Anzahl der magnetischen Einheiten geht nicht in die Formel für die Tangentenbussole ein; eine Verstärkung der Magnetisierung der Nadel würde also die Ablenkung der Nadel nicht beeinflussen. Wohl würden durch eine Verstärkung der Nadel beide Drehmomente zunehmen, aber beide im nämlichen Verhältnisse; also wird die Empfindlichkeit des Instrumentes dieselbe bleiben.

395. Ein gewisses Daniellsches Element bewirkt eine Ablenkung von 23° an der Nadel einer Tangentenbussole, während ein anderes Daniellsches Element mit demselben äußeren Stromkreis eine Ablenkung der Nadel um 49° bewirkt. In welchem Verhältnis stehen die zwei Stromstärken? — Woher kann ein solcher Unterschied in den Stromstärken rühren?

Antwort: Da beide Ströme durch Daniellsche Elemente erzeugt werden, so ist die e. m. K., also auch die Potentialdifferenz in beiden Fällen dieselbe; da auch die äußeren Stromkreise dieselben sind, so kann die verschiedene Stromstärke nur noch von einem geänderten innern Widerstand herrühren. Um den Strom stärker werden zu lassen, muß der Widerstand kleiner, also die Ausdehnung der wirksamen Flächen größer oder ihre Entfernung kleiner sein.

Das gesuchte Verhältnis beträgt

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{\text{tg } \alpha_1}{\text{tg } \alpha_2} = \frac{\text{tg } 23^0}{\text{tg } 49^0} = 0{,}369.$$

396. In denselben Stromkreis sind hintereinander eine Batterie, eine Tangentenbussole und ein Voltameter eingeschaltet. Während 30 Minuten konnte die Nadel der Bussole beständig auf 23° gehalten werden, und dabei wurden 1,234 gr Silber abgeschieden. Wie groß ergibt sich hieraus die Konstante der Tangentenbussole?

Antwort: Ist x die gesuchte Konstante, J die benutzte Stromstärke, so gilt für die Tangentenbussole die Gleichung

$$J = x \cdot \text{tg } 23^0.$$

Anderseits folgt aus der Angabe des elektrochemischen Äquivalentes des Silbers (4,046 gr für jede Ampère-Stunde) die Beziehung

$$J = \frac{1}{2} \cdot 4{,}046 \text{ gr} = 1{,}234 \text{ gr}.$$

Durch Elimination von J aus beiden Gleichungen ergibt sich

$$x = 1{,}444.$$

397. In einem Stromkreis liegt ein Element, eine Tangentenbussole, deren Reduktionsfaktor 0,080 sei, und ein Voltameter mit Silbernitratlösung. Die horizontale Komponente des Erdmagnetismus ist $H = 0{,}23$ Gauß. Die Ablenkung der Magnetnadel bleibe während einer Stunde 35°. Welches Gewicht in Silber wird in einer Stunde im Voltameter niedergeschlagen?

Antwort: Die Zersetzung dauert 3600 Sekunden; das elektrochemische Äquivalent des Silbers (Tafel X) ist 0,0011183; die Stromstärke ist

$$J = 0{,}080 \cdot 0{,}23 \cdot \operatorname{tg} 35^0.$$

Das Gewicht des niedergeschlagenen Silbers wird

$$G = 0{,}080 \cdot 0{,}23 \cdot \operatorname{tg} 35^0 \times 0{,}0011188 \times 3600 = 0{,}5187 \text{ gr}.$$

398. In einer Tangentenbussole, deren Ring einen Radius von R cm hat, befindet sich die Magnetnadel außerhalb der Ringebene, aber senkrecht zu ihr und um l cm von der Mitte entfernt. Wie groß ist die Konstante dieser Bussole? — Wie groß muß bei unveränderter Größe des Radius R sein, damit die Empfindlichkeit nur den $n$ten Teil von der einer gewöhnlichen (konzentrischen) Bussole betrage? (Fig. 31.)

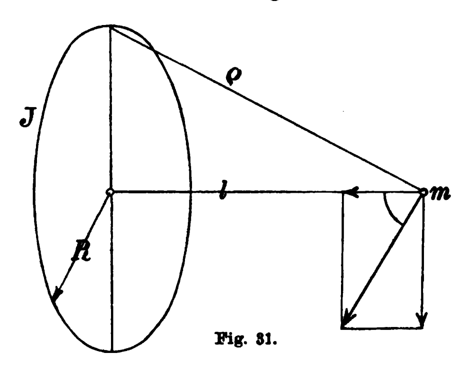


Fig. 31.

Antwort: Bezeichnet $\mathfrak{m}$ die Anzahl magnetischer Masseneinheiten im exzentrisch gelegenen Pol, ϱ seine Entfernung von den Elementen des Stromkreises, J die Intensität des durchfließenden Stromes, α die dadurch bewirkte Ablenkung der Magnetnadel aus dem Meridian, so ist die Kraft, mit der der Strom auf die Nadel wirkt, ausgedrückt durch

$$2\pi R . \mathfrak{m} J . \frac{1}{\varrho^2} \cdot$$

Diese Kraft ist die Summe der elementaren Kräfte, die von den Stromelementen herrühren, welch letztere auf der Richtung Stromelement-Pol senkrecht stehen. Betrachtet man je die zwei Stromelemente, die auf demselben Durchmesser liegen, und zerlegt ihre Kräfte in eine zur Kreisebene senkrechte und eine zur Kreisebene parallele Komponente, so sieht man, daß letztere sich heben und nur erstere sich summieren. Ihr Wert ist je das Produkt aus der zwischen Stromelement und Pol ausgeübten Kraft und dem Richtungskosinus $\frac{R}{\varrho}\cdot$ Wenn man diese Kraft mit $\cos\alpha$ multipliziert, so erhält man das Drehungsmoment des Stromkreises zu

$$\frac{2\pi R \mathfrak{m} J}{\varrho^2} \cdot \frac{R}{\varrho} \cdot \cos\alpha,$$

und dieses muß dem vom Erdmagnetismus erzeugten Drehmoment $M \cdot H \cdot \sin\alpha$ das Gleichgewicht halten, so daß

$$\left[\frac{2\pi R^2 \mathfrak{m} J}{\varrho^3}\right] \cos\alpha = \mathfrak{m} \cdot H \cdot \sin\alpha$$

ist. Hieraus wird

$$J = \frac{\varrho^3}{2\pi R^2} H \cdot \operatorname{tg}\alpha,$$

die gesuchte Konstante der Tangentenbussole ist also

$$C = \frac{(\sqrt{l^2 + R^2})^3}{2\pi \cdot R^2} H.$$

Die Antwort auf die zweite Frage ergibt sich aus der Bemerkung, daß für $l = 0$ die Stromstärke gegeben wird durch

$$J = \frac{HR}{2\pi} \operatorname{tg}\alpha.$$

Wenn dieselbe Stromstärke von einer Bussole angegeben wird, deren Empfindlichkeit n mal kleiner ist, so muß für diese

$$J = n \frac{(l^2 + R^2)^{3/2}}{2\pi R^2} \cdot H \cdot \operatorname{tg}\alpha$$

sein, also auch

$$\frac{HR}{2\pi} \operatorname{tg}\alpha = n \frac{(\sqrt{l^2 + R^2})^3}{2\pi R^2} \cdot H \cdot \operatorname{tg}\alpha.$$

Hieraus ergibt sich durch Auflösung nach l, daß

$$l = R \frac{\sqrt{1 - \sqrt[3]{n^2}}}{\sqrt[3]{n^2}} \quad \text{ist.}$$

399. Man hat eine Tangentenbussole, deren Konstante den Wert $C = 0{,}50$ hat; wie groß müssen, in E. M. E. ausgedrückt, die Stromstärken sein, damit die Nadel um 1^0, um 2^0, um 3^0, um 4^0 abgelenkt wird?

Antwort: Nach der Formel

$$J = C \cdot \operatorname{tg}\alpha = 0{,}5 \cdot \operatorname{tg}\alpha$$

wird für

$\alpha_1 = 1^0$; $J_1 = 0{,}088$ Ampère.
$\alpha_2 = 2^0$; $J_2 = 0{,}176$ „
$\alpha_3 = 3^0$; $J_3 = 0{,}264$ Ampère.
$\alpha_4 = 4^0$; $J_4 = 0{,}352$ „

400. Eine konstante Batterie lenkt die Nadel einer Tangentenbussole um 35° ab. Durch Einschalten eines zylindrischen, sehr rasch drehenden Stromunterbrechers sank die Ablenkung auf 28° 30′. Wie groß muß das Verhältnis der Breiten der leitenden zu den Breiten der nichtleitenden Stücke sein?

Antwort: Die abgegebenen Strommengen verhalten sich wie die Breiten der genannten Stücke des Unterbrechers. Andererseits verhalten sich die Strommengen wie die mittleren Stromstärken, also wie die Tangenten der Ablenkungswinkel. Daraus ergibt sich die Proportion

$$l_l : l_n = \operatorname{tg} 35^0 : \operatorname{tg} 28^0 30'; \quad \text{also } l_l = 1{,}29 \cdot l_n.$$

401. Eine Tangentenbussole, deren Reduktionsfaktor 4,5 ist, liegt im gleichen Stromkreis wie ein Ampèremeter. Die Ablenkung der Bussole beträgt 40°. Wieviel muß das Ampèremeter anzeigen?

Antwort: Nach der Formel für die Tangentenbussole wird

$$J = 4{,}5 \operatorname{tg} 40^0 = 4{,}5 \cdot 0{,}8391 = 3{,}77 \text{ Ampère.}$$

Diesen Wert muß auch das Ampèremeter anzeigen, wenn es richtig geeicht ist.

402. Ein Präzisionsampèremeter zeigt 0,245 Ampère, wenn eine Tangentenbussole 56,5° anzeigt. Wie groß ist der Reduktionsfaktor?

Antwort: Aus der Gleichung

$$0{,}245 = C \cdot \operatorname{tg} 56{,}5^0 = C \cdot 1{,}5108$$

folgt als Reduktionsfaktor

$$C = 0{,}1622.$$

403. Ein bifilares Elektrodynamometer zeigt $\varphi = 48^0$ an, wenn der durchfließende Strom $J = 0{,}0155$ Ampère anzeigt. Wie groß ist die Konstante dieses Dynamometers?

Antwort: Für das bifilare Elektrodynamometer gilt die Beziehung

$$i = D \sqrt{\sin \varphi}.$$

Diese gibt für unseren Fall

$$D = \frac{0{,}0155}{\sqrt{\sin 48^0}} = 0{,}01798.$$

404. Ein bifilares Elektrodynamometer und ein Wasservoltameter sind in Reihe verbunden; der Strom entwickelt 158 ccm Knallgas in 85 Minuten; das Elektrodynamometer zeigt eine gleichbleibende Ablenkung von 24°. Wie groß ist seine Reduktionskonstante?

Antwort: Das Voltameter zeigt eine Stromstärke von

$$J = \frac{158}{0{,}17409 \cdot 85 \cdot 60} = 0{,}178 \text{ Ampère an.}$$

Bei dieser Stromstärke besteht für das Elektrodynamometer die Beziehung

$$0{,}178 = D\sqrt{\sin 24^0}; \quad \text{also } D = 0{,}2799.$$

405. Eine Tangentenbussole hat die Reduktionskonstante $B = 0{,}00734$, und das in Reihe geschaltete bifilare Elektrodynamometer eine solche vom Betrag $D = 0{,}01798$. Letzteres zeigt 20° Ablenkung. Wie groß ist die Ablenkung der Tangentenbussole?

Antwort: Stellt man die beiden Ausdrücke für denselben Strom auf, so findet man

$$J = 0{,}01798 \cdot \sqrt{\sin 20^0} = 0{,}00734 \operatorname{tg} \alpha;$$

woraus

$$\alpha = 55^0 5'.$$

406. Ein bifilares Elektrodynamometer liegt im gleichen Stromkreis wie ein eindrähtiges Elektrodynamometer. Der Strom J erzeugt in beiden Instrumenten eine Ablenkung $\varphi_1 = 20^0$. Wie groß ist der Torsionswinkel φ des zweiten, wenn das erste $\varphi_2 = 40^0$ Ablenkung hat?

Antwort: Seien D_1 und D_2 die Reduktionskonstanten der beiden Instrumente, so müssen die beiden Beziehungen stattfinden

$$J_1 = D_1 \cdot \sqrt{\sin \varphi_1} = D_2 \cdot \varphi_1$$

und

$$J_2 = D_1 \cdot \sqrt{\sin \varphi_2} = D_2 \cdot \varphi_1$$

und durch Division

$$\varphi_2 = \varphi_1 \sqrt{\frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1}} = 20 \sqrt{\frac{\sin 40}{\sin 20}} = 27{,}5^0.$$

407. Ein Elektrodynamometer von Siemens & Halske (eindrähtiger Aufhängung) liegt im gleichen Stromkreis mit einem Präzisions-Ampèremeter. Dieses zeigt 0,758 Ampère an und das Torsions-Elektrodynamometer 270°. Wie groß ist die Reduktions-

konstante des letzteren? — Wie groß sind die Stromstärken, wenn das Dynamometer 25° und 100° anzeigt?

Antwort: Nach der Beziehung

$$J = D\sqrt{\varphi}$$

wird die Konstante

$$D = \frac{0,758}{\sqrt{270}} = 0,04613.$$

Die gewünschten Stromstärken werden

$$J_1 = 0,04613\ \sqrt{25} = 0,23065\ A; \text{ — } J_2 = 0,4613\ A.$$

XIII. Der Widerstand.

A) Einfluß der Länge und Dicke des Leiters.

408. Der Widerstand eines 32 km langen Telegraphendrahtes beträgt 250 Ohm; wie groß ist dann der Widerstand einer Leitung von 7,2 km Länge, die aus demselben Draht hergestellt wird?

Antwort: Bei im übrigen unveränderten Verhältnissen sind die Widerstände den Längen proportional, und es verhalten sich daher

$$32 \text{ km} : 7,2 \text{ km} = 250\ \Theta : x\ \Theta,$$

woraus

$$x = 56,25\ \Theta.$$

409. Ein Kupferdraht von 1000 m Länge und 1 mm Dicke hat 20,57 Θ Widerstand. Wie lang muß dieser Draht sein, damit sein Widerstand 0,11 Θ betrage?

Antwort: Aus

$$20,57\ \Theta : 0,11\ \Theta = 100 \text{ m} : x \text{ m}$$

folgt

$$x = 5,35 \text{ m}.$$

410. Wenn der Widerstand von 32 km eines 4 mm dicken Telegraphendrahtes 250 Θ beträgt, welchen Widerstand würde dann ein 2 mm dicker Draht derselben Länge haben?

Antwort: Die Widerstände sind den Querschnitten umgekehrt proportional, so daß

$$250\ \Theta : x\ \Theta = 2^2 : 4^2;$$

daraus ergibt sich

$$x = 1000\ \Theta.$$

411. Ein Zinkdraht von 1 mm Durchmesser und 50 m Länge hat 3,622 Θ Widerstand; wie dick ist ein Zinkdraht derselben Länge, wenn er 36,22 Θ Widerstand hat?

Antwort: Da

$$3{,}622\,\Theta : 36{,}22\,\Theta = x^2 : 1^2,$$

wo x die gesuchte Dicke bedeutet, so wird $x = 0{,}3162$ mm.

412. Wie findet man den Widerstand eines Nickeldrahtes von 200 m Länge und 0,125 mm Dicke, wenn man weiß, daß 1,5 km eines 2 mm dicken Drahtes einen Widerstand von 60,15 Θ haben?

I. Antwort: Der Widerstand eines Drahtes ist seiner Länge direkt und seinem Querschnitt umgekehrt proportional; es gilt, wenn C_1 und C_2 Konstante sind,

$$R_1 = C_1 \frac{l_1}{d_1^2}; \quad R_2 = C_2 \cdot \frac{l_2}{d_2^2}.$$

Für Drähte gleicher Art ist $C_1 = C_2$ und daher das Verhältnis beider Widerstände

$$R_1 : R_2 = l_1 d_2^2 : l_2 d_1^2;$$

woraus

$$R_2 = R_1 \cdot \frac{l_2}{l_1} \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 60{,}15 \cdot \frac{200}{1500} \left(\frac{2}{0{,}125}\right)^2 \Theta = 2053{,}12\ \Theta.$$

II. Antwort: Die 1500 m Draht von 2 mm Dicke haben 60,15 Θ; die 200 m des gleichen Drahtes haben

$$60{,}15 \times 200 : 1500\ \Theta = 802\ \Theta.$$

Der $^1/_8$ mm-Draht hat $8^2 = 64$ mal so großen Widerstand als der 1 mm-Draht und ist $4 \cdot 64 = 256$ mal so groß als der von 2 mm Dicke, also hat er

$$256 \cdot 8{,}02 = 2053{,}12\ \Theta$$

Widerstand.

413. Zwei Messingdrähte sollen gleichen Widerstand haben. Der eine ist 0,5 m lang und 0,75 mm dick; der andere Draht ist 18 m lang. Wie dick muß der zweite sein?

Antwort: Wenn man die Formel in 412. nach d_2 auflöst und bedenkt, daß $R_1 = R_2$ ist, so wird

$$d_2 = d_1 \sqrt{\frac{R_1\, l_2}{R_2\, l_1}} = 0{,}75 \sqrt{\frac{18}{0{,}5}} = 4{,}5 \text{ mm}.$$

414. Von 2 Platindrähten hat der erste 70 m Länge und 1,2 mm Dicke; der zweite 0,3 mm Dicke und den halben Widerstand des ersteren. Wie lang muß der zweite sein?

Antwort: Die Formel in 412. gibt nach l_2 aufgelöst

$$l_2 = l_1 \cdot \frac{R_2}{R_1} \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = 70 \cdot \frac{2}{1} \left(\frac{0,3}{1,2}\right)^2 \mathrm{m} = 2,19 \mathrm{~m}.$$

415. Wieviel Widerstand hat ein 80 km langer Eisendraht von 4 mm Dicke?

Antwort: Nach Tafel XI hat ein 1 m langer und 1 mm dicker Eisendraht 0,150 Θ Widerstand; also der genannte Draht

$$R = \frac{0,150 \cdot 80000}{4^2} \Theta = 750 \Theta.$$

416. Das atlantische Kabel vom Jahre 1866 hat 3000 km Länge und eine 5 mm dicke Kupferseele. Wie groß ist sein Widerstand?

Antwort:

$$R = \frac{0,020 \cdot 3000000}{52} = 2400 \Theta.$$

417. Die Spulen eines Morseapparates tragen 940 m Kupferdraht von 0,2 mm Dicke; wie groß ist ihr Widerstand?

Antwort:

$$R = 0,0232 \cdot 940 \cdot \left(\frac{1}{0,2}\right)^2 = 521,7 \Theta.$$

418. Ein Kabel hat eine Kupferseele von 2 mm Durchmesser und eine isolierende Schicht von 6 mm äußerem Durchmesser; seine Bleihülle hat 10 mm äußeren Durchmesser und 1 km Länge. Welchen Widerstand hat die Seele? — welchen die Bleihülle?

Antwort:

$$R_1 = \frac{0,0222 \cdot 1000}{2^2} = 5,55 \Theta$$

$$R_2 = \frac{0,240 \cdot 1000}{10^2 - 6^2} = 3,75 \Theta.$$

419. Im Jahre 1854 hat M. Hipp ein Kabel von 6,4 km in den Vierwaldstätter See gelegt, dessen Eisenseele 0,35 cm dick war, dessen isolierende Hülle 0,9 cm äußern Durchmesser hatte, und dessen Schutzhülle aus spiralförmig aufgewundenen Eisenbändern bestand. Dadurch stieg der äußere Durchmesser des Kabels auf 1,1 cm. Wie groß war der Widerstand der Seele? — Wie groß derjenige der Schutzhülle, wenn diese als dicht schließend angenommen wird?

Antwort: $R = 78,4\ \Theta$; $R' = 12\ \Theta$.

420. Der Draht der Sekundärwickelung einer Induktionsspule ist 0,2 mm dick und hat 100000 Θ Widerstand. Wie lang ist dieser Kupferdraht?

Antwort: Nach der Beziehung

$$100000 = 0{,}0222 \cdot \left(\frac{1}{0{,}2}\right)^2 l$$

wird

$$l = 180100 \text{ m.}$$

421. Auf den Spulen der Elektromagnete einer Dynamo ist Draht von 0,8 mm Dicke aufgewickelt, bis der Gesamtwiderstand 20 Ohm betrug. Wie lang und wie schwer muß dieser Draht sein?

Antwort: Die Länge ergibt sich zu $l = 627$ m, sein Gewicht zu 2517 gr.

422. Eine Tangentenbussole mit einer Windung von 2,4 cm Durchmesser hat 0,01 Θ Widerstand. Wie groß ist der Querschnitt q des Drahtes?

Antwort: Weil

$$0{,}01 = 0{,}0222 \cdot \pi \cdot 0{,}24 \cdot \left(\frac{1}{d}\right)^2$$

und weil $d = 1{,}294$ mm ist, wird der Querschnitt

$$q = \frac{1{,}294^2 \cdot \pi}{4} = 1{,}314 \text{ qmm.}$$

423. Wie groß ist der Widerstand einer Quecksilbersäule von 56 cm Höhe, die in einem zylindrischen Rohr von 14 mm innerem Durchmesser enthalten ist?

Antwort:

$$R = 1{,}273 \cdot 0{,}56 \cdot \left(\frac{1}{14}\right)^2 \Theta = 0{,}00362 \, \Theta.$$

B. Einfluß der Natur des Leiters.

424. Wie groß ist der Widerstand von Drähten aus Antimon, Eisen, Kupfer, Silber, Zink, wenn alle 106,3 cm lang sind und 1 qmm Querschnitt haben?

Antwort: Antimon $R_1 = 0{,}467 \, \Theta$; Eisen $R_2 = 0{,}129 \, \Theta$; Silber $R_3 = 0{,}0171 \, \Theta$; Kupfer $R_4 = 0{,}0190 \, \Theta$; Zink $R_5 = 0{,}0643 \, \Theta$.

425. In welchem Verhältnis ändert sich der Widerstand einer Leitung aus Eisendraht, wenn man das Eisen durch gleich dickes Kupfer ersetzt?

Antwort: Dieses Verhältnis ist demjenigen der Leitungsfähigkeiten der betreffenden Metalle gleich, also

$$8 : 54 = 0{,}15.$$

426. Man hat drei Thermoelemente, die aus gleich dicken Drähten gebildet sind. Das erste besteht aus Nickel-Kupfer, das zweite aus Gold-Silber, das dritte aus Platin-Eisen. Das je an zweiter Stelle genannte Metall hat außerdem die dreifache Länge des zuerst genannten. Wie verhalten sich die Leitungsfähigkeiten dieser drei Elemente untereinander?

Antwort: Bezeichnet p einen von der Form und Länge der Thermoelemente abhängigen Proportionalitätsfaktor, so sind die Leitungsfähigkeiten für (siehe Tafel XI)

$$\text{Nickel-Kupfer} \quad p \cdot 3 \cdot \frac{1}{54} + p \cdot 1 \cdot \frac{1}{7{,}5} = p \cdot 0{,}189,$$

$$\text{Gold-Silber} \quad p \cdot 3 \cdot \frac{1}{60} + p \cdot 1 \cdot \frac{1}{45} = p \cdot 0{,}072,$$

$$\text{Platin-Gold} \quad p \cdot 3 \cdot \frac{1}{8} + p \cdot 1 \cdot \frac{1}{7} = p \quad 0{,}502.$$

Die drei Leitungsfähigkeiten verhalten sich sonach wie

$$\mathrm{I} : \mathrm{II} : \mathrm{III} = \tfrac{1}{189} : \tfrac{1}{72} : \tfrac{1}{502} = 11 : 28 : 4.$$

427. Man will einen 4 mm dicken eisernen Telegraphendraht durch einen Draht aus Siliciumbronze ersetzen, deren Leitungsfähigkeit 40mal so groß ist als die des Quecksilbers. Wie groß muß sein Durchmesser genommen werden, wenn man denselben Widerstand beibehalten will?

Antwort: Da Länge und Widerstand dieselben bleiben sollen, so müssen sich die Querschnitte umgekehrt wie die Leitungsfähigkeiten verhalten, also

$$Q_e : Q_b = L_b : L_e = \pi 2^2 : \pi x^2 = 40 : 1,$$

woraus $x = 0{,}31$ mm und der Durchmesser $2x = 0{,}62$ mm.

C. Einfluß von Länge, Dicke und Natur des Leiters.

428. Wie groß ist der Widerstand eines Eisendrahtes von 1 m Länge und 2 mm Durchmesser?

Antwort: Nach Tafel XI ist der spezifische Widerstand des Eisens 0,150; d. h. ein Eisendraht von 1 m Länge und 1 mm

Durchmesser hat 0,150 Ohm Widerstand. Dieselbe Länge eines Eisendrahtes von 2 mm Durchmesser hat den 4fachen Querschnitt und somit nur ein Viertel des Widerstandes, also

$$R = 0{,}0375 \text{ Ohm}.$$

429. Wie groß ist der Widerstand eines Eisendrahtes von 1525 m Länge und 3 mm Durchmesser?

Antwort:

$$R = 0{,}150 \cdot 1525 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 25{,}4\ \Theta.$$

430. Ein Kupferdraht hat 1 mm Durchmesser und 0,020 Θ Widerstand; wie lang ist er?

Antwort: Nach Tafel XI muß seine Länge 1 m sein.

431. Ein Kupferdraht von 5 mm Durchmesser hat 0,020 Θ Widerstand; wie lang ist er?

Antwort: Bei 1 mm Durchmesser müßte er 1 m Länge haben; ein 5mal so dicker Draht hat den 25fachen Querschnitt; sein Widerstand ist nur dann gleich, wenn seine Länge 25mal so groß, also $l = 25$ m ist.

432. Wie lang muß ein Kupferdraht sein, dessen Widerstand 0,020 Θ und dessen Dicke 0,1 mm beträgt?

Antwort:

$$l = 1 \text{ cm}.$$

433. Wenn der Widerstand von 1 ccm Blei 18,800 Mikroohm beträgt, wie groß ist dann der Widerstand eines Bleidrahtes von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt?

Antwort: Nach 412. besteht zwischen den Konstanten zweier gleichartiger Leiter die Beziehung

$$R_2 = R_1 \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \left(\frac{q_1}{q_2}\right);$$

woraus

$$R_2 = 0{,}1880\ \Theta.$$

434. Der spezifische Widerstand des Aluminiums ist 3000 E. M. E. (cm, gr, sec); wie groß ist dann der Widerstand eines Aluminiumdrahtes von 30 mm Durchmesser und 0,3 cm Länge?

Antwort:

$$R = 3000 \times \frac{0{,}3}{1} \times \frac{1}{(\frac{3}{2})^2 \pi} \text{ E. M. E.} = 127 \text{ E. M. E.} = 0{,}000000127\ \Theta.$$

435. Ein Eisendraht hat 3 qmm Querschnitt und denselben Widerstand wie ein Kupferdraht von 1000 m Länge und 0,5 qmm Querschnitt. Wie lang ist der Eisendraht, wenn das Kupfer 7 mal so gut leitet als Eisen?

Antwort: Die Widerstände $R_1 = \frac{l_1}{\varrho_1 q_1}$ und $R_2 = \frac{l_2}{\varrho_2 q_2}$ sollen gleich sein. Daraus folgt, daß

$$l_1 = l_2 \cdot \frac{\varrho_1}{\varrho_2} \cdot \frac{q_1}{q_2} = 1000 \times \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7} \times \frac{1}{2} \cdot 3 = 857 \text{ m}.$$

436. Ein Kupferdraht von 1 m Länge und 1 gr Gewicht hat 0,155 Ohm Widerstand, während ein 4 m langer und 0,88 gr schwerer Draht aus käuflichem Kupfer 2,964 Ohm Widerstand hat. Wie verhalten sich die Leitungsfähigkeiten dieser beiden Kupferarten?

Antwort: Es seien g_1 und g_2 die Gewichte der zwei Drähte, deren Längen und Querschnitte l_1 und l_2, sowie q_1 und q_2 sind; dann bestehen die Beziehungen

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{l_1 q_1}{l_2 q_2} \quad \text{und} \quad \frac{q_1}{q_2} = \frac{l_2 g_1}{l_1 g_2}.$$

Wenn man letzteres Verhältnis in die allgemeine Beziehung

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{c_1 l_1 q_2}{c_2 l_2 q_1}$$

einsetzt und bedenkt, daß hier $c_1 = c_2$ ist, so erhält man

$$R_1 = R_2 \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 \cdot \frac{g_2}{g_1}.$$

Wenn der zweite Draht ebenfalls aus reinem Kupfer hergestellt wäre, so hätte er den Widerstand von

$$R_2 = R_1 \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 \cdot \frac{g_1}{g_2} = 0{,}155 \cdot \left(\frac{4}{1}\right)^2 \cdot \frac{1}{0{,}88}\, \Theta = 2{,}818\, \Theta.$$

Die Leitungsfähigkeit des Drahtes aus käuflichem Kupfer ist

$$L = \frac{2{,}818}{2{,}964} = 95{,}1\,\%.$$

437. Ein Platindraht von 1 m Länge hat 0,171 Θ Widerstand; wie dick ist er?

Antwort: Nach Tafel XI muß er 1 mm dick sein.

438. Ein Platindraht von 16 m Länge hat 0,171 Θ Widerstand; wie dick ist er?

Antwort: Ein Platindraht von 16 m Länge und 1 mm Dicke hat 16 · 0,171 Θ Widerstand; wenn der Draht aber x mm Dicke hat, so wird sein Widerstand x^2 mal so klein, muß dann aber, wie oben angegeben, 0,171 Θ betragen. Daher besteht die Gleichung

$$\frac{16 \cdot 0{,}171}{x^2}\,\Theta = 0{,}171\,\Theta,$$

also ist

$$x = 4 \text{ mm}.$$

439. Der Widerstand eines Platindrahtes beträgt 1,36 Θ, seine Länge 35 cm; wie groß ist sein Durchmesser?

Antwort: Indem man den Widerstand des Drahtes auf zweierlei Weise ausdrückt, erhält man die Gleichung

$$\frac{0{,}35 \cdot 0{,}171}{x^2} = 1{,}36,$$

woraus $d = 0{,}42$ mm.

440. Wie lang ist ein Kupferdraht, dessen Durchmesser 0,6 mm und dessen Widerstand demjenigen eines Eisendrahtes von 1525 m Länge und 3 mm Dicke gleich ist?

Antwort: Der Widerstand des Eisendrahtes wird $\frac{1525 \cdot 0{,}150}{9}\,\Theta$. Wenn der Kupferdraht x m lang ist, so muß

$$\frac{x \cdot 0{,}020}{0{,}02}\,\Theta = \frac{1525 \cdot 0{,}150}{9}\,\Theta$$

sein; somit ist

$$x = 457{,}5 \text{ m}.$$

441. Ein Zinnstreifen von 21 cm Länge und 0,02 cm Dicke soll in einen Stromkreis eingeschaltet werden, um in diesem einen Widerstand von 10 Θ zu erzeugen. Welche Breite muß der Streifen haben?

Antwort: Ist x cm die Breite des Streifens, so wird

$$10\,\Theta = 0{,}109 \cdot \frac{21}{100} \cdot \frac{1}{0{,}2 \cdot x}\,\Theta,$$

woraus

$$x = 0{,}0114 \text{ mm}$$

442. Wie groß ist der Widerstand eines Kohlenfadens von 9 cm Länge und 0,04 cm Dicke, a) in kaltem Zustand (15°), b) in heißem Zustand (900°)?

Antwort: Mit Berücksichtigung des Temperaturkoeffizienten 0,0003 der Kohle wird der Widerstand

$$R = 60\,(1 - 0{,}0003 \cdot 15) \cdot 0{,}09 \times \frac{1}{0{,}4^2} = 336\ \Theta;$$

$$R' = 60\,(1 - 0{,}0003 \cdot 900) \cdot 0{,}09 \times \frac{1}{0{,}4^2} = 91\ \Theta.$$

443. Eine Siemenssche Kohlen-Glühlampe hat kalt einen Widerstand von 160 Ω; der Kohlenfaden ist 12 cm lang. Wie groß muß der Querschnitt der Kohle sein?

Antwort:

$$160\ \text{Ohm} = 60\,(1 - 0{,}0003 \cdot 16^0) \cdot 0{,}12 \cdot \frac{1}{x^2},$$

woraus

$$x = 0{,}212\ \text{qmm}.$$

444. Wie lang muß der Kohlenfaden in einer Siemensschen Lampe sein, damit ihr Widerstand nur 3 Θ betrage?

Antwort: Nach 443. und unter der Annahme, daß der Querschnitt des Fadens unverändert bleibt, sowie daß der Widerstand der Länge des Fadens proportional gesetzt werden kann, ergibt sich

$$12\ \text{cm} : x\ \text{cm} = 160\ \Theta : 3\ \Theta,$$

woraus

$$x = 0{,}22\ \text{cm}.$$

445. Zur Herstellung von Hilfswiderständen will man Eisendraht von 4 mm, von 3 mm und von 2 mm Dicke benutzen. Welche Drahtlänge entspricht in jedem dieser Fälle dem Widerstand von 1 Θ?

Antwort: Nach Tafel XI wird für den ersten Draht

$$1\ \Theta = 0{,}150 \cdot x_1 \cdot \frac{1}{4^2}; \qquad \text{also } x_1 = 107\ \text{m}.$$

Für die andern Drähte findet man nach gleicher Weise

$$x_2 = 50\ \text{m}; \qquad x_3 = 27\ \text{m}.$$

446. Wie groß ist die Leitungsfähigkeit des Zinns in absoluten Einheiten, wenn sie 8,64 mal so groß ist als diejenige des reinen Quecksilbers, und wenn die Einheit der Leitungsfähigkeit des Quecksilbers $1{,}063 \cdot 10^{-5}$ E. M. E. beträgt?

Antwort: Da die Verhältnisse der Leitungsfähigkeiten der beiden Körper gegeben sind, so wird für Zinn

$$L = \frac{1}{R} = 8{,}64 \times 1{,}063 \cdot 10^{-5}\,\text{E.M.E.} = 9{,}142 \cdot 10^{-5}\,\text{E.M.E.}\,[\text{cm/sec}].$$

447. Eine Kupfersulfatlösung hat in Beziehung auf Quecksilber eine Leitungsfähigkeit von 0,000003. Wie groß ist ihre absolute Leitungsfähigkeit?

Antwort:

$$L = 0{,}000003 \times 1{,}063 \cdot 10^{-5} = 3{,}19 \cdot 10^{-11}.$$

448. Ein Platindraht hat 44 cm Länge und 1,2 mm Durchmesser. Man wünscht dessen Leitungsfähigkeit in absoluten Einheiten zu kennen, sowie seinen Widerstand in Θ.

Antwort: Nimmt man an, das Platin leite 7 mal so gut als Quecksilber, so muß Platin eine Leitungsfähigkeit von

$$L = 7 \cdot 1{,}063 \cdot 10^{-5}\,\text{E.M.E.}$$

haben. Obiger Draht hat also die Leitungsfähigkeit

$$L' = 1 = 7{,}441 \cdot 10^{-5} \cdot \tfrac{1}{44} \cdot \pi\, 0{,}1^2\,\text{E.M.E.} =$$
$$= 5{,}313 \cdot 10^{-5}\,\text{E.M.E.}\,[\text{sec cm}^{-1}].$$

Derselbe Draht hat dann einen Widerstand von

$$R = \frac{1}{L'} = \frac{1}{5{,}313 \cdot 10^{-5}}\,\text{E.M.E.} = \frac{10^9}{53{,}13}\,\text{E.M.E.} = 0{,}0188\,\Omega$$

oder

$$R = 0{,}176 \cdot 0{,}44 \cdot (\tfrac{1}{2})^2 \cdot 2\,\Theta = 0{,}0188\,\Theta.$$

449. Die absolute Leitungsfähigkeit des Wismuts ist

$$0{,}85 \cdot 10^{-5}\,\text{E.M.E.};$$

wie groß muß sie sein im Vergleich zum Quecksilber?

Antwort: Da ein Θ nach der Definition den Widerstand einer 106,300 cm langen Quecksilbersäule von 1 qmm Querschnitt bezeichnet oder andererseits auch 10^9 E.M.E. des Widerstandes gleich sein soll, so muß ein Würfel von 1 cm Seitenlänge einen Widerstand von $10^9/(106{,}3 \cdot 100)$ oder eine Leitungsfähigkeit von

$$L' = \frac{(106{,}3 \cdot 100)}{10^9} = 1{,}063 \cdot 10^{-5}\,\text{E.M.E.}$$

haben. Vergleicht man diese mit derjenigen des Wismuts, so wird

$$\frac{L}{L'} = \frac{0{,}85 \cdot 10^{-5}}{1{,}0630 \cdot 10^{-5}} = 0{,}80 \cdot \frac{\lambda}{\lambda} = \frac{0{,}85 \cdot 10^{-5}}{1{,}063 \cdot 10^{-5}} = 0{,}80.$$

450. In einem Minottoschen Element haben die Zink- und die Kupferscheibe 6 cm Radius und stehen um 8 cm voneinander ab. Wenn man nun annimmt, die Kupfersulfatlösung habe einen spezifischen Widerstand von $1{,}95 \cdot 10^{10}$ E. M. E., wie groß ist dann der Widerstand des Elementes?

Antwort: Die Flüssigkeitssäule hat $\pi \cdot 6^2$ qcm Querschnitt und 8 cm Länge, somit den Widerstand

$$\frac{1{,}95 \cdot 10^{10} \times 8}{\pi \cdot 36} \text{ E. M. E.} = 1{,}38 \cdot 10^9 \text{ E. M. E.} = 1{,}38\ \Theta.$$

451. Ein Glaszylinder mit kreisförmigen, leitenden Grundflächen von 5 cm Radius enthält zwanzigprozentige verdünnte Schwefelsäure. Wie weit müssen die Grundflächen voneinander abstehen, damit die Flüssigkeit 1 Θ Widerstand hat?

Antwort: Nach Tafel XII hat zwanzigprozentige Schwefelsäure einen spezifischen Widerstand von $1{,}44 \cdot 10^9$ E. M. E., d. h. 1,44 Θ für jeden ccm. Da der Querschnitt $25\,\pi$ qcm und die Länge x cm beträgt, so muß

$$\frac{1{,}44 \cdot x}{25 \cdot \pi} = 1\ \Theta$$

sein, woraus folgt, daß

$$x = 56 \text{ cm}$$

ist.

452. Die Drähte auf den Magnetschenkeln einer Dynamo haben bei 15° den Widerstand von 26,23 Θ. Wie groß ist er bei 40°?

Antwort: Nach den Matthießschen Ergebnissen muß der gesuchte Widerstand bei einem Temperaturunterschied von $(40 - 15)^0 = 25^0$ folgender sein:

$$R = 26{,}23\,(1 + 0{,}0038240 \cdot 25 + 0{,}000001260 \cdot 25^2)\,\Theta = \\ = 28{,}748\ \Theta.$$

453. Die Ringe einer Grammeschen Maschine haben kalt 38 Θ Widerstand und warm 45 Θ. Um wieviel ist hiernach die Temperatur des Kupfers gestiegen?

Antwort: Nach Matthieß' Formel ist

$$45\ \Theta = 38\,(1 + 0{,}003824 \cdot x + 0{,}000001260 \cdot x^2)\,\Theta,$$

und daraus folgt

$$x = 47^0 \text{ Celsius.}$$

454. Ein Kupferdraht hat 9 m Länge, 18 gr Gewicht, 0,700 Θ Widerstand und 15° Temperatur. Welchen Grad von Reinheit, oder welche spezifische Leitungsfähigkeit besitzt dieser Draht?

Antwort: Nach Tafel XI hat ein Draht aus reinem Kupfer und 1 m Länge, 1 gr Gewicht und 15° den Widerstand 0,1550 Θ. Ein Draht von 1 m und 18 gr hätte sonach

$$0{,}155 : 18 = 0{,}00861\ \Theta$$

Widerstand, und der Draht von 9 m Länge hätte

$$9 \cdot 0{,}0861 = 0{,}07749\ \Theta$$

Widerstand. — Die spezifische Leitungsfähigkeit ergibt sich aus der Gleichung

$$0{,}800 : 0{,}07749 = 100 : x$$

zu

$$x = 96{,}8\ \%.$$

455. Wie groß ist der Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 m Länge und 1 gr Gewicht?

Antwort: Der Durchmesser d der genannten Quecksilbersäule von 1 m Länge und 1 gr Gewicht ergibt sich aus der Gleichung

$$\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot 100 \cdot 13{,}59\ \text{gr} = 1\ \text{gr}$$

zu

$$d = 0{,}035\ \text{cm}.$$

Da aber 1 ccm Quecksilber $94{,}07 \cdot 10^{-6}\ \Theta$ Widerstand hat, so ist der gesuchte Widerstand

$$94{,}07 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot \frac{4}{\pi d^2} = 94{,}07 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot (100 \cdot 13{,}59) =$$
$$= 12{,}79\ \Theta.$$

456. Wie groß ist der Widerstand einer Säule von 100 cm Länge, 1 gr Gewicht, ϱ E. M. E. Widerstand und der Dichte δ?

Antwort: Der Radius der Säule ergibt sich aus der Gleichung

$$\pi r^2 100 \cdot \delta\ \text{gr} = 1\ \text{gr},$$

und der Widerstand aus

$$R = \varrho \cdot 100 \cdot \frac{1}{\pi r^2}.$$

Wenn man aus beiden Beziehungen r eliminiert, so wird

$$R = 10^4 \delta \varrho\ \text{E M. E.} = 10^{-5} \cdot \delta \varrho\ \Theta.$$

457. Ein Bunsenelement von 20 cm Höhe hat einen inneren Widerstand von $R_i = 0{,}05\ \Theta$. Wie groß wird somit der unge-

führe Widerstand eines 13 cm hohen und eines 35 cm hohen Bunsenelementes sein? — Welche Stromstärke können diese Elemente höchstens liefern?

Antwort: Man kann die Elemente alle als einander geometrisch ähnlich ansehen. Dann verhalten sich ihre Querschnitte, ihre Zink- und Kohlenflächen sowie ihre inneren Leitungsfähigkeiten wie die Quadrate der Höhen. Man hat somit

$$R_1 : R_2 : R_3 = 0{,}05 : [(\tfrac{20}{13})^2 \cdot 0{,}05] : [(\tfrac{20}{35})^2 \cdot 0{,}05] =$$
$$= 0{,}05 : \quad 0{,}12 \quad : 0{,}16.$$

Da für alle Elemente die e. m. K. 1,9 Volt beträgt, so werden für einen unbedeutenden äußeren Widerstand nach dem Ohmschen Gesetz die Maximalstromstärken (theoretisch)

$$J_1 = \frac{1{,}9}{0{,}05} = 38\ \text{A}; \qquad J_2 = 15{,}8\ \text{A}; \qquad J_3 = 11{,}9\ \text{A}.$$

458. Ein Daniellsches Element von 15 cm Höhe hat einen inneren Widerstand von 0,61 Θ; wie groß ist dann der Widerstand eines 3 cm hohen Elementes? — Welche Stromstärken geben diese Elemente in einem Stromkreis, dessen äußerer Widerstand zu vernachlässigen ist?

Antwort: $$R_2 = (\tfrac{15}{3})^2 \cdot 0{,}61\ \Theta = 15{,}2\ \Theta,$$
$$J_1 = 1{,}64\ \text{A},$$
$$J = 0{,}06\ \text{A}.$$

459. Wieviel Coulomb gehen in 100 Jahren durch eine Guttaperchaplatte von 1 cm Dicke und 1 qm Fläche, die auf beiden Oberflächen mit Zinnpapier beklebt ist und mit einer Daniellschen Batterie von 100 Elementen in Verbindung steht?

Antwort: Der spezifische elektrische Widerstand der Guttapercha ist $450 \cdot 10^{12}$; ein Jahr hat 31 536 000 Sek.; der Widerstand der Platte ist

$$R = \frac{450 \cdot 10^{12} \cdot 1}{100^2}\ \Theta = 45 \cdot 10^9\ \Theta$$

und die Stromstärke

$$J = \frac{100}{45 \cdot 10^9}\ \text{A} = 2{,}22 \cdot 10^{-9}\ \text{A},$$

so daß in 100 Jahren die Elektrizitätsmenge

$$Q = 3\,153\,600\,000 \cdot 2{,}22 \cdot 10^{-9} = 7{,}01\ \text{Coulomb}$$

durch die Guttaperchaplatte geht.

XIV. Die elektromotorische Kraft.

a) Ihre Messung mit der Bussole.

460. In einem Stromkreis, der eine Tangentenbussole enthält, schaltet man 2 Elemente ein, deren e. m. K. zu vergleichen sind. Die Elemente werden das eine Mal im gleichen Sinne, das andere Mal im umgekehrten Sinn eingeschaltet. Wie kann man dadurch E_1 und E_2 ausdrücken?

Antwort: Im gleichen Sinn geschaltet ist

$$R \cdot J_1 = E_1 + E_2,$$

worin R der Gesamtwiderstand und J_1 die abgelesene Stromstärke bedeuten. Bei entgegengesetzter Schaltung wird

$$R \cdot J_2 = E_1 - E_2.$$

Durch Elimination von R ergibt sich

$$E_1 = E_2 \frac{J_1 + J_2}{J_1 - J_2}.$$

Wenn man statt der Intensitäten die abgelesenen Winkel einführt, so wird

$$E_1 = E_2 \frac{\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1 - \operatorname{tg}\alpha_2} = E_2 \frac{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}.$$

461. Ein Akkumulator, ein Daniellelement und eine Tangentenbussole wurden in denselben Kreis eingeschaltet. Bei gleicher Richtung der Elemente gab die Bussole einen Ausschlag von $\alpha_2 = 34^0$, bei entgegengesetzter aber $\alpha_1 = 13^0$. Wie groß ist die e. m. K. des Akkumulators?

Antwort: $$\frac{E_d}{E_a} = E_d \cdot \frac{\sin(34 + 13)}{\sin(34 - 13)} = 2{,}04.$$

462. In einem Stromkreis liegen 14 hintereinander geschaltete Daniellelemente und ihnen entgegengerichtet 11 Leclanché-elemente. Wie verhalten sich die e. m. K. der beiden Elemente, wenn kein Strom fließt?

Antwort: $$E_d : E_L = 11 : 14.$$

b) Ihre Messung mit dem Kondensator.

463. Man will die e. m. K. zweier Elemente mit Hilfe eines Kondensators vergleichen und lädt diesen deshalb mit jedem der

beiden Elemente je so, daß ein Pol des Elementes und eine Belegung des Kondensators an die Erde gelegt sind. Die Entladungen des Kondensators durch ein empfindliches Galvanometer geben im einen Fall 2^0 und im andern Fall 6^0 Ausschlag. Wie verhalten sich die e. m. K.?

Antwort: Die Ladungen des Kondensators sind

$$Q_1 = C \cdot V_1 \qquad \text{und bez.} \qquad Q_2 = C V_2 .$$

Hieraus folgt

$$Q_1 : Q_2 = V_1 : V_2 \qquad \text{oder} \qquad Q_1 : Q_2 = E_1 : E_2 .$$

Andrerseits besteht die Beziehung

$$Q_1 : Q_2 = \sin\frac{\alpha_1}{2} : \sin\frac{\alpha_2}{2} .$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$E_1 : E_2 = \sin 1^0 : \sin 3^0 ;$$

also

$$E_2 = E_1 \frac{\sin 3^0}{\sin 1^0} = 3\, E_1 .$$

464. Ein Kondensator wurde mit einem Normal-Daniell geladen ($E = 1{,}142 \cdot 10^8$ E. M. E.) und durch ein Galvanometer entladen. Der Ausschlag betrug $3^0\,20'$. Wie groß muß die e. m. K. eines anderen Elementes sein, wenn man mit ihm eine Ablenkung von $5^0\,34'$ erreicht?

Antwort:

$$E : [1{,}142 \cdot 10^8] = \left[\sin\frac{3^0\,20'}{2}\right] : \left[\sin\frac{5^0\,34'}{2}\right],$$

somit

$$E = 1{,}733 \cdot 10^8 \text{ E. M. E.}$$

465. Ein Spiegelgalvanometer, das zur Messung der e. m. K. dienen sollte, wurde mit einem Normal-Daniell geeicht. Die aus dem Kondensator entfließende Elektrizitätsmenge bewirkte eine Ablenkung um 216 mm, wenn die Skala 300 cm vom Spiegel entfernt war. Wie groß ist die Galvanometerkonstante?

Antwort: Die Ablenkung des Spiegels nach Graden ergibt sich aus der Beziehung

$$\operatorname{tang} 2u = \frac{216}{3000}$$

zu

$$2u = 4^0\,7'\,44'' .$$

Da die e. m. K. mit diesem Winkel durch die Beziehung $E = A \cdot \sin \frac{u}{2}$ verbunden ist, so muß

$$1{,}142 \cdot 10^8 = A \cdot \sin 1^0\, 1'\, 56''$$

sein, also

$$A = 6{,}34 \cdot 10^9.$$

c) Andere Methoden.

466. Man will die e. m. K. E_1 und E_2 zweier Elemente vergleichen mit Benutzung eines empfindlichen Galvanometers und eines geraden, homogenen Metalldrahts, der längs eines Maßstabes ausgespannt ist (Fig. 32).

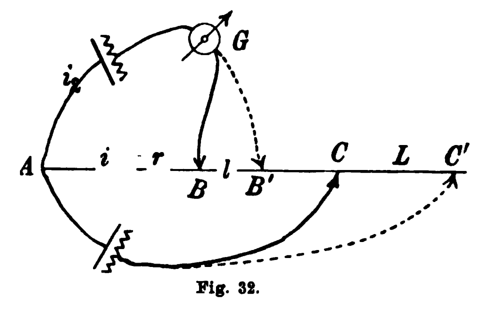


Fig. 32.

Antwort: Die Lösung ist von Poggendorff durch seine Kompensationsmethode angegeben worden (Fig. 32). Die beiden Elemente E_1 und E_2 sind sich gegenübergestellt. Der Widerstand von AB ist durch r bezeichnet.

Nach den Kirchhoffschen Regeln besteht:

1) für Punkt A die Gleichung

$$i_1 + i_2 - i = 0;$$

2) für den Stromkreis GBA die Gleichung

$$i_2 r_2 + ir = E_2;$$

3) für den Stromkreis $ABCE_1A$ die Gleichung

$$i_1 r_1 + ir = E_1.$$

Nachdem man die Stellung B und C gefunden hat, die $i_2 = 0$ macht, was durch das Galvanometer G angegeben wird, so werden die vorstehenden allgemeinen Beziehungen zu den besonderen

$$i = i_1; \qquad ir = E_2; \qquad i_1 r_1 + ir = E_1,$$

oder, statt der letzteren,

$$ir_1 + ir = E_1.$$

Wenn man i eliminiert, so wird

$$\frac{r}{r+r_1}=\frac{E_2}{E_1}.$$

Bei einer anderen Stellung B_1 und C_1, statt B und C, die l zu $r+l$, und r_1 zu r_1+L-l übergehen läßt, so gilt die Gleichung

$$\frac{r+l}{(r+l)+(r_1+L-l)}=\frac{E_2}{E_1}.$$

Nach Elimination von r aus den beiden letzten Beziehungen findet man

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{L}{l}.$$

467. Nach der Poggendorffschen Methode hat man ein Leclanché mit einem Daniell verglichen. Dazu ist der Nullpunkt des Maßstabes auf den Punkt A des Stromkreises, und der Punkt B auf 500 mm gelegt worden. Das Galvanometer zeigt keinen Ausschlag, wenn man C auf 713,4 legt; und dasselbe ist erreicht, wenn man den Punkt B' auf 650 mm und C' auf 926,8 mm legt. Wie groß ist das Verhältnis der e. m. K. der beiden Elemente?

Antwort: Nach der allgemeinen Lösung in 466. wird

$$L=926{,}8-713{,}4=213{,}4 \text{ mm},$$

und

$$l=650-500=150 \text{ mm},$$

so daß das gesuchte Verhältnis

$$E_1:E_2=213{,}6:150=1{,}42:1{,}00.$$

ist.

468. Eine empfindliche Tangentenbussole mit großer Windungszahl und großem inneren Widerstand ist mit den Polen zweier Elemente verbunden und bewirkt die Ausschläge α_1^0 und α_2^0. Wie verhalten sich die e. m. K. E_1 und E_2 der Elemente?

Antwort: Ist R der Widerstand der Bussole, sind r_1 und r_2 die Widerstände der Elemente, und zwar sehr klein gegen R, so hat man

$$J_1=\frac{E_1}{R+r_1}; \qquad J_2=\frac{E_2}{R+r_2};$$

durch Division folgt

$$\frac{J_1}{J_2}=\frac{E_1}{E_2}\cdot\frac{R+r_2}{R+r_1},$$

und mit großer Annäherung

$$\frac{J_1}{J_2}=\frac{E_1}{E_2}\cdot\frac{R+r}{R+r}=\frac{E_1}{E_2}. \tag{1}$$

Die Tangentenbussole gibt

$$J_1 = C \cdot \operatorname{tg} \alpha_1; \quad \text{und} \quad J_2 = C \cdot \operatorname{tg} \alpha_2,$$

woraus

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2}. \tag{2}$$

Aus den beiden Gleichungen (1) und (2) folgt schließlich

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2};$$

also ist das Verhältnis der e. m. K. gleich dem Verhältnis der Tangenten der Ausschlagswinkel.

469. Um die e. m. K. einer in Gang befindlichen Dynamo zu bestimmen, benutzt man eine entfernt stehende Tangentenbussole mit großem Widerstand. Deren Zuleitungsdrähte gehen der Reihe nach nach Punkten, bei denen die Bussole die Ablenkung von 13^0, von 31^0 und von 46^0 bekommt. Wie groß sind die e. m. K. zwischen diesen Punkten, wenn 10 Volt an der Bussole einen Ausschlag von 5^0 erzeugen?

Antwort: Die letzte Bedingung und der Tangentensatz $E = C \cdot \operatorname{tg} \alpha$ geben die Beziehung $10 = C \cdot \operatorname{tg} 5$. Daraus berechnet man $C = 114{,}3$. — Die verlangten e. m. K. werden demnach

$$E_1 = 114{,}3 \text{ Volt} \cdot \operatorname{tg} 13^0 = 26{,}4 \text{ Volt};$$

$$E_2 = 68{,}7 \text{ Volt}; \qquad E_3 = 118{,}4 \text{ Volt}.$$

XV. Die Ladungsfähigkeit (Kapazität).

470. Nachdem ein Kondensator geladen, wurde der eine seiner Pole an die Erde gelegt, der andere Pol aber mit einem Stromkreis verbunden, der der Reihe nach einen Stromunterbrecher, einen Widerstand von $75 \cdot 10^7$ Θ und ein sehr empfindliches Spiegelgalvanometer enthielt. Der Strom

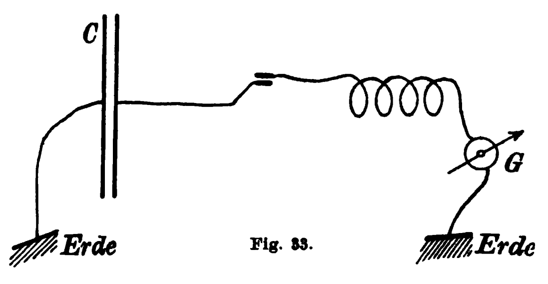


Fig. 33.

wurde von Sekunde zu Sekunde kurzgeschlossen und dadurch Ablenkungen erzielt, die den Stromstärken $77{,}2 \cdot 10^{-8}$ A, $68{,}3 \cdot 10^{-8}$ A,

$59{,}4 \cdot 10^{-8}$ A, $50{,}5 \cdot 10^{-8}$ A entsprachen. Wie groß war die Kapazität des Kondensators? (Fig. 33.)

Antwort: Da der große eingeschaltete Widerstand die Wirkung hat, das logarithmische Dekrement der Entladungsstromstärken konstant zu erhalten und dasselbe der Zeit und dem Potential proportional, der Ladung Q und dem Widerstand R umgekehrt proportional zu erhalten, so ist das logarithmische Dekrement

$$\delta = \frac{tV}{QR}.$$

Anderseits ist $Q = C \cdot V$, so daß man durch Elimination von $\frac{V}{Q}$ sofort

$$C = \frac{t}{\delta} \cdot R = \frac{1}{(\log 68{,}3 - \log 59{,}4) \times 75 \cdot 10^7} = 1{,}099^6 \cdot 10^{-6} \text{ Farad}$$

erhält.

471. Mit einer Batterie von 62 Daniell-Elementen hat man unter genauer Einhaltung gleicher Zeiten erst einen Kondensator von 1,330 Mikrofarad Kapazität und sodann eine Batterie von Leydener Flaschen geladen; die andere Belegung dieser Batterie und der andere Pol des Kondensators waren indessen an die Erde gelegt. Durch Entladung beider Sammelapparate erhielt man an einem sehr empfindlichen Spiegelgalvanometer 786 mm bez. 24 mm Ausschlag, wenn die Skala 240 cm vom Spiegel abstand. Wie groß ist die Kapazität der Leydener Flaschen?

Antwort: Bezeichnet C die gesuchte Kapazität und V die Potentialdifferenz der Säule, so sind die Ladungen der Kondensatoren

$$Q_1 = 1{,}33 \cdot 10^{-6} \cdot V \qquad \text{und} \qquad Q_2 = C \cdot V.$$

Hieraus folgt

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{1{,}33 \cdot 10^{-6}}{C}.$$

— Andererseits hat man für die Ausschläge die Beziehungen

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\sin \frac{\alpha_1}{2}}{\sin \frac{\alpha_2}{2}},$$

woraus folgt

$$C = 0{,}0422 \text{ Mikrofarad.}$$

472. Bei einer Kapazitätsbestimmung nach der de Sautyschen Brückenmethode müßten 456 Θ und 173 Θ in die beiden Zweige eingeschaltet werden; die 456 Θ lagen bei einem Kondensator von 1,33 Mikrofarad. Wie groß war die Kapazität des zweiten Kondensators?

Antwort: Bei dem Verfahren von de Sauty besteht die Beziehung $\frac{C_1}{C_2} = \frac{R_2}{R_1}$, aus der sich ergibt, daß

$$C = \frac{1{,}33 \cdot 450}{173} = 3{,}5066 \text{ Mikrofarad.}$$

XVI. Der elektrische Stromkreis. — Das Ohmsche Gesetz.

473. Wie groß ist die e. m. K. in einem Stromkreis, dessen Widerstand 1 Ohm und in dem ein Strom von 1 Ampère kreist?

Antwort: Nach dem Ohmschen Gesetz ist

$$1 \text{ A} \times 1 \; \Theta = x \text{ V},$$

also muß $x = 1$ V sein.

474. Ein blanker homogener Draht führt 5 A Strom. An zweien seiner Punkte A und B legt man ein Voltmeter an, das 30 V anzeigt. Wie groß ist der Widerstand zwischen den beiden Punkten A und B? (Fig. 34.)

Antwort:

$$R = \frac{E}{J} = \frac{30}{5} = 6 \; \Theta.$$

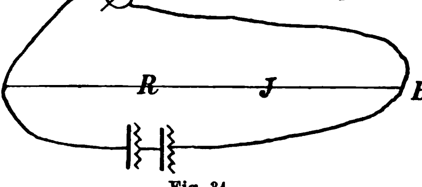


Fig. 34.

475. Zwischen zwei Punkten eines Stromkreises liegen 50 Θ Widerstand; durch ihn gehen 3 A. Wie groß ist der Potentialunterschied zwischen diesen zwei Punkten?

Antwort: $E = 50 \times 3 = 150$ V.

476. Ein Hellesen-Element hat 1,50 V e. m. K. und 21 Θ inneren Widerstand. Wie groß ist die maximale Stromstärke?

Antwort: Die maximale Stromstärke besteht, wenn der innere Widerstand Null ist; daher wird

$$J\text{max} = \frac{1{,}50}{21} \text{ A} = 0{,}071 \text{ A}.$$

477. Ein kleiner Akkumulator hat 1,98 V e. m. K. und 0,3 Θ inneren Widerstand. Welchen Strom kann er geben?

Antwort:
$$J = \frac{1,98}{0,3} = 6,6 \text{ A}.$$

478. Man lege die Hand auf den positiven Konduktor einer Reibungsmaschine und zugleich berühre man den negativen Konduktor mit einem Fuße. Die Maschine gibt Elektrizität von 35000 V Spannung (= 2 cm Funkenlänge). Der Widerstand des menschlichen Körpers zwischen Fuß und Hand ist 905 Θ. Wie stark ist der elektrische Strom, der durch den Körper geht?

Antwort:
$$J = \frac{35000}{905} = 38,7 \text{ A}.$$

479. Wenn man die Scheibe einer Holtzschen Maschine 450 Umdrehungen in der Minute machen läßt, so hat sie $646 \cdot 10^6$ Θ inneren Widerstand und gibt Elektrizität ab, die 53000 V hat. Wie groß wird die Stromstärke, wenn der äußere Kreis keinen Widerstand hat?

Antwort:
$$J = \frac{53000}{646000000} = 0,000082 \text{ A}.$$

480. In einem Stromkreis ist ein Normal-Daniell (1,142 V), eine Tangentenbussole mit verschwindend kleinem Widerstand und eine Quecksilbersäule von 1 qmm Querschnitt und 3 m Länge eingeschaltet; die Tangentenbussole zeigt 0,27 A an. Wie groß ist der innere Widerstand des Daniellschen Elementes?

Antwort: Sei x der gesuchte innere Widerstand; der äußere Widerstand ist
$$R = \left(\frac{100}{106,3}\right) \cdot 3 \ \Theta;$$
die e. m. K.
$$E = 1,142 \text{ V}$$
und die Stromstärke
$$J = 0,27 \text{ A}.$$

Zwischen diesen Größen besteht die Beziehung
$$0,27 \times \left(\frac{100}{106,3} \cdot 3 + x\right) = 1,142,$$
woraus
$$x = 1,407 \ \Theta.$$

481. Ein Daniellsches Element von 1,1 V e. m. K. und 0,8 Θ innerem Widerstand ist durch einen sehr dicken Draht mit einer

Bussole verbunden, die 0,012 A anzeigt. Wie groß ist der Widerstand der Bussole?

Antwort: Nach dem Ohmschen Gesetz wird

$$0{,}012 \cdot (0{,}8 + x) = 1{,}1;$$

also

$$x = 83{,}37\ \Theta.$$

482. Man verfügt über einen Rheostaten und eine geeichte Tangentenbussole mit bekanntem Widerstand; man will für einen gegebenen Stromkreis die Größen der e. m. K. E, des Widerstandes R und der Stromstärke J bestimmen, die im Stromkreise ohne Einschaltung von Rheostat und Bussole auftreten.

Antwort: Zwischen den 3 gesuchten Größen besteht die Beziehung $J = E/R$. Wenn man die Tangentenbussole einschaltet, so wird der Widerstand des Kreises um ihren Widerstand r vermehrt, und die Stromstärke nimmt einen ablesbaren Wert J_1 an, so daß

$$J_1(R + r) = E.$$

— Schaltet man endlich den Rheostaten mit ϱ Θ ein, so nimmt die Stromstärke wieder einen andern Wert J_2 an, und jetzt ist

$$J_2(R + r + \varrho) = E.$$

— Durch Auflösung dieser 3 Gleichungen nach J, E, R erhält man:

$$R = \frac{J_2(r + \varrho) - J_1 r}{J_1 - J_2}; \qquad E = \frac{J_1 J_2 \varrho}{J_1 - J_2};$$

$$J = \frac{E}{R} = \frac{J_1 J_2 \varrho}{J_2(r + \varrho) - J_1 r}.$$

483. Wie groß ist der Fehler, den man bei einer Messung der Stromstärke begeht, wenn man den Widerstand der Bussole nicht in Betracht zieht? — Wie groß ist das Verhältnis des begangenen Fehlers zur wirklichen Stromstärke?

Antwort: Nach 482. wird

$$J - J_1 = \frac{E}{R} - \frac{E}{R + r} = \frac{E \cdot r}{R(R + r)},$$

somit das gesuchte Verhältnis

$$\frac{J - J_1}{J} = \frac{E \cdot r}{R(R + r)} \cdot \frac{R}{E} = \frac{r}{R + r}.$$

484. Man verfügt über eine einzige Widerstandsspule vom Wert a, aber außerdem über ein geeichtes Galvanometer und eine

Säule von konstanter e. m. K. Wie kann man damit einen Widerstand bestimmen?

Antwort: Wenn der Stromkreis nur die Säule und die Bussole enthält, so ist

$$J \cdot R = E;$$

wenn er außerdem den bekannten Widerstand a enthält, so ist

$$J_2(R + a) = E;$$

und wenn man endlich den bekannten Widerstand a durch den unbekannten x ersetzt, so ist

$$J_3(R + x) = E.$$

— Durch Elimination von E und R ergibt sich hieraus

$$x = \frac{J_2(J_1 - J_3)}{J_3(J_1 - J_2)} \cdot a.$$

485. Eine Swanlampe (1888) hat heiß 32 Ω Widerstand und muß durch einen Strom gespeist werden, der beim Eintritt in die Lampe noch 104 V Spannung hat. Eine Osramlampe (1908) verlangt 100 V und hat 312 Ω. Welche Stromstärke brauchen diese Lampen?

Antwort: Nach dem Ohmschen Gesetz ist

für die Swanlampe $J_s = \frac{104}{32} = 3{,}25$ A,

für die Osramlampe $J_0 = \frac{100}{321} = 0{,}32$ A.

486. Welchen Widerstand muß eine Edison-Kohlenfaden-Lampe (von 1888) haben, wenn sie ihre normale Leuchtkraft von 0,74 A bei 52 V empfängt? — Wieviel Ohm hat die 16-kerzige Tantallampe (1908), wenn sie 0,36 A bei 72 V verzehrt?

Antwort: Edison $R_1 = 70$ Ω; Tantal $R_2 = 200$ Ω.

487. Die Spulen eines Morseapparates haben 400 Ω Widerstand; er arbeitet noch mit einer Säule von 4 Elementen, von denen jedes 0,95 V Spannung hat. Durch welchen Strom wird also der Magnet gerade noch genügend erregt?

Antwort:

$$J = \frac{4 \cdot 0{,}95}{400} \text{ Milliampère} = 9{,}5 \text{ Milliampère}.$$

488. Wie viele Elemente von 0,95 V sind nötig, wenn der Telegraphierstrom 17 Milliampère stark sein muß, und wenn sowohl Spulen als Leitung 400 Ω Widerstand haben?

Antwort: Aus

$$0{,}017 \times 2 \cdot 400 = x \cdot 0{,}95$$

wird $x = 15$ Elemente.

489. Eine Brushmaschine, die zur gleichzeitigen Speisung mehrerer Lampen dienen soll, hat eine e. m. K. von 839,02 V, einen inneren Widerstand von 10,55 Θ und einen äußeren Widerstand (mit Einschluß der Lampen) von 73,02 Θ. Wie stark ist der Strom?

Antwort:
$$J = \frac{839{,}02}{10{,}55 + 73{,}2} = 10{,}04\ \text{A}.$$

490. Der innere Widerstand einer Dynamo beträgt 0,8 Θ, ein Strom von 12 A geht durch den Kreis von 3 Θ Widerstand, der 6 hintereinander geschaltete Lampen, jede mit 45 V e. m. Gegenkraft, enthält. Wie groß ist die e. m. K. der Maschine?

Antwort:
$$12(0{,}8 + 3) = E - 6 \cdot 45$$

gibt $E = 315{,}6$ V.

491. Zwei Bogenlampen sind hintereinander geschaltet. Die Dynamo hat 2,5 Θ und gibt 15 A bei 330 V. Wie groß ist der scheinbare Widerstand einer Bogenlampe, wenn die Leitung 4 Θ Widerstand hat? — Wie viele Lampen sind nötig, wenn der scheinbare Widerstand 3,1 Θ beträgt?

Antwort: Nach der Gleichung

$$330 = 15(2x + 2{,}5 + 4)$$

wird

$$x = 7{,}75\ \Theta.$$

Die Lampenzahl, die eine richtige Beleuchtung ermöglicht, ist nach der Beziehung

$$330 = 15(y \cdot 3{,}1 + 2{,}5 + 4),$$

$$y = 5 \text{ Lampen.}$$

492. In einer Leitung von 210 Θ gibt eine Dynamo 0,5 A bei 150 V. Wie groß ist der innere Widerstand der Maschine?

Antwort: Nach der Gleichung

$$0{,}5(210 + R_i) = 150$$

gibt $R_i = 90$ Θ.

493. Acht Glühlampen von 50 Θ (heiß) sind hintereinander geschaltet; die Leitung hat 4 Θ, die Maschine gibt noch 1,25 A. Wie groß muß die e. m. K. der Maschine sein?

Antwort: Nach $E = 1{,}25(8 \cdot 50 + 4) = 505$ V.

494. Im selben Stromkreis liegen 6 Daniell-Elemente ($E = 1{,}08$ V; $r = 0{,}6\ \Theta$) mit 4 Glühlampen von je 55 Θ, 3 Leclanché-Elemente ($E = 1{,}4$ V; $r = 1{,}0\ \Theta$), und ein Ampèremeter, dessen Widerstand zusammen mit den Verbindungsdrähten 12 Θ hat. Die Leclanché sind den Daniell-Elementen entgegengeschaltet. Was muß das Ampèremeter anzeigen? (Fig. 35.)

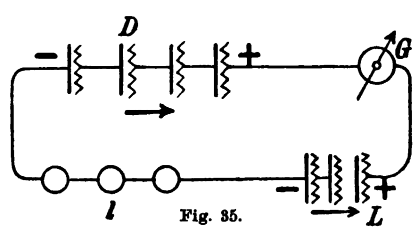


Fig. 35.

Antwort:

$$J = \frac{(6 \cdot 1{,}08 - 3 \cdot 1{,}4)}{6 \cdot 0{,}6 + 4 \cdot 55 + 3 \cdot 1{,}0 + 12}\ \text{V} = \frac{2{,}28}{238{,}6}\ \text{V} = 0{,}00\,955\ \text{A}.$$

495. Zehn Bunsen-Elemente ($E = 1{,}9$ V; $r = 0{,}2\ \Theta$) treiben einen elektrischen Motor; die gegenelektromotorische Kraft wird 10 V. Der Widerstand des Leitungsdrahtes und des Motors beträgt 1,2 Θ. Wie viele Ampère fließen in diesem Kreis?

Antwort:

$$J = (10 \cdot 1{,}9 - 10) : (10 \cdot 0{,}2 + 1{,}2) = 2{,}81\ \text{A}.$$

XVII. Joules Gesetz.

A. Relative Wärmemengen.

496. Eine Leitung verzweigt sich in zwei Zweige von gleicher Länge, aber ungleichem Querschnitt. Wie verhalten sich die in ihnen erzeugten Wärmemengen, wenn die Querschnitte der Drähte sich verhalten wie 1 : 2?

Antwort: Die Querschnitte verhalten sich wie 1 : 2; die Widerstände wie 2 : 1; die Stromstärken wie 1 : 2; folglich die entwickelten Wärmemengen wie

$$[1^2 \cdot 2] : [2^2 \cdot 1],$$

oder wie

$$1 : 2.$$

497. Die Widerstände zweier Teile desselben Stromkreises verhalten sich wie 3 : 10. Wie verhalten sich die erzeugten Wärmemengen?

Antwort: Weil beide Teile die gleiche Stromstärke haben, so verhalten sich die Wärmemengen wie die Widerstände, also wie 3 : 10.

498. Im selben Kreis liegt ein Eisendraht und ein Kupferdraht, beide von gleicher Länge und Querschnitt. Wie verhalten sich die in gleichen Zeiten in ihnen entwickelten Wärmemengen?

Antwort: Die Wärmemengen verhalten sich wie die Widerstände und diese umgekehrt wie die Leitungsfähigkeiten, also

$$Q_e : Q_k = R_e : R_k = \frac{1}{C_e} : \frac{1}{C_k} = 0{,}150 : 0{,}022 = 7 : 1.$$

499. Der nämliche Strom geht durch einen Platindraht von 20 cm Länge und 0,4 mm Dicke und durch einen Silberdraht von 400 cm Länge und 0,6 mm Dicke. Wie verhalten sich die erzeugten Wärmemengen?

Antwort: Die erzeugte Wärmemenge wird ausgedrückt durch die Gleichung

$$Q = \varrho \cdot \frac{l}{d^2} \cdot J^2.$$

Demnach

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\varrho_1 l_1 d_2^2}{\varrho_2 l_2 d_1^2} = \frac{13\,400}{1570} \cdot \frac{20}{400} \cdot \frac{0{,}6^2}{0{,}4^2} = 0{,}96.$$

B. Absolute Wärmemengen.

500. Der Widerstand eines Kreises beträgt 35 Θ; die Stromstärke 0,4 A. Welche Wärmemenge wird in der Sekunde erzeugt?

Antwort: Nach Versuch erzeugt 1 A in einer Leitung von 1 Θ die Wärme von 0,24 Kal-gr in der Sekunde. Unter den angegebenen Bedingungen werden

$$Q = 0{,}4^2 \cdot 35 \cdot 0{,}24 \text{ Kal-gr} = 1{,}344 \text{ Kal-gr}$$

erzeugt.

501. Es strömen $3 \cdot 10^{-6}$ E. M. E. durch einen Draht von $373{,}16 \cdot 10^9$ E. M. E. Widerstand. Wieviel Wärme wird in der Minute erzeugt?

Antwort:

$$Q = \frac{1}{0{,}418 \cdot 10^8} \times (3 \cdot 10^{-6})^2 \times 373{,}16 \cdot 10^9 \times 60 \text{ Kal-gr} =$$

$$= 4{,}82 \cdot 10^{-6} \text{ Kal-gr}.$$

502. Ein ┬-förmiges Glasrohr ist an seinen gegenüberstehenden Enden durch 0,16 cm dicke Kohlenstäbe verschlossen, in die ein Strom eingeleitet wird; sie stehen mit ihren Endflächen noch um

18 cm voneinander ab, und der Zwischenraum ist mit Quecksilber gefüllt. Ein in dieses tauchendes Thermometer zeigt nach 10 Minuten eine Temperaturerhöhung von 24° an. Wie groß war die mittlere Stromstärke?

Antwort: Der Widerstand des Quecksilbers beträgt (nach Tafel XI)

$$R = 1{,}273 \cdot \frac{18}{100} \cdot \frac{1}{0{,}8^2}\, \Theta = 0{,}358\, \Theta\,.$$

Da die spezifische Wärme des Quecksilbers $c = 0{,}0333$ beträgt, ist die in der Sekunde erzeugte Wärmemenge

$$Q_1 = \frac{1}{10 \cdot 60} \times \pi \cdot 0{,}08^2 \cdot 18 \times 13{,}59 \times 0{,}0333 \times 24\ (\text{cm gr sec}) =$$

$$= 0{,}00\,656\ (\text{cm gr sec})\,.$$

Dieselbe Wärmemenge läßt sich durch elektrische Größen ausdrücken mit Hilfe der Gleichung

$$Q_2 = 0{,}24 \cdot J^2 \cdot 0{,}358\ (\text{cm gr sec});$$

durch Gleichsetzung der Werte ergibt sich

$$J = 0{,}367\ \text{A}.$$

503. Ein 4 mm dicker, 1 km langer eiserner Telegraphendraht wird von einem konstanten 0,05 A starken Strom durchflossen. Welche Wärme wird in jeder Sekunde erzeugt?

Antwort: Hat ein Eisendraht von 1 m Länge und 1 mm Dicke 0,150 Θ, so wird dieser Draht

$$R = \frac{0{,}150 \cdot 1000}{4^2}\, \Theta = 0{,}375\, \Theta \text{ haben.}$$

Da außerdem 1 Kal-gr = 4,18 Joule ist, so ist die gesuchte Wärmemenge

$$Q = \frac{1}{4{,}18} \times 0{,}05^2 \times 9{,}375 \times 3600 \text{ Kal-gr} = 20{,}25 \text{ Kal-gr}$$

504. Der von den Bürsten einer Dynamo ausgehende Strom teilt sich in zwei Teile, von denen der eine nach den Elektromagnetspulen geht, der andere außerhalb der Maschine verläuft. Der induzierte Strom hat 18,1 A, und die Armatur hat $R = 2{,}2\ \Theta$. Die Erregerspulen haben $R' = 18{,}5\ \Theta$, und der äußere Kreis hat $R'' = 10\ \Theta$. Welche Wärmemenge wird in jeder Minute in jedem der Stromkreise erzeugt?

Antwort: Die erzeugten Wärmemengen sind
1) im Rotor:

$$Q = 0{,}24 \cdot 18{,}1^2 \cdot 2{,}2 \text{ Kal-gr} = 172{,}5 \text{ Kal-gr.}$$

Für die Ströme in den Zweigen gilt

$$J' : J'' = 10 : 18{,}5$$

und

$$J' + J'' = 18{,}1 \text{ A}.$$

Hieraus ergibt sich für

$$J' = 6{,}35 \text{ A} \quad \text{und} \quad J'' = 11{,}65 \text{ A};$$

und somit als Wärmemengen:
2) im innern Teil der Leitungen

$$Q' = 0{,}24 \cdot 6{,}35^2 \cdot 18{,}1 \text{ Kal-gr} = 178{,}5 \text{ Kal-gr,}$$

3) im äußern Stromkreis

$$Q'' = 0{,}24 \cdot 11{,}66^2 \cdot 10 \text{ Kal-gr} = 324{,}7 \text{ Kal-gr.}$$

505. Die Armaturbewicklung einer großen Edison-Maschine hat 0,008 Θ. Welche Wärme wird in jeder Sek. mit 900 A erzeugt?
Antwort:

$$Q = 0{,}24 \cdot 900^2 \cdot 0{,}003 \text{ Kal-gr} = 1550 \text{ Kal-gr.}$$

506. Man leitet 5 A durch einen Quecksilberzylinder von 30 cm Höhe und 6 cm Durchmesser. Welche Wärmemenge wird in jeder Sekunde erzeugt?
Antwort:

$$Q = 0{,}24 \times 5^2 \times \frac{1{,}273 \cdot 0{,}3}{60^2} \text{ Kal-gr} = 0{,}000\,66 \text{ Kal-gr.}$$

507. Man nehme an, daß der Platindraht in einem elektrischen Glühzünder 0,01 cm Dicke und 2 cm Länge habe. Welche Wärmemenge wird im Draht erzeugt, wenn 0,3 A 0,2 Sek. lang hindurchgeschickt werden?
Antwort:

$$Q = 0{,}24 \cdot (0{,}3)^2 \; 0{,}171 \cdot 0{,}2 \text{ Kal-gr} = 0{,}000\,74 \text{ Kal-gr.}$$

508. Der Spannungsunterschied an den Kohlen einer Bogenlampe beträgt 40 V und ihr Strom 12 A. Wie groß ist die in einer Stunde erzeugte Wärmemenge?

Anwort:

$Q = 0{,}24 \cdot E.J.Z. = 0{,}24 \cdot 40 \cdot 12 \cdot 3600$ Kal-gr $= 413400$ Kal-gr

509. Eine Glühlampe (Swan) von 60 Ṿ hat heiß 55 Θ Widerstand. Wieviel Wärme strahlt sie stündlich aus, wenn 6 % der elektrischen Energie in Licht umgewandelt werden?

Antwort:

$$Q = \frac{1}{4{,}18 \cdot 10^8} \times 55 \cdot 10^9 \times \left(\frac{60 \cdot 10^8}{55 \cdot 10^9}\right)^2 \times 3600 \text{ Kal-gr} =$$

$$= 56348 \text{ Kal-gr};$$

wovon 6 %, also 3381 Kal-gr als Lichtstrahlung abgehen. Somit werden

$$56348 - 3381 = 52967 \text{ Kal-gr}$$

als Wärme ausgestrahlt.

C. Temperaturwirkung.

510. Wie warm wird ein Draht, dessen elektrische Leitungsfähigkeit c, dessen spez. Ausstrahlungsvermögen k und dessen Durchmesser d, wenn der Strom J hindurchgeht?

Antwort: Die Maximaltemperatur des Drahtes ist erreicht, wenn die vom Strom erzeugte Wärme der ausgestrahlten Wärmemenge gleich ist. Die erstere ist

$$Q = 0{,}24\, J^2 \cdot R \text{ Kal-gr};$$

die letztere aber

$$Q' = kFt,$$

wo F die Oberfläche und t die Temperatur bedeutet, so daß also

$$kFt = 0{,}24\, J^2 \cdot R$$

ist. — Setzt man $F = \pi d l$ und $R = \frac{4l}{\pi c d^2}$, so ist der Temperaturunterschied zwischen Draht und umgebendem Mittel gegeben durch

$$t = 0{,}24 \cdot \frac{4J^2}{kc\pi^2 d^3} \text{ Grade.}$$

511. Man verwendet ein Kabel mit Kupferseele, Harzschicht und Bleihülle, um einen starken Strom überzuleiten. Wenn der Draht 5 mm dick ist, das Harz bei 70° schmilzt und die umgebende Hülle auf 10° erhalten wird, welche Stromstärke ist dann nötig, um das Harz durch den Strom zum Schmelzen zu bringen?

Antwort: Wenn F die Oberfläche der Kupferseele, k der Koeffizient der Wärmeleitung des Harzes, t der Temperaturunterschied zwischen Harz und Kupferseele, und Z die Zeit in Sek. ist, so muß

$$F = 0{,}24 \cdot J^2 \cdot R = kFtZ$$

sein. Da die Werte für F und R folgende sind:

$$F = 2\pi r t, \quad \text{und} \quad R = \frac{0{,}022}{(2r)^2},$$

so wird

$$J = \sqrt{\frac{8\pi \cdot k r^3 t Z}{0{,}24 \cdot 0{,}022}} = 69\sqrt{k r^3 t Z}.$$

Woraus folgt

$$J = 69\sqrt{0{,}00014 \cdot \left(\frac{0{,}5}{2}\right)^3 \cdot 76^0 - 100^0) \cdot 1200}\ \text{A} = 27{,}3\ \text{A}$$

D. Sicherheitsstücke.

512. Welche Stromstärke ist nötig, um einen Draht von der Dicke d zu schmelzen?

Antwort: Bezeichnet T die Schmelztemperatur des Metalldrahtes, l seine Länge, R seinen Widerstand, t die Temperatur des umgebenden Mittels, a den Ausstrahlungskoeffizienten, so ergibt sich durch Gleichsetzung der erzeugten und der abgegebenen Wärme, daß

$$0{,}24 \cdot J^2 \cdot R = a(T - t) \cdot 2\pi d l.$$

Durch Einführung des spezifischen Widerstandes ϱ, und wenn

$$A = \sqrt{\frac{a(T-t)\pi}{0{,}24\varrho}}$$

gesetzt wird, ergibt sich zunächst

$$J = \sqrt{\frac{a(T-t)\pi d^3}{0{,}24\varrho}},$$

und endlich

$$J = A \cdot \sqrt{d^3}$$

513. Welche Stromstärke ist nötig, um einen 4 mm dicken Bleidraht zu schmelzen?

Antwort: Nach Tafel XIV hat die Konstante für Blei den Wert $A = 12{,}7$ (für J in A und d in mm); somit wird höchstens

$$J = 12{,}7\sqrt{4^3}\ \text{A} = 102\ \text{A}$$

514. Wie dick muß ein Platindraht sein, damit der durchgehende Strom nicht über 1,25 A betragen kann?

Antwort: Nach Tafel XIV wird

$$1{,}25 = 37\sqrt{d^3};$$

somit

$$d = 0{,}104 \text{ mm}.$$

515. Man fertigt eine Sicherung in einer gewissen Leitung aus 0,32 mm dickem Eisendraht. Bis zu welcher Stromstärke ist die Leitung verwendbar?

Antwort: $J = 22{,}6\sqrt{0{,}32^3} = 4{,}1$ A.

516. Um eine Sicherung herzustellen, kann man zwischen einem Kupferdraht, einem Eisendraht und einem Messingdraht wählen. Wie müssen sich ihre Dicken verhalten, damit sie bei derselben Stromstärke durchschmelzen?

Antwort: Da der durchgehende stärkste Strom in jedem Falle derselbe sein soll, so muß zwischen den Dicken und den bezüglichen Konstanten die Beziehung bestehen

$$J = A_1\sqrt{d_1^3} = A_2\sqrt{d_2^3} = A_3\sqrt{d_3^3}.$$

Hieraus folgt aber, daß nach Tafel XIV

$$d_2 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{2/3} \cdot d_1 = \left(\frac{22{,}6}{76}\right)^{2/3} \cdot d_1 = 0{,}445\, d_1;$$

und

$$d_3 = \left(\frac{22{,}6}{51{,}6}\right)^{2/3} \cdot d_1 = 0{,}577\, d_1.$$

517. Welches der drei Metalle Silber, Magnesium und Nickel eignet sich am besten zur Herstellung von Sicherheitsstücken?

Antwort: Die Werte 88,4 und 37,8 und 40,6 der Konstanten A würden zugunsten des Magnesiums sprechen, wenn dieses nicht viel weniger dehnbar wäre als Nickel.

518. Ein Draht aus reinem Kupfer von 0,165 cm Dicke wird von einem Strom von 10 Ampère durchflossen. Wie groß wird die Temperaturzunahme des Drahtes werden, wenn man annimmt, daß, wenn der spezifische Widerstand des reinen Kupfers 0,022 Mikroohm bei 100 cm Länge und 1 mm Durchmesser ist, die Wärmeabgabe durch Strahlung ungefähr 0,000 25 auf jeden qcm und Grad Celsius Temperaturüberschuß über die Umgebung beträgt?

Antwort: Der Widerstand des Kupfers beträgt für 1 Meter

$$0{,}022 : 1{,}65^2 = 0{,}0081\ \Theta;$$

die in ihm in der Sekunde entwickelte Wärmemenge wird

$$Q = 0{,}24 \cdot 0{,}0081 \cdot 10^2 \text{ Kal-gr} = 0{,}194 \text{ Kal-gr}.$$

Die Oberfläche des 1 m langen Drahtes ist

$$0{,}165\pi \cdot 100 = 51{,}8 \text{ ccm},$$

woraus folgt, daß auf jeden ccm Drahtoberfläche in jeder Sek.

$$0{,}194 \text{ Kal-gr} : 51{,}8 = 0{,}003\,74 \text{ Kal-gr}$$

kommen. — Anfänglich wird die Wärmeausstrahlung Null sein, aber sodann zunehmen mit wachsender Temperatur, bis endlich bei x^0 die Abgabe ebenfalls 0,003 74 Kal-gr im qcm und Sek. beträgt. Dann muß

$$x \cdot 0{,}000\,25 = 0{,}003\,74, \qquad \text{also} \qquad x = 14{,}96^0 \text{ Celsius}$$

sein; d. h. wenn dieser Draht der freien Luft ausgesetzt wird, so nimmt er eine Temperatur von 14,96° über derjenigen der Luft an.

519. Ein kurzes Stück Bleidraht ist als Sicherung in einem Stromkreis eingeschaltet. Man soll den Durchmesser bestimmen, bei dem der Draht mit 7,2 A eben schmilzt.

Antwort: Der Widerstand eines Bleidrahtes von 1 cm Länge und x cm Dicke ist $= 0{,}253/x^2$; die in jeder Sek. entwickelte Wärmemenge ist somit

$$Q = 0{,}24 \cdot \left(\frac{0{,}253}{x^2}\right) 7{,}2^2 \text{ Kal-gr} = \frac{3{,}148}{x^2} \text{ Kal-gr},$$

oder, da das 1 m lange Drahtstück $10\pi x$ qcm Oberfläche hat, so wird die Wärmemenge $Q/(10\pi x)$ Kal-gr in der Sekunde ausgestrahlt. Die erzeugte Wärmemenge muß der durch Strahlung verlorenen Wärme gleich sein, auch bei den tiefsten Temperaturen, die in diesem Stück Bleidraht entstehen. Der Drahtdurchmesser x muß daher so bestimmt werden, daß

$$335 \cdot 0{,}000\,25 = \frac{Q}{10 \cdot \pi \cdot x} = \frac{3{,}148}{10\pi x},$$

woraus

$$x = 0{,}106 \text{ cm}.$$

520. Ein Silberdraht ist als Sicherung in einen Mikrophonkreis eingeschaltet; der Strom soll 0,6 A nicht übersteigen. Wie groß muß die Dicke des Drahtes sein?

Antwort: Aus der Gleichung

$$0{,}6 = 126\sqrt{d^3}$$

findet man $d = 0{,}028$ mm.

521. Die Bleisicherungen der Edisongesellschaft Mailand (1890) waren 3,2 cm breit, 0,3 cm dick und etwa 7 cm lang. Bei welchem Strom schmelzen sie?

Antwort: Der Bleistreifen hat

$$\frac{0{,}188}{100 \cdot (3 \cdot 32)^2} = 2{,}04 \cdot 10^{-7} \text{ Mikroohm}$$

bei 1 cm Länge. Wenn die gesuchte Stromstärke x A beträgt, so wird die Wärmemenge im Streifen

$$Q = 0{,}24 \cdot 2{,}04 \cdot 10^{7} \cdot x^2 \text{ Kal-gr.}$$

Das Bleistück schmilzt bei 335⁰ und nur dann, wenn die ausgestrahlte Wärme der erzeugten Wärme gleich wird. Das Bleistück hat 7 qcm Oberfläche auf je 1 cm Länge; daher müssen die Wärmemengen

$$\frac{Q}{7} = 7 \cdot \frac{335}{4000} = 0{,}24 \cdot 2{,}04 \cdot 10^{-7} x^2$$

sein. Aus dieser Beziehung folgt

$$x = 3460 \text{ A}.$$

522. Ein Kupferdraht soll für 500 A als Sicherung dienen. Wie groß muß sein Durchmesser sein, wenn das Kupfer bei 1050⁰ schmilzt?

Antwort: Aus der Gleichung

$$500 = 76\sqrt{d^3}$$

findet man $d = 3{,}5$ mm.

523. Eine Zinkstange soll als Sicherung für 500 A dienen; welchen Durchmesser muß man ihr geben, wenn das Zink bei 422⁰ schmilzt?

Antwort: Man setzt die strahlende Wärme der zugeführten Wärme gleich; also wird

$$2\pi r \cdot 422 \cdot 0{,}0025 = 0{,}24 \cdot 0{,}0059 \cdot 500^2 \cdot \frac{1}{\pi r^2};$$

daraus folgt

$$r = 5{,}54 \text{ mm} \quad \text{und} \quad d = 11{,}1 \text{ mm}.$$

524. Eine Grovesche Zelle, deren e. m. K. 1,9 V und deren innerer Widerstand 0,4 Θ ist, wird einmal durch einen Draht von 3 Θ, ein andermal durch 30 Θ geschlossen. Wie verhalten sich in beiden Fällen die in der Batterie entwickelten Wärmemengen?

Antwort: Die Wärmemengen verhalten sich wie

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{c J_1^2 R_1}{c J_2^2 R_2} = \frac{J_1^2}{J_2^2},$$

weil die Widerstände R_1 und R_2 im Inneren der Zelle beide Male als gleich angenommen werden. Die Ströme sind

$$J_1 = \frac{1{,}9}{3 + 0{,}4}\,\text{A} = 0{,}56\,\text{A} \qquad \text{und} \qquad J_2 = \frac{1{,}9}{30 + 0{,}4}\,\text{A} = 0{,}062\,\text{A},$$

so daß

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{(30{,}4)^2}{(3{,}4)^2} = \frac{80}{1}.$$

E. Anwendungen.

525. Man löte 3 Platindrähte, deren Dicken sich verhalten wie 1 : 2 : 3, hintereinander an den Enden zusammen. Wie groß wird die Temperaturerhöhung der beiden dickeren Drähte, wenn der dünnste 405° zeigt?

Antwort: Es sei p das Gewicht eines Zentimeters des Drahtes, c sein spezifisches Gewicht, Θ die Endtemperatur, welche die Q-Kalorien erzeugen; dann wird

$$c p \Theta = Q = 0{,}24 \cdot J^2 \cdot R \cdot t.$$

Also

$$\Theta = 0{,}24 \cdot \frac{J^2 \cdot Rt}{cp}.$$

Wenn d der Durchmesser des Drahtes und δ sein spezifisches Gewicht ist, so ist für jeden Meter

$$R = \frac{4\varrho}{\pi d^2} \qquad \text{und} \qquad p = \frac{\pi d^2 \delta}{4},$$

und folglich

$$\Theta = 0{,}24 \cdot \frac{J^2 t}{c} \cdot \frac{16\varrho}{\pi^2 2 d^4}.$$

Daher sieht man, daß die Endtemperatur der Drähte aus gleichem Material und verschiedenen Durchmessern in dem Verhältnis stehen

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{d_2^4}{d_1^4}.$$

Im unserem Beispiel werden die Verhältnisse

$$Q_1 : Q_2 : Q_3 = 1 : \tfrac{1}{16} : \tfrac{1}{81},$$

folglich die Temperaturen:

des dünnsten 405°, des mittleren 25°, des dicksten Drahtes 5°.

526. Zwischen den Polen einer Dynamo schaltet man einmal 20 Θ und dann 5 Θ ein. Sie hat 2,2 Θ inneren Widerstand und eine e. m. K. von 126 V. Wie verhalten sich die in der Armatur (Rotor) der Dynamo erzeugten Wärmemengen?

Antwort: $$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{(20 + 2,2)^2}{(5 + 2,2)^2} = \frac{9,5}{1}.$$

527. Eine v. Beetzsche Säule von 240 Elementen, von denen jedes $1,101 \cdot 10^8$ E. M. E. e. m. K. und $18,3 \cdot 10^9$ E. M. E. inneren Widerstand hat, wird mit einem Galvanometer verbunden, dessen Widerstand $96,82 \cdot 10^9$ E. M. E. beträgt. Welche Wärmemenge wird dann in 3 Min. in den Galvanometerspulen erzeugt?

Antwort: Die Batterie liefert

$$J = \frac{240 \cdot 1,108}{240 \cdot 18,3 + 96,82} = 0,15887\,\text{A},$$

daher ist die gesuchte Wärmemenge, nach

$$Q = 0,24 \cdot i^2 \cdot R \cdot Z =$$

$$Q = 0,24 \cdot 0,05887^2 \times 96,82 \times 3,60\,\text{Kal-gr} = 14,45\,\text{Kal-gr}.$$

528. Durch die Spule eines glockenförmigen Elektromagnets gehen 3,6 A. Die Spule hat 4 Θ, 0,7 mm dicken Kupferdraht und eine Anfangstemperatur von 12°. Welche Temperatur wird die Spule nach 5 Min. haben?

Antwort: Der Strom erzeugt in einer Sekunde die Wärmemenge

$$Q = 0,24 \cdot 3,6^2 \cdot 4 \cdot 300\,\text{Kal-gr} = 3720\,\text{Kal-gr}.$$

Die Länge l des Kupferdrahtes ergibt sich aus dem Durchmesser und dem Widerstand,

weil $$4\,\text{Ohm} = 0,020 \cdot l\,\frac{1}{0,7^2} \qquad \text{also} \qquad l = 88,3\,\text{m}$$

sein muß. Sei T die Endtemperatur des Kupfers, so hat das Kupfer die Wärmemenge

$$Q = \pi \cdot 0,07^2 \cdot 8830 \times 8,92 \times 0,0933(T - 12)\,\text{Kal-gr} =$$
$$= 28,28(T - 12)\,\text{Kal-gr}$$

aufnehmen müssen. Diese Wärme muß der von dem Strom gelieferten Wärme gleich sein; daher

$$28{,}28(T - 12) = 3720;$$

also

$$T = 143{,}5^0.$$

529. Ein 43,2 cm langer und 0,062 cm dicker Platindraht ist in einem mit Luft gefüllten und vor Strahlung gut geschützten Glasgefäß spiralig aufgewunden. An dieses ist eine nach Zehntel ccm geeichte, horizontale, offene Glasröhre angeschmolzen. Vor Durchgang des Stromes schließt ein Quecksilbertropfen 842,4 ccm Luft ab; nach 10 Minuten ist der Tropfen um 143 Teile vorgerückt. Wie stark ist der Strom?

Antwort: Nach dem Mariotte-Gay Lussacschen Gesetz ergibt sich zunächst die Temperaturerhöhung; da für eine offene Röhre der Enddruck gleich dem Anfangsdruck ist, so gilt die Formel

$$v = v_0(1 + \alpha t),$$

also hier die Beziehung

$$842{,}4 + 14{,}3 = 842{,}4(1 + 0{,}0366\, t).$$

Daraus folgt die Temperaturerhöhung

$$t = 4{,}635^0.$$

Die hiezu erforderliche Wärmemenge beträgt

$$Q = 842{,}4 \cdot 0{,}001\,293 \cdot 0{,}2377 \cdot 4{,}635 \text{ Kal-gr} = 1{,}200 \text{ Kal-gr}.$$

Diese Wärme wurde von der zu bestimmenden Stromstärke J erzeugt; daher ist

$$1{,}200 = 0{,}24 \cdot 0{,}0171 \cdot \frac{43{,}2}{100} \cdot \frac{1}{0{,}62^2} \cdot J^2 \cdot 60 \cdot 10 \text{ Kal-gr}$$

oder $J = 0{,}6585$ A.

XVIII. Stahlmagnete.

530. Zwei Stahlmagnete sind in dieselbe Gerade gelegt und kehren ihre gleichnamigen Pole gegeneinander; diese stehen um d voneinander ab; sie enthalten die magnetischen Massen $\mathfrak{m}_1$ und $\mathfrak{m}_2$. Auf ihre Verbindungslinie bringt man eine kleine Eisenkugel. In welcher Entfernung ist sie im Gleichgewicht? (Fig. 36.)

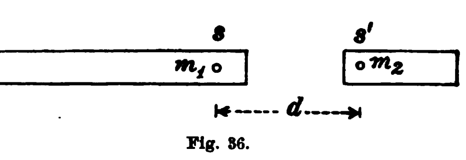


Fig. 36.

Antwort: Sind die gesuchten Entfernungen x und y, so gilt

$$x + y = d \qquad \text{und} \qquad \frac{\mathfrak{m}_1}{x^2} = \frac{\mathfrak{m}_2}{y^2}.$$

Aus diesen Gleichungen folgt

$$y = \frac{d}{\mathfrak{m}_1 - \mathfrak{m}_2}\left(\mathfrak{m}_2 \pm \sqrt{\mathfrak{m}_1 \cdot \mathfrak{m}_2}\right).$$

531. Zwei Stabmagnete liegen auf demselben Lot übereinander. Der obere Magnet ist fest und enthält in jedem Pol die magnetische Masse $\mathfrak{m}_1$, der untere Magnet wiegt p gr und enthält $\mathfrak{m}_2$ magnetische Masseneinheiten; die Pole, die sich am nächsten sind, haben ungleichnamige magnetische Massen. Welche Entfernung müssen die mittleren Pole haben, damit der untere Stabmagnet frei in der Luft schwebt? (Fig. 37.)

Antwort: Es sei x die Entfernung der mittleren Pole; damit kann man die anziehende Kraft ausdrücken und diese dem Gewicht des unteren Magnetes gleichsetzen; also

$$\frac{\mathfrak{m}_1 \cdot \mathfrak{m}_2}{x^2} = 981 \cdot p \text{ Dyn}.$$

Daraus folgt

$$x = \sqrt{\frac{\mathfrak{m}_1 \cdot \mathfrak{m}_2}{981 \cdot p}}.$$

Fig. 37.

532. Ein ziemlich langer Magnet AB liegt auf einer Wagschale; das Gewicht eines nicht magnetischen Körpers hält ihm das Gleichgewicht. Ein gleicher Stabmagnet CD befindet sich lotrecht und parallel unter dem Magnet AB, so daß die ungleichnamigen Pole sich gegenüberstehen. Die Magnete AB und CD sind 2 cm voneinander entfernt. Die 128 gr halten der Anziehung der Magnete das Gleichgewicht. In 4 cm Entfernung sind nur 32 gr nötig, um Gleichgewicht zu haben. Wie wirken diese Magnetkräfte aufeinander?

Antwort: Die Entfernungen verhalten sich wie $1:2$; die Anziehungskräfte wie

$$128 : 32 = 4 : 1.$$

Daher wirken die magnetischen Kräfte umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung.

533. Mit welcher Kraft wirken 2 magnetische Pole $\mathfrak{m} = 9$ und $\mathfrak{m}_2 = 15$ E.M.E. („Maxwell“) in der Entfernung von 6 Einheiten (cm)?

Antwort:

$$K = \frac{(\mathfrak{m}_1 \times \mathfrak{m}_2)}{l^2} = \frac{(9 \times 16)}{6^2} = 4 \text{ Dyn.}$$

534. Wie stark ist das magnetische Feld $\mathfrak{H}$, welches ein Pol von $m = 180$ Einheiten („Maxwell") in einem 3 cm von ihm entfernten Punkt erzeugt?

Antwort: $$\mathfrak{H} = \frac{180 \text{ Maxwell}}{(3 \text{ cm})^2} = 20 \text{ Gauß.}$$

535. Wie groß ist die magnetische Masse eines Poles in 532.?

Antwort: Die in 2 cm Entfernung stehenden zwei Pole ziehen sich mit der Kraft

$$64 \text{ gr} = 64 \times 981 \text{ Dyn} = 62784 \text{ Dyn}$$

an. Bei 1 cm Entfernung wäre die Anziehung $2^2 = 4$ mal größer, und wäre $4 \times 62784 = 251136$ Dyn. In der Entfernung 1 cm sind die Anziehungskräfte einfach den magnetischen Massen der Pole proportional; und weil die Magnete in unserem Fall gleich sind, so wird die Anziehung dem Quadrat der magnetischen Masse der Pole gleich werden — oder, umgekehrt, die magnetische Masse wird $\mathfrak{m} = \sqrt{251130}$ „Maxwell" $= 502$ „Maxwell" sein müssen.

536. Man suche die Polintensität (Polstärke) $\mathfrak{m}$ von zwei Stabmagneten A und B unter Benützung eines dritten Magneten C.

Antwort: Man findet diese Polstärke mit Hilfe eines dritten Magneten C, wie folgt: Man verfahre mit dem Magneten A und B, wie in 532.; in d cm Entfernung findet man p_1 gr Anziehungskraft der Pole, die $\mathfrak{m}_1$ und $\mathfrak{m}_2$ magnetische Masse haben.

Zwischen diesen Größen besteht die Beziehung

$$981 \cdot p_1 d^2 = \mathfrak{m}_1 \mathfrak{m}_2.$$

Wenn man in gleicher Weise mit den Magneten A und C verfährt, und sie in gleicher Entfernung d wirken läßt, und endlich ebenso mit den Magneten B und C, so gilt

$$981 \cdot p_2 \cdot d^2 = \mathfrak{m}_1 \cdot \mathfrak{m}_3$$

$$981 \cdot p_3 \cdot d^2 = \mathfrak{m}_2 \cdot \mathfrak{m}_3.$$

Durch Division des Produktes der beiden ersten Gleichungen durch die dritte Gleichung findet man

$$\frac{981 \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot d^2}{p_3} = \mathfrak{m}_1^2,$$

woraus folgt

$$\mathfrak{m}_1 = d \cdot \sqrt{\frac{981 \cdot p_1 \cdot p_2}{p_3}} \text{ E.M.E.},$$

und ähnlich

$$\mathfrak{m}_2 = d \sqrt{\frac{981 \cdot p_1 p_3}{p_2}} \text{ E.M.E.}$$

537. Jeder Pol eines Stabmagneten hat $\mathfrak{m} = 150$ Einheiten magnetischer Masse. Wie groß ist in diesem Stab (in „Maxwell") der magnetische Induktionsfluß $\mathfrak{M}$? — Wie viele Kraftlinien gehen außerhalb des Magnetes von Pol zu Pol?

Antwort: Jede Einheit magnetischer Masse — nach dem üblichen Sprachgebrauch — bestimmt eine Induktionslinie — sowohl im Inneren des Magneten wie auch außerhalb des Magneten — oder eine Induktionslinie innerhalb und eine Kraftlinie außerhalb des Magneten. Also ist in beiden Fällen der Induktionsfluß 150 „Maxwell" oder 150 Kraftlinien.

538. Der magnetische (oder induktive) Fluß in einem Stabmagneten ist $\mathfrak{M} = 1600$ Einheiten „Maxwell". Wie groß ist die Polstärke dieses Magneten?

Antwort: Zu jeder Einheit magnetischen Flusses, der vom „Pol" ausgeht, oder zu jeden „Maxwell" gehört eine Einheit magnetischer Masse im Pol. Daher muß die Polstärke $\mathfrak{m} = 1600$ Einheiten („Maxwell") betragen.

539. Ein magnetisierter Stahlring hat 40 qcm Querschnitt und enthält einen magnetischen Strom von $\mathfrak{M} = 320$ („Maxwell"). Wie groß ist der magnetische Fluß (Strom), der durch die Kreise A und B der Fig. 38 geht?

Antwort: Durch den Kreis A gehen alle magnetischen Stromelemente in gleicher Richtung, so daß ihre Anzahl

$$\mathfrak{M} = 320 \text{ „Maxwell"}$$

beträgt.

Fig. 38.

Durch den Kreis B gehen ebenso viele Stromelemente hinaus, wie hineingehen. Der wirksame Strom ist also $320 - 320 = 0$ „Maxwell".

540. Wie groß ist im vorhergehenden Beispiel die magnetische Induktion oder die Dichte des magnetischen Stromes?

Antwort: Unter Induktion versteht man den magnetischen Strom, der durch 1 qcm Querschnitt des Magneten fließt. Im betrachteten Stahlringe muß die magnetische Dichte

$$\frac{320}{40} = 8 \text{ „Maxwell" in jedem qcm} = 8 \text{ „Gauß" sein.}$$

541. Man will, daß 625 Kraftlinien vom Nordpol eines Magneten ausgehen; dieser Magnet hat 2,5 qcm Querschnitt. Wie groß muß die magnetische Induktion dieses Magneten sein?

Antwort: Damit 625 Kraftlinien vom Inneren nach dem Äußeren des Magneten gehen können, muß der magnetische Strom 625 Maxwell betragen, also 625/2,5 = 250 Maxwell in jedem qcm. Daher muß die magnetische Induktion 250 Einheiten (Gauß) betragen.

542. Ein Stabmagnet liegt in der Richtung einer kleinen, drehbaren Magnetnadel, die vom Stabmagneten $D = 60$ cm entfernt liegt und vorher senkrecht zum magnetischen Meridian stand. Die Tangente der Ausschlagswinkel ist 12/260. Die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus war $H = 0{,}2$ Gauß. Wie groß ist das magnetische Moment M des Stabmagneten?

Antwort: Aus den obenstehenden Angaben kann man das magnetische Moment näherungsweise berechnen zu

$$M = \frac{D^3}{2} \cdot \mathfrak{H} \cdot \operatorname{tg} \varphi = \frac{60^3}{2} \times 0{,}2 \times \frac{12}{260} = 997 \text{ E. M. E.}$$

543. Dieses magnetische Moment 997 E.M.E. besitzt ein Stabmagnet von $12 \times 0{,}9 \times 0{,}3$ qcm; er wiegt 28,3 gr. Wie groß ist für diesen Magneten: 1) der spezifische Magnetismus $\mathfrak{J}$? — 2) die magnetische Intensität (Magnetisierung)? — 3) die Polstärke? — 4) die magnetische Masse $\mathfrak{m}$?

Antwort: Der spezifische Magnetismus oder das magnetische Moment für 1 ccm dieses Magneten ist

$$\mathfrak{J} = \frac{997}{3{,}24} = 307{,}7 \text{ E.M.E. der Stärke oder des Momentes.}$$

Die magnetische Intensität ist gleichbedeutend mit dem magnetischen Moment eines ccm, also

$$\mathfrak{J} = \frac{997}{3{,}24} = 307{,}7 \text{ E. M. E. der Stärke oder des Momentes.}$$

Die Polstärke $\mathfrak{m}$ multipliziert mit der Magnetlänge ist gleichbedeutend mit dem magnetischen Moment; also ist

$$\mathfrak{M} = \frac{997}{12} = 83{,}08 \text{ E.M.E. der Masse.}$$

Die „Polstärke" ist dasselbe wie die „magnetische Masse".

544. Ein Stabmagnet wiegt 40,8 gr, ist 30 cm lang und hat den spezifischen Magnetismus 19. Der eine von seinen Polen ist 5 cm vom ungleichnamigen Pole des Magneten in 542. entfernt. Mit welcher Kraft trachten die beiden Magnete sich einander zu nähern? — Wie weit müssen die gegeneinander gekehrten Pole der beiden Magnete voneinander abstehen, wenn der große Magnet den kleinen frei in der Luft schwebend erhält?

Antwort: Das „magnetische Moment" des großen Magneten ist

$$M = 19 \times 498 = 9462 \text{ E.M.E. des Momentes. } [l^{5/2} m^{1/2} t].$$

Daher hat dieser Magnet die „magnetische Masse"

$$\mathfrak{m} = \frac{9462}{30} \text{ E.M.E.} = 315{,}4 \text{ E.M.E. der Masse} = 315{,}4 \text{ Maxwell.}$$

In der Entfernung von 5 cm ziehen sich die beiden Magnete an mit einer Kraft von

$$K = \frac{315{,}4 \times 83{,}08}{5^2} \text{ Dyn} = 1058 \text{ Dyn} = 1{,}1 \text{ gr.}$$

Um den kleinen Magneten durch den großen in der Luft frei schwebend zu halten, muß ihre Entfernung x folgende Gleichung befriedigen:

$$28{,}3\text{gr} = 27\,762 \text{ Dyn} = \frac{315{,}4 \times 83{,}08}{x^2} \text{ Dyn},$$

woraus

$$x = 0{,}97 \text{ cm.}$$

545. Man suche einen Punkt, der auf der Achse des großen Magneten in 544. liegt und die gleiche Feldstärke besitzt wie der Punkt im kleinen Magneten, der 2 cm vom Pol entfernt liegt.

Antwort: Die Feldstärke bei 2 cm Polabstand ist

$$\mathfrak{H} = \frac{83{,}08}{2^2} = 20{,}77 \text{ Gauß},$$

so daß

$$20{,}77 = \frac{315{,}4}{x^2}$$

sein muß.

Hieraus ergibt sich

$$x = 3{,}896 \text{ cm.}$$

546. Die 2 Magnete in 544. sind horizontal aufgehängt und stehen senkrecht zum magnetischen Meridian. Wie groß sind ihre Drehmomente?

Antwort: Das statische Drehmoment ist das Produkt der Kraft in die Länge, d. h. das Produkt der magnetischen Feldstärke $\mathfrak{H}$ in die magnetische Masse $\mathfrak{m}$ und in die Länge l; oder auch, aus dem Produkt der Feldstärke $\mathfrak{H}$ in die magnetische Masse $\mathfrak{m}$ und der Länge l; oder auch das Produkt der Feldstärke $\mathfrak{H}$ in das magnetische Moment M; also

$$P_1 = 0{,}2 \cdot 9462 \text{ E. M. E.} = 1892 \text{ E. M. E.}$$

Dieses Moment würde beispielsweise dem Produkt aus der Länge 15 und der Kraft 126 Dyn, die am Ende des Magneten wirkt, gleich sein. Ähnlich wird

$$P_2 = 0{,}2 \cdot 997 \text{ E. M. E.} = 199 \text{ E. M. E.};$$

zum Beispiel

$$P_2 = 6 \text{ cm} \times 33 \text{ Dyn.}$$

547. Auf der Achse eines Magneten befinden sich, 6 cm voneinander entfernt, zwei Punkte, in denen 12 und 3 Gauß liegen. Wie groß muß die Polstärke sein? — Wie weit sind die Pole von den beiden Punkten entfernt?

Antwort: Ist d die Entfernung der beiden Punkte, H_1 und H_2 die Feldstärke in ihnen, $\mathfrak{m}$ die magnetische Masse im Pol und x cm seine Entfernung von dem Punkte, der die Feldstärke H hat, dann ergibt die Definition der Feldstärke

$$\frac{\mathfrak{m}}{x^2} = H_1 \qquad \text{und} \qquad \frac{\mathfrak{m}}{(x+d)^2} = H_2,$$

woraus folgt

$$x = \frac{d\sqrt{H_2}}{(H_1 - H_2)}, \qquad \text{und} \qquad \mathfrak{m} = \frac{H_1 \cdot H_2 \cdot d}{(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})^2}.$$

In unserm Beispiel

$$x = 6 \text{ cm}; \quad m = 432 \text{ E. M. E. der Masse (Maxwell)}$$

548. Ein 0,1 cm dicker, weicher Eisendraht ist 100 cm lang; er liegt dem erdmagnetischen Feld in Paris parallel. Wie groß ist seine magnetische Stärke $\mathfrak{J}$, wenn der Suszeptibilitäts-Koeffizient dieses Eisens $\varkappa = 33$ beträgt? — Wie groß ist sein magnetisches Moment M?

Antwort: Die magnetische Intensität $\mathfrak{J}$ ist das Produkt aus $\varkappa$ und $\mathfrak{H}$. Nach Tafel XVII ist $\mathfrak{H} = 0{,}464$ Gauß, so daß die magnetische Intensität

$$\mathfrak{J} = \varkappa \cdot \mathfrak{H} = 33 \times 0{,}464 \text{ E.M.E.} = 15{,}31 \text{ E.M.E.} = 15{,}31 \text{ Gauß}$$

ist. Der Rauminhalt des Magneten beträgt

$$0{,}05^2 \times \pi \times 100 = 0{,}79 \text{ ccm},$$

so daß das magnetische Moment

$$\mathfrak{M} = v\mathfrak{J} = 0{,}79 \times 15{,}31 \text{ E.M.E.} = 12{,}10 \text{ E.M.E ist.}$$

549. Es sind 2 Stabmagnete so in dieselbe Gerade gelegt, daß ihre Nordpole $\mathfrak{m}_1 = 70$ und $\mathfrak{m}_2 = 110$ Maxwell um 5 cm entfernt sind. Wie stark ist das Feld in einem Punkte, welcher auf der Verbindungslinie beider Pole liegt und 2 cm vom Nordpol $\mathfrak{m}_1 = 70$ Maxwell absteht?

Antwort:

$$\mathfrak{H} = \frac{70}{2^2} - \frac{110}{3^2} = 5{,}3 \text{ Gauß}.$$

550. Ein 10 cm langer Magnet hat 80 E.M.E. magnetischer Masse (Maxwell); wie groß ist das **magnetische Potential** $\overline{\text{M.M.K.}}$ (magnetomotorische Kraft) in einem 6 cm von den Polen entfernten Punkt der Achse?

Antwort: Das magnetische Potential ist

$$\overline{\text{M.M.K.}} = \left[\frac{80}{6} - \frac{80}{(10+6)}\right] \text{E.M.E.} = 8{,}33 \text{ E.M.E. des Potentials},$$

wenn der betrachtete Punkt außerhalb der Pole ist; und

$$\left(\tfrac{80}{4} - \tfrac{80}{6}\right) \text{E.M.E.} = 6{,}66 \text{ E.M.E.},$$

wenn der Punkt zwischen den Polen liegt.

551. Auf einer geraden Linie sind 2 Punkte 6 cm voneinander entfernt; der eine Punkt habe 120 Gauß Nordmagnetismus, der andere 60 Gauß Südmagnetismus. Wo befinden sich die Punkte, in denen der Potentialwert Null ist?

Antwort: Wenn der gesuchte Punkt zwischen den magnetischen Massen liegt, so wird

$$\frac{120}{x} - \frac{60}{6-x} = 0;$$

woraus

$$x = 6 \text{ cm};$$

d. h. der gesuchte Punkt liegt 4 cm vom Südpol entfernt.

Wenn der gesuchte Punkt außerhalb der Massen liegen muß, so wird

$$\frac{120}{y} - \frac{60}{y-6} = 0,$$

woraus

$$y = 12 \text{ cm}.$$

552. Wo befindet sich der Punkt in der Achse des großen Magneten in 543., welcher dasselbe Potential $\overline{\text{M.M.K.}}$ hat wie der Punkt des kleinen Magneten, der 3 cm vom Pol entfernt ist?

Antwort: Das magnetische Potential $\overline{\text{M.M.K.}}$ ist der Quotient aus der Arbeit und der magnetischen Masse und gleichwertig mit dem Quotienten aus der magnetischen Masse und der Entfernung. Daher ist das Potential in dem Punkte der Achse des kleinen Magneten

$$\overline{\text{M.M.K.}} = \frac{83{,}08}{3} \text{ E.M.E.} = 27{,}69 \text{ E.M.E.}$$

Für den großen Magneten gilt also die Gleichung

$$27{,}69 = \frac{307{,}7}{x},$$

woraus

$$x = 11{,}1 \text{ cm}.$$

553. Wie groß ist die Feldstärke in den beiden Punkten, die in 552. bezeichnet sind?

Antwort: Die Feldstärke $\mathfrak{H}$ ist der Quotient aus der Anziehungskraft der zwei Pole und der betrachteten Menge (der magnetischen Menge) $\mathfrak{m}$ dieses Punktes, — oder gleich der im Pol liegenden Masse dividiert durch das Quadrat der Entfernung

Daher ist

$$\mathfrak{H} = \frac{K}{\mathfrak{m}} = \frac{\mathfrak{m} \cdot \mathfrak{M}}{d^2} \cdot \frac{1}{\mathfrak{M}} = \frac{\mathfrak{m}}{d^2};$$

in unserem Beispiel

$$\mathfrak{H} = \frac{307{,}7}{11^2} = 2{,}54 \text{ Gauß};$$

$$\mathfrak{H}_2 = \frac{83{,}08}{3^2} = 9{,}23 \text{ Gauß}$$

554. Ein Magnetstab hat folgende Ausmessungen: 25×2×1 ccm, er wiegt 400 gr Gewicht und $M = 10000$ E.M.E. magnetisches

Moment. Wievielemal ist die Dichte des magnetischen Stromes $\mathfrak{B}$ des Magneten größer als die horizontale Dichte des erdmagnetischen Stromes $\mathfrak{H} = 0{,}20$ Gauß?

Antwort: Der Magnet hat einen innern magnetischen Strom oder eine Polstärke von

$$\mathfrak{m} = \frac{M}{l} = \frac{10\,000}{25}\ \text{Maxwell} = 400\ \text{Maxwell}.$$

Die innere magnetische Stärke (oder: Dichte des magnetischen Stromes) ist

$$\mathfrak{B} = \frac{M}{lf} = \frac{m}{f} = \frac{400}{2 \cdot 1} = 200\left[\text{m}^{-1/2}\text{m}^{1/2}\text{t}^{-1}\right] =$$
$$= 200\ \text{Gauß}.$$

Das Verhältnis der Dichte wird

$$\frac{200\ \text{Gauß}}{0{,}2\ \text{Gauß}} = 1000.$$

555. Man hat n Magnete von gleicher Länge l und gleicher Stärke in dieselbe Gerade hintereinander gelegt, so daß ihre Nordpole alle nach derselben Seite gerichtet sind. Die Pole sollen $\mathfrak{m}$ Einheiten enthalten und $0{,}1\ l$ vom Stabende abstehen. Wie groß ist dann das Potential in der Mitte der Linie? — Wie groß am einen Ende?

Antwort: Man sieht, daß immer zwei gleiche und ungleichnamige Massen in derselben Entfernung von der Mitte der Linie liegen; daher ist

$$\sum\left(\frac{m}{r}\right) = -V = 0. —$$

Für den am einen Ende gelegenen Punkt findet man

$$\overline{\text{M. M. K.}} = \sum\left(\frac{m}{r}\right) = \frac{m}{0{,}1\,l} - \frac{m}{0{,}9\,l} + \frac{m}{1{,}1\,l} - \frac{m}{1{,}9\,l} + \cdots =$$
$$= \frac{10\,m}{l}\left\{1 - \tfrac{1}{9} + \tfrac{1}{11} - \tfrac{1}{19} + \cdots\right\} = 9{,}712 \cdot \frac{m}{l}$$

556. Wie groß ist das Potential in der Mitte eines regelmäßigen Sechsecks, wenn in den Ecken 1) gleichnamige, 2) abwechselnd ungleichnamige Pole liegen?

Antwort: In beiden Fällen liegen auf demselben Durchmesser stets gleich große und entgegengesetzte magnetische Massen; demnach ist das Potential im ersten Fall

$$\sum\left(\frac{m}{r}\right) = 6\,\frac{m}{r};\ —$$

im zweiten Fall

$$V = \sum\left(\frac{m}{r}\right) = 0.$$

557. Es sind n Magnete gleicher Länge l und gleicher Stärke so gelegt, daß alle Nordpole auf einer Kreislinie vom Radius r und alle Südpole auf einer anderen zu ersterer konzentrischen Kreislinie vom Radius R in gleichen Abständen voneinander liegen, und die Magnete also auf Radien liegen. Wie groß ist das Potential im Zentrum?

Antwort:

$$\overline{\text{M. M. K.}} = \frac{nm}{r} - \frac{nm}{r+l} = nm\left\{\frac{1}{r} - \frac{1}{r+l}\right\} = \frac{lmn}{r(r+l}.$$

558. Wie groß ist das Potential des vorigen Systems, wenn auf jeder der beiden Kreislinien die Nord- und Südpole wechseln?

Antwort:

$$\overline{\text{M. M. K.}} = +\frac{m}{r} - \frac{m}{r} + \cdots - \frac{m}{r+l} + \frac{m}{r+l} \cdots + \cdots - = 0.$$

559. Auf einem auf Wasser schwimmenden Brett liegen in ein und derselben Richtung mehrere gleiche Stabmagnete; ihre Länge ist l, die magnetische Masse in einem Pol m, ihr Abstand d und ihre Richtung mit dem magnetischen Meridian α. Wie groß ist das diesem Winkel α entsprechende magnetische Moment, bezogen auf das Ende des ersten Magneten, wenn 1) alle Südpole nach derselben Seite gedreht sind? — 2) wenn auf der einen Seite n' Südpole und $n - n'$ Nordpole liegen?

Antwort: Einer der Magnete bestimmt das Moment $m\mathfrak{H}l \sin\alpha$; so daß alle n Magnete im ersten Fall das Moment

$$M = nm\mathfrak{H} \sin\alpha$$

bestimmen, während im zweiten Fall

$$M' = n'm\mathfrak{H}l \sin\alpha - (n - n')m\mathfrak{H}l \sin\alpha = (2n' - n)m\mathfrak{H}l \sin\alpha.$$

560. Ein Würfel, dessen Kanten aus Stabmagneten gebildet sind, steht auf einem in Wasser schwimmenden Brett. Von den 12 gleichen Magneten stehen 4 lotrecht mit dem Südpol nach unten und je 4 der anderen liegen so in horizontalen Ebenen, daß ungleichnamige Pole aneinanderstoßen. Wie groß ist das magne-

tische Moment, welches eine der lotrechten Kanten vom Erdmagnetismus erfährt?

Antwort: Die Wirkung der lotrechten Magnete ist gleich Null, weil jeder zwei ungleichnamige Pole enthält. —

In jeder der horizontalen Ebenen finden sich acht gleich große statische Momente, welche sich nur durch den Sinn der Drehung voneinander unterscheiden, entsprechend der Art der Pole. Wenn man nun die Hebelarme der einzelnen Momente durch die Kantenlänge und den Winkel ausdrückt, welche eine derselben mit dem magnetischen Meridian bildet, so findet man, daß die Summe der rechtsdrehenden Momente der Summe der linksdrehenden gleich ist, indem schon die Summe der Hebelarme verschwindet. Da solches für jeden Wert des Winkels stattfindet, so ist das gesuchte resultierende Moment gleich Null.

561. An zwei verschiedenen Orten der Erde, wo die Inklination β bez. β' beträgt, hat dieselbe Magnetnadel die Schwingungsdauern t bez. t'. Wie verhalten sich hier die erdmagnetischen Kräfte, die auf die Nadel wirken?

Antwort: $\mathfrak{H} : \mathfrak{H}' = t'^2 \cos\beta' : t^2 \cos\beta.$

562. Zwei Magnetnadeln haben gleiches magnetisches Moment, aber ungleiche Längen l_1 und l_2. Wie verhalten sich ihre magnetischen Massen?

Antwort: Es ist

$$2 l_1 M_1 \mathfrak{H} = 2 l_2 M_2 \mathfrak{H};$$

also

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{l_2}{l_1}.$$

563. An zwei verschiedenen Orten der Erde läßt man den gleichen Stabmagneten in einer horizontalen Ebene schwingen. Die beobachteten Schwingungszeiten sind t_1 und t_2. Wie verhalten sich die horizontalen Komponenten des Erdmagnetismus in diesen Orten?

Antwort: Ein horizontal schwingender Magnet hat (wie ein Pendel) die Schwingungsdauer

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{J}{Hm}}.$$

Da für denselben Magnetstab das Trägheitsmoment J und die magnetische Masse $\mathfrak{m}$ die gleichen sind, so wird

$$\mathfrak{H}_1 : \mathfrak{H}_2 = t_2^2 : t_1^2.$$

564. Wie verhalten sich die Horizontalkomponenten des Erdmagnetismus in Paris, in London, in Berlin, wenn der gleiche Magnetstab zu 20 Schwingungen in Paris 59 Sek., in London 61 Sek. und in Berlin 60 Sek. braucht?

Antwort:

$$\mathfrak{H}_p : \mathfrak{H}_l : \mathfrak{H}_b = \frac{1}{59^2} : \frac{1}{61^2} : \frac{1}{61^2} = 287 : 269 : 277.$$

565. In Berlin und in Mexiko beträgt die Totalintensität des Erdmagnetismus 0,48 Gauß. Wie groß ist die horizontale Komponente in beiden Orten?

Antwort: Diese Komponenten sind verschieden, weil (nach Tafel XVII) die Inklination verschieden ist. Wenn man den Wert der Inklination beachtet, so ist

$$\mathfrak{H}_B = 0{,}48 \cos 64^0 = 0{,}210 \text{ Gauß};$$

$$\mathfrak{H}_M = 0{,}339 \text{ E. M. E. } [L^{-1/2} M^{1/2} 1^{-1}] = 0{,}339 \text{ Gauß}.$$

566. Ein Hufeisenstahlmagnet wiegt 2 kg und trägt das Zwanzigfache seines eigenen Gewichts. Wie groß ist die Konstante a in der Bernoullischen Formel für diesen Magnet?

Antwort: Die Bernoullische Formel lautet:

$$p = a \sqrt[3]{w^2},$$

wo p die Tragkraft des Hufeisenmagneten und w das Gewicht des Magneten ist. Daher wird

$$20 \times 1000 = a \cdot \sqrt[3]{1000^2};$$

woraus

$$a = 200.$$

XIX. Wirkung von Strömen auf Magnete.

567. Ein Holzzylinder trägt eine regelmäßig aufgewickelte Spule, in der der Strom J fließt. Welche Größen im Innern der hohlen Spule bestimmen das magnetische Feld? — Wie hängt das magnetische Feld von diesen Größen ab?

Antwort: Der Versuch lehrt, daß die Feldstärke $\mathfrak{H}$

1) der Stromstärke J proportional ist;

2) der Windungszahl n auf einem cm Länge proportional ist.

3) Soll die Spule dem Stahlmagneten gleichwertig sein, so beträgt der einzuführende Proportionsfaktor 1,257.

Sei also $n \times J$ die Anzahl von Ampere-Windungen auf 1 cm, so ist die Feldstärke in Inneren der hohlen Spule

$$\mathfrak{H} = 1,257\, nJ \text{ Einheiten (Gauß).}$$

568. Die Stromstärke 0,24 A geht durch eine zylindrische Spule, die 72 Windungen trägt; der mittlere Durchmesser dieser Spule ist 20 cm. Wie groß ist die magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$, die dieser Strom im Mittelpunkt der Spule erzeugt?

Antwort: Die gesuchte magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$ ist die Kraft, welche auf die magnetische Masseneinheit in der Mitte der Spule wirkt, dividiert durch diese Masse. Diese Kraft ist der Stromstärke

$$i = 0,24 \text{ A} = 0,024 \text{ E. M. E.}$$

und der magnetischen Masse $\mathfrak{m} = 1$ E. M. E. = 1 Maxwell und der Drahtlänge $l = 20 \cdot \pi \cdot 72$ cm proportional, sowie dem Quadrat der Entfernung zwischen Pol und Stromkreis, $d = 10$ cm, umgekehrt proportional; also ist

$$K = \frac{i\mathfrak{m}l}{d^2} = \frac{0,024 \times 20 \cdot \pi \cdot 72 \times 1}{10^2} \text{ Dyn} = 1,086 \text{ Dyn},$$

daher

$$\mathfrak{H} = \frac{1,086}{1} \text{ Gauß} = 1,086 \text{ Gauß}.$$

569. Ein Spiegelgalvanometer hat eine 2,4 cm lange Spule und trägt 2000 Windungen. Wie groß ist die magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$ im Inneren dieser Spule, wenn 0,000001 A durch sie fließt? Wie groß ist die ganze magnetisierende Kraft $\overline{\text{M.M.K.}}$?

Antwort: Nach der Beziehung

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi}{10} \times \frac{NJ}{l} = 1,257 \frac{NJ}{l}$$

wird die Induktion

$$\mathfrak{H} = 0,001047 \text{ cm}^{-1/2} \text{gr}^{1/2} m^{-1} = 0,001047 \text{ Gauß}.$$

Die ganze magnetisierende Kraft wird

$$\overline{\text{M. M. K.}} = \mathfrak{H} \cdot l = 0,001047 \cdot 2,4 = 0,002514 \text{ Einheiten},$$

oder kürzer

$$\overline{\text{M. M. K.}} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{NJ}{l} \times l = \frac{4\pi NJ}{10} = 0,002514 \text{ Einheiten}.$$

570. Ein Ringtransformator hat 9 cm mittleren Halbmesser; der primäre Stromkreis hat 450 Windungen und führt 7,2 A; der sekundäre Stromkreis hat 3260 Windungen und führt 1,0 A; der Eisenring von 17,5 qcm Querschnitt ist herausgenommen. Wie groß ist in seinem Innern die von jedem Stromkreis erzeugte magnetisierende Feldstärke? — Wie groß seine magneto-motorische Kraft $\overline{\text{M.M.K.}}$?

Antwort: $$\mathfrak{H}_1 = \frac{4\pi}{10} \times \frac{450 \cdot 7{,}2}{2\pi \cdot 9} = 72 \text{ Gauß};$$

$$\mathfrak{H}_2 = 72{,}45 \text{ Gauß};$$

$$\overline{\text{M.M.K.}} = 72{,}2 \times 2\pi \cdot 9 = 4084 \text{ Einheiten.}$$

571. Die Spule eines Bell-Telephon ist 1 cm lang und hat 1415 Windungen; der Sprechstrom ist $i = 0{,}00005$ A. Wie groß wird die magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$ in der Mitte der Spule, wenn kein Eisenkern darin steckt, in dem Augenblick, wo die Stromstärke $i = 0{,}00005$ A beträgt?

Antwort: $\mathfrak{H} = 0{,}08844$ Gauß.

572. Die Mikrophonspule (Bell-Antwerpen) ist 9 cm lang; die beiden Spulen haben 130 und 4200 Windungen; der Strom im Telephonkreis ist 0,00005 A, der Strom im Mikrophonkreis 0,0016 A. Wie groß sind die magnetischen Feldstärken $\mathfrak{H}_1$ und $\mathfrak{H}_2$? — Wie groß die magneto-motorische Kraft $\overline{\text{M. M. K.}}$?

Antwort: $\mathfrak{H}_1 = 0{,}0292$ Gauß; $\mathfrak{H}_2 = 0{,}029$ Gauß;

$$\overline{\text{M. M. K.}} = 0{,}0292 \times 9 = 0{,}2628 \text{ Einheiten.}$$

573. Das Eisen des Transformators von 570. habe die Permeabilität $\mu = 200$. Wie groß ist die magnetische Induktion $\mathfrak{B}$ im Kern? — Wie groß ist der ganze magnetische Fluß $\mathfrak{M}$?

Antwort: $\mathfrak{B} = 14400$ Einheiten im qcm (Gauß);

$$\mathfrak{M} = 14400\, F = 14400 \times 17{,}5 = 252000 \text{ Maxwell.}$$

Oder kürzer

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{B} \cdot F = \frac{4\pi\mu}{10} \times \frac{NJF}{l} = \left(\frac{4}{10}\right) NJ \times \frac{\mu F}{l} =$$

$$= \overline{\text{M.M.K.}} \times \frac{\mu F}{l} = 252000 \text{ Maxwell.}$$

574. Der Rotor einer Kappschen Dynamo hat $\mathfrak{M} = 6730000$ Maxwell und $F = 403{,}1$ qcm. Wie groß ist seine spezifische Induktion $\mathfrak{B}$?

Antwort: $\mathfrak{B} = \frac{\overline{\text{M.M.K.}}}{F} = \frac{6730000}{4031} = 16696$ Gauß.

575. Der Rotor eines Edison-Hopkinson-Dynamos hat den ganzen Fluß $\mathfrak{M} = 10826000$ Maxwell und den Querschnitt $F =$ $= 810$ qcm. Wie groß ist die Induktion $\mathfrak{B}$?

Antwort:

$$\mathfrak{B} = \frac{10826000}{810} = 13512 \text{ Einheiten in 1 qcm} = 13512 \text{ Gauß.}$$

576. Eine sehr kurze Magnetnadel und ein 2 l cm langer Kupferdraht liegen in derselben vertikalen Ebene; der Pol enthält $\mathfrak{m}$ Maxwell und liegt h cm unter der Mitte des Kupferdrahtes; in diesem Kreis fließt ein Strom von i E. M. E. Mit welcher Kraft wirkt der Strom auf den Pol? — Mit welcher Kraft würde er wirken, wenn der Draht unendlich lang wäre? (Fig. 39.)

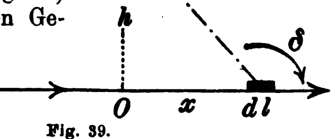


Fig. 39.

Antwort: Nach dem Savartschen Gesetz beträgt die elementare Wirkung

$$\frac{\mathfrak{m} i dl}{h^2 + x^2} \sin\vartheta,$$

wenn man mit ϑ den Winkel bezeichnet, den dl mit der Richtung von diesem nach dem Pol bildet, und wenn x die Entfernung von dl nach der Mitte des Drahtes bezeichnet. Es ist ferner

$$x = h \operatorname{cotg} \vartheta,$$

also

$$dx = \frac{h \cdot d\vartheta}{\sin^2\vartheta}$$

und

$$h^2 + x^2 = \frac{h^2}{\sin^2\vartheta},$$

so daß die Elementarwirkung auch in der Form

$$\left(\frac{\mathfrak{m} i}{h}\right) \sin\vartheta \cdot d\vartheta$$

geschrieben werden kann. — Durch Integration von $-l$ bis $+l$ erhält man hieraus

$$K = \frac{2 \mathfrak{m} i l}{h\sqrt{l^2 + h^2}} \text{ Dyn.}$$

Wenn man Zähler und Nenner des Bruches durch l dividiert und dann $l = \infty$ setzt, so wird für unendlich langen Strom die Kraft

$$K = \frac{2mi}{h} \text{ Dyn.}$$

577. Der Luftdraht eines elektrischen Trams geht in $d = 22$ m Entfernung von einem Galvanometer vorbei und führt $i = 120$ A; der Galvanometermagnet ist 0,6 cm lang und hat $\mathfrak{m} = 400$ Maxwell. Mit welcher Kraft K wirkt der Strom auf den Magnetpol? — Welches Drehmoment P bestimmt diese Kraft? — Wie groß ist die magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$ in diesem Punkt?

Antwort: Nach dem Biot-Savartschen Gesetz wird in diesem Falle (siehe Ende von 576.)

$$K = 2\,\frac{\mathfrak{m}\,i}{d} = \frac{2 \cdot 400 \cdot \frac{120}{10}}{2200} = 4{,}37 \text{ Dyn;}$$

$$P = Fl = 4{,}37 \times 0{,}6 = 2{,}622 \text{ Dyn} \times \text{cm} = 2{,}622 \text{ Erg.;}$$

$$\mathfrak{H} = \frac{F}{\mathfrak{m}} = \frac{2i}{d} = 0{,}0109 \text{ Gauß.}$$

Die Erde hat $\mathfrak{H} = 0{,}2$ Gauß; man sieht daraus, daß der Tramstrom die Feldstärke um $\frac{1}{20}$ ihres gewöhnlichen Wertes steigt; dasselbe gilt auch für das Drehmoment und den Ausschlag der Magnetnadel.

578. Eine Bussole besteht aus einem starken rechteckigen vertikal stehenden Rahmen, dessen zwei Seiten horizontal im magnetischen Meridian liegen, und über dessen Mitte sich eine Magnetnadel befindet. Mit welcher Kraft wirkt nun ein Strom i, wenn die Nadel $\mathfrak{m}$ magnetische Einheiten (Maxwell) enthält und um h, bez. h_1 cm von den horizontalen Seiten absteht?

Antwort: Da die beiden vertikalen Seitenteile sich gegenseitig in ihrer Wirkung aufheben, so bleibt nach 576. als Gesamtwirkung nur

$$K = 2\mathfrak{m}il\left\{\frac{1}{h\sqrt{h^2+l^2}} - \frac{1}{h_1\sqrt{h_1^2+l^2}}\right\}.$$

XX. Elektromagnete.

579. Man leitet durch die Spule eines Elektromagneten erst 2,5 A und dann 10 A; in welchem Verhältnis ändert sich dadurch das magnetische Feld $\mathfrak{H}$?

Antwort: $\mathfrak{H}_1 : \mathfrak{H}_2 = 2{,}5 : 10 = 1 : 4.$

580. In welchem Verhältnis nimmt das magnetische Moment M eines Elektromagneten zu, wenn man die Stromstärke beibehält, aber die Windungszahl von 250 auf 650 erhöht?

Antwort: $M_1 : M_2 = 250 : 650 = 1 : 2{,}6$.

581. Ein gewisser Eisenkern war anfänglich mit 2 Schichten von je 60 Windungen umwickelt, dann aber mit 5 Lagen von je 50 Windungen umgeben worden. Wie hat sich dadurch das magnetische Feld $\mathfrak{H}$ geändert, wenn der durchgehende Strom in beiden Fällen derselbe war?

Antwort:

$$\mathfrak{H}_1 : \mathfrak{H}_2 = [2 \cdot 60] : [5 \cdot 50] = 120 : 250 = 1 : 2{,}1.$$

582. Zwischen den beiden Punkten A und B eines Stromkreises ist eine Drahtverbindung hergestellt; der erste Zweig hat R_1 Θ Widerstand; der zweite bildet die Spule eines Elektromagneten. Wie groß ist die Maximalzahl der Ampère-Windungen (=A.W.), welche der Eektromagnet tragen kann, wenn der Strom des Magnetes gleich 0,04 des Stromes des anderen Zweiges sein und die isolierende Schicht den dritten Teil des Kupfervolumens besitzen soll? (Fig. 40.)

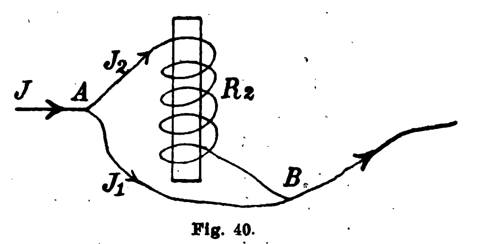


Fig. 40.

Antwort: Es besteht die Gleichung

$$J_2 = 0{,}04\ J_1;$$

also

$$J_2 R_2 = 0{,}04\ J_1 R_2 = J_1 R_1.$$

Aus diesem folgt, daß

$$R_2 = 25\ R_1.$$

Die Drahtstärke des Elektromagneten sei d cm; der mittlere Durchmesser einer Windung D cm, und v der Windungsraum. Dann wird der Kupferraum $\frac{3}{4}\ v$, und der Raum einer einzigen Windung $\left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi \times \pi D$. Daraus ergibt sich die Windungszahl zu

$$\left[\tfrac{3}{4}\ v\right] : \left[\frac{\pi^2 D d^2}{4}\right] = \frac{3v}{\pi^2 D d^2} = N. \qquad (1)$$

Aus dem Drahtdurchmesser d mm und dem Widerstand $R_2 = 25\ R_1$ ergibt sich die Drahtlänge zu $L = \frac{2\pi R_1 d^2}{0{,}0222}$ m. Eine einzige Windung hat πD cm Länge, so daß die Windungszahl der Spule

$$\frac{L}{\pi D} = \frac{25 R_1 \cdot d^2}{0{,}0222\,\pi D} = N \text{ Windungen beträgt.}$$

Daraus folgt, daß
$$d^2 = \frac{0{,}0222\,D N}{2\pi R_1} \tag{2}$$

durch Multiplikation der Werte in (1) und (2) folgt

$$N = \frac{5}{\pi D}\sqrt{\frac{3 v R_1}{0{,}0222\,\pi}}.$$

Die Ampère-Windungen werden somit

$$N J_2 = 0{,}04\ J_1 N = J_1 \frac{0{,}04 \cdot 5}{\pi D}\sqrt{\frac{3 \cdot v R_1}{0{,}0222\,\pi}} = \frac{0{,}4175 \cdot J_1 \sqrt{v R_1}}{D}.$$

583. Wie kann man die Stärke eines magnetischen Feldes beibehalten, trotzdem man die Anzahl der Windungen der Spule auf ein Drittel herabsetzt?

Antwort: Die Stromstärke muß die dreifache werden.

584. Wenn ein Elektromagnet mit 2,5 A einen 1 kg schweren Anker zu tragen vermag, wieviel kann er mit 10 A tragen?

Antwort:
$$\left(\frac{10}{2{,}5}\right)^2 \cdot 1 \text{ kg} = 16 \text{ kg}.$$

585. Von zwei hintereinander und in denselben Stromkreis eingeschalteten Elektromagneten hat der zweite einen doppelt so dicken Kern als der erste, aber die gleiche Anzahl Windungen und gleichen Widerstand. — Wie verhalten sich ihre Tragfähigkeiten?

Antwort: Nach Maxwell ist die Tragfähigkeit P gr eines Elektromagneten, der JN Ampère-Windungen auf 1 cm Länge und F qcm Querschnitt und μ Durchlässigkeit hat (vgl. 597.),

$$P = 0{,}0000405\ F\mu^2\mathfrak{H}^2 = 4{,}05 \cdot 10^{-5} \cdot F\mu^2 \times \left(1{,}257\,\frac{NJ}{l}\right)^2 =$$
$$= 6{,}41 \cdot 10^{-5} \cdot F \cdot \left(\frac{JN\mu}{l}\right)^2 = 0{,}0000641 \cdot F\left(\frac{JN\mu}{l}\right)^2.$$

In unserem Falle sind nur die Magnetkerne verschieden; der zweite ist doppelt so dick als der erste, so daß sein Querschnitt 4 mal größer wird, daher ist die Tragfähigkeit 4 mal größer.

586. Ein Elektromagnet, dessen Kern 1 cm dick und dessen Spule 3 Lagen von 100 Windungen hat, soll durch einen zweiten ersetzt werden, dessen Kern 2,5 cm dick ist und dessen Spule 7 Lagen von 90 Windungen trägt und für welchen die Stromstärke nur 0,2 der früheren ist. Wie verhalten sich die magnetischen Momente der beiden Magnete?

Antwort:

$$M_1 : M_2 = (\sqrt{1} \cdot 3 \cdot 100 \cdot J) : (\sqrt{2,5} \cdot 7 \cdot 90 \cdot 0,2\, J) = 20 : 21.$$

587. Der Elektromagnet eines Morseapparates (Schweizer Modell) hat einen Hufeisenmagnet von 0,9 cm Dicke mit Spulen von 30 Lagen à 240 Windungen; er trägt 3 kg mit 0,2 Ampère. Wieviel trägt ein anderer ähnlicher Magnet, dessen Kern 0,4 cm dick, dessen Spule 36 Lagen mit 300 Windungen trägt, durch welche 0,4 A fließen?

Antwort: Wenn c ein konstanter Faktor ist, welcher von Form und Material des Magneten abhängt, so ist für die erste Form

$$(c \cdot 0,09 \times 30 \cdot 240 \times 0,2)^2 \text{ kg} = 3 \text{ kg}$$

und für die abgeänderte Form

$$(c \cdot 0,4 \times 36 \cdot 300 \times 0,4)^2 \text{ kg} = x \text{ kg}.$$

Durch Elimination von c folgt

$$x = 52.$$

588. Ein Elektromagnet trägt 73 kg bei 2,1 A und 45 kg bei 1,0 A. Wie groß wären demnach für diesen Magneten die Werte der Konstanten a und b in Fröhlichs Formel

$$M = \frac{J}{a + bJ},$$

und wie groß die Werte von α und β in Sohnkes Formel

$$M = \frac{1}{\alpha} \cdot J \cdot l^{-\beta J}?$$

Wieviel trägt dieser Magnet mit 1,6 A?

Antwort: Nach Fröhlichs Formel wird

$$\sqrt{73} = \frac{2,1}{a + b\,2,1}, \quad \text{sowie} \quad \sqrt{46} = \frac{1.0}{a + b\,1,0}$$

sein, und somit

$$a = 0,0579 \quad \text{und} \quad b = 0,0895$$

sein. — Für den Strom $J = 1,6$ A ergibt sich daraus eine Tragkraft von 64 kg.

Die Sohnkesche Formel liefert mit denselben Angaben die Gleichungen

$$\sqrt{73} = \frac{1}{\alpha} 2,1 \cdot l^{-2,1\beta}, \quad \text{und} \quad \sqrt{46} = \frac{1}{\alpha} 1,0 \cdot l^{-1,0\beta}.$$

Aus ihnen folgt

$$\beta = + 0,465 \quad \text{und} \quad \alpha = 0,0925.$$

Der Strom $J = 1,6$ Ampère ergibt nach dieser Formel 67,4 kg Tragkraft.

589. Ein Elektromagnet erhält ein magnetisches Moment von 2070 E. M. E. durch einen Strom von 2,87 E. M. E. und ein magnetisches Moment von 4110 E. M. E. durch 6,28 E. M. E. Welche Werte der Konstanten ergeben sich daraus für 1) Fröhlichs Formel? — 2) Sohnkes Formel? — Wie groß wird das magnetische Moment dieses Magneten für 30 E. M. E. nach beiden Formeln?

Antwort: Aus je zwei entsprechenden Gleichungen folgt $a = 0,001\,267$ und $b = 0,0000415$ für Fröhlichs und $\alpha = 0,001\,278$ und $\beta = 0,0285$ für Sohnkes Formel. Der Stromstärke 30 E. M E. entspricht das Moment $M_1 = 1186$ E. M. E. bzw. $M_2 = 9986$ E. M. E. — Der Versuch ergab $M_3 = 10570$ E. M. E.

590. Man findet $\mathfrak{H} = 40$ Gauß Kraftlinien in einer Spule ohne Kern; während dieselbe Spule mit einem Kern aus Weicheisen und mit demselben Strom 15600 Gauß auf 1 qcm hat. Wie groß ist die Permeabilität dieses Eisens?

Antwort: Man bezeichnet das Verhältnis μ zwischen der Kraftlinienzahl im Eisen, wo $\mathfrak{B} = 15\,600$ ist, und der Kraftlinienzahl in der Luft, wo $\mathfrak{H} = 40$ ist, als Permeabilität, wenn die beiden Räume denselben Querschnitt haben. In unserem Falle ist also

$$\mu = 15\,600 : 40 = 390.$$

591. Man steckt einen Eisenzylinder in eine Spule; diese hat ein magnetisches Kraftfeld von $\mathfrak{H} = 105$ Gauß. Das Eisen hat nach einer Messung die magnetische Induktion $\mathfrak{B} = 17\,000$ Gauß. Wie groß ist die Permeabilität dieses Eisens?

Antwort: $\mu = 17\,000 : 105 = 162.$

592. Man leitet einen etwas stärkeren Strom durch dieselbe Spule; damit erzeugt man ein etwas stärkeres magnetisches Feld, das schließlich $\mathfrak{H} = 127$ Gauß beträgt. Nachher steckt man einen Gußeisenkern in die Spule und findet dann $\mathfrak{B} = 9000$ induzierte Kraftlinien (Gauß). Wie groß ist die Permeabilität dieses Gußeisens?

Antwort: $\mu = 9000 : 127 = 71$.

593. Wie groß wird die magnetische Induktion $\mathfrak{B}$ in jedem qcm Querschnitt im Eisen, wenn unter gleichen Bedingungen ein nicht magnetischer Körper die magnetische Induktion $\mathfrak{H}$ besitzt? — Wie groß werden die magnetischen Induktionen $\mathfrak{B}$, welche den Werten $\mathfrak{H}_1 = 2{,}18$; $\mathfrak{H}_2 = 5$; $\mathfrak{H}_3 = 12$; $\mathfrak{H}_4 = 50$; $\mathfrak{H}_5 = 666$ Gauß in der Luft entsprechen?

Antwort: Die Antwort auf die erste Frage lautet $\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}$. — Zur zweiten Frage ist zu bemerken, daß der Versuch zeigt, daß μ nicht immer den gleichen Wert besitzt; der Wert ist verschieden für verschiedene Eisensorten, auch für verschiedene induzierende Stromstärken. Die Versuche von Hopkinson (siehe Tafel XV) zeigen, daß für

$\mathfrak{H} =$	2,18	5	12	50	666 Gauß
$\mu =$	2750	2000	1083	320	30
$\mathfrak{B} =$	6000	10000	13000	16000	20000 Gauß.

594. Man bestimme die spezifische magnetische Induktion in einer Eisensorte, wo $\mu = 1200$ ist, wenn die ihn umgebende Spule $l = 40$ cm Länge, $N = 8000$ Windungen, $J = 0{,}5$ A hat?

Antwort: Die in einem nichtmagnetischen Mittel bestehende Induktion hat nach der Gleichung

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{NJ}{l}$$

den folgenden Wert:

$$\mathfrak{H} = 1{,}257 \times \frac{8000}{40} \times 0{,}5 = 125{,}7 \text{ Gauß}.$$

Im Eisenkern wird die magnetische Induktion

$$\mathfrak{B} = 1200\,\mathfrak{H} = 1200 \times 125{,}7 = 150840 \text{ Einheiten (Gauß)}.$$

595. Man wickelt eine Spule mit 2 mm dickem Draht; sie muß $\mathfrak{B} = 9000$ Gauß magnetische Induktion erzeugen, und zwar

das eine Mal ohne Kern ($\mu = 1$), das andere Mal mit Gußeisenkern ($\mu = 70$) und das dritte Mal mit Weicheisenkern ($\mu = 2250$). Wie müssen in diesen drei Fällen die Stromstärken sein?

Antwort: Zwischen der magnetischen Induktion auf 1 qcm Querschnitt und der Windungszahl N, der Stromstärke J und der Permeabilität μ besteht die Beziehung

$$\mathfrak{B} = \frac{4\pi}{10} \cdot \mu \cdot \frac{NJ}{l};$$

woraus

$$J = \frac{4}{5} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{\mu} \cdot \frac{l}{N}.$$

Man findet die Anzahl der Windungen auf 1 cm Länge, also $\frac{N}{l}$ aus der Drahtdicke = 0,2 cm. Man kann also 1 : 0,2 = 5 Windungen auf 1 cm Länge legen. Aus diesen Zahlen folgt dann die zur Magnetisierung nötige Stromstärke mit Hilfe der Beziehung

$$J_1 = \tfrac{4}{5} \cdot \tfrac{9000}{1} \cdot \tfrac{1}{5} = 1440 \text{ A},$$

wenn der Kern aus Luft bestehen würde.

Für den Gußeisenkern wird

$$J_2 = \tfrac{4}{5} \cdot \tfrac{9000}{70} \cdot \tfrac{1}{5} = 20{,}6 \text{ A},$$

für den Weicheisenkern

$$J_3 = 0{,}64 \text{ A}.$$

596. Eine Elektromagnetspule hat 720 Windungen auf 20 cm Länge und einen 4 cm dicken Kern. Wie groß ist die Dichte des magnetischen Stroms (oder der magnetischen Induktion) $\mathfrak{B}_1$ im Luftkern? — $\mathfrak{B}_2$ im Gußeisenkern? — $\mathfrak{B}_3$ im Weicheisenkern, wenn der magnetisierende Strom 10 A beträgt?

Antwort: Durch die oben angegebene Beziehung findet man

$$\mathfrak{B}_1 = 450 \text{ Gauß},$$

$$\mathfrak{B}_2 = 31\,500 \text{ Gauß},$$

$$\mathfrak{B}_3 = 1\,012\,500 \text{ Einheiten auf 1 qcm}.$$

Der Kernquerschnitt ist $2^2\pi = 12{,}6$ qcm. Nach Tafel XV beträgt die maximale magnetische Stromdichte gegen 20000 auf 1 qcm. Daraus sieht man, daß der Kernquerschnitt nicht alle magnetischen Stromlinien $\mathfrak{B}$ aufnehmen kann, daß der Sättigungszustand lange

vorher erreicht war. — Wenn man zwei Drittel der Sättigung annehmen will, so wird der nötige Querschnitt

$$\frac{1012500}{\frac{2}{3}\cdot 20000} = 76 \text{ qcm},$$

oder der Durchmesser beträgt 10 cm.

597. Wie groß muß die Induktion $\mathfrak{B}$ eines Elektromagneten mit Weicheisenkern sein, damit jeder qcm des Kernquerschnitts P gr tragen kann? — Wie groß muß $\mathfrak{B}$ sein, damit 1 qcm Querschnitt 1 kg tragen kann?

Antwort: J. C. Maxwell (Lehrbuch der Elektrizität und Magnetismus; Berlin 1883, Band 2, S. 333) hat die Beziehung zwischen der Tragfähigkeit P in gr und dem Querschnitt F in qcm aufgestellt

$$P = \frac{F\cdot\mathfrak{B}^2}{8\pi\cdot 981}\text{ gr} = 0{,}0000405\,F\cdot\mathfrak{B}^2\text{ gr},$$

oder

$$T' = \frac{F\cdot\mathfrak{B}^2}{8000\pi g} = \frac{F\cdot\mathfrak{B}^2}{24700000} = F\cdot\left(\frac{\mathfrak{B}}{5000}\right)^2\text{kg (Gewicht)}.$$

Aus dieser Beziehung wird

$$\mathfrak{B} = 157{,}0\sqrt{\frac{P}{F}}\cdot$$

Nach Angabe ist $P = 1000$ gr und $F = 1$ qcm; durch Einsetzung wird die Induktion

$$\mathfrak{B} = 4969 \text{ Gauß im qcm.}$$

598. Ein Elektromagnet hat einen 4 cm dicken Eisenkern; die Spule hat 1440 Windungen auf 40 cm Länge. Wie groß ist die Tragfähigkeit mit $J_1 = 4$ A? — und mit $J_2 = 16$ A?

Antwort: Nach 597. wird

$$P = 0{,}0000405\,F\cdot\mathfrak{B}^2 = 0{,}0000405\,F\mu^2\mathfrak{H}^2 =$$

$$= 0{,}0000641\,F\left(\frac{JN\mu}{l}\right)^2,$$

wo P in gr, l in cm, F in qcm, J in A gemessen sind.

Die Feldstärke

$$\mathfrak{H} = 1{,}257\,\frac{NJ}{l}$$

wird mit den gegebenen Stromstärken

$$\mathfrak{H}_1 = 181 \text{ Gauß}, \quad \text{bzw.} \quad \mathfrak{H}_2 = 453 \text{ Gauß}.$$

Die magnetische Durchlässigkeit (siehe Tafel XV) ist

$$\mu_1 = 98 \quad \text{bzw.} \quad \mu_2 = 42{,}5$$

und

$$\mathfrak{B}_1 = 17738 \quad \text{bzw.} \quad \mathfrak{B}_2 = 19252 \text{ Gauß.}$$

Damit gibt die Maxwellsche Formel (siehe 597.)

$$P_1 = 0{,}0000405 \times 2^2\pi \times 98^2 \times 181^2 = 161300 \text{ gr} = 161{,}3 \text{kg},$$

$$P_2 = 0{,}0000405 \times 2^2\pi \times 42{,}5^2 \times 453^2 \text{ gr} = 190 \text{ kg}.$$

Im zweiten Fall ist die Stromstärke 2,5 mal größer, das magnetische Feld $2{,}5^2 = 6{,}25$ mal stärker, und die Tragfähigkeit wird nur ungefähr um ein Fünftel größer; — dieses, weil der zweite Strom das Eisen fast zur Sättigung bringt.

599. Ein Eisenstab hat 2 cm auf 1 cm Querschnitt; er ist in Hufeisenform gebogen. Der Anker hat denselben Querschnitt und dieselbe Gestalt. Beide zusammen sind 30 cm lang. Die Verbindung dieser zwei Eisenteile muß 30 kg tragen. Wie viele Ampère-Windungen (= A.W.) muß man der Spule geben?

Antwort: Die umgeschriebene Maxwellsche Formel (siehe 597.) gibt für die gesuchte Induktion $\mathfrak{B}$ und die Ampère-Windungen JN den Betrag

$$\mu\mathfrak{H} = \mathfrak{B} = 157 \sqrt{\frac{P}{F}}$$

und

$$JN = 125 \cdot \frac{l}{\mu} \cdot \sqrt{\frac{P}{F}}.$$

In unserem Fall ist $F = 2$ qcm und $P = 30$ kg $= 30000$ gr (die Tragfähigkeit gemeinschaftlich für beide Pole); so wird $\mathfrak{B} = 19250$ Gauß. Dieser Induktion (Tafel XV) entspricht $\mu = 47$, so daß

$$JN = 125 \times \frac{30}{47} \sqrt{\frac{30000}{2}} = 9772 \text{ A.W.}$$

600. Wie viele A.W. sind nötig, gleiche Form der Elektromagneten vorausgesetzt, 1. wenn die Tragfähigkeit nur 15 kg sein soll? — 2. wenn der Eisenquerschnitt das Doppelte beträgt, um dasselbe Gewicht von 30 kg zu tragen?

Antwort: Im ersten Fall wird die magnetische Induktion

$$\mu\mathfrak{H} = \mathfrak{B} = 13600 \text{ Gauß};$$

diesen entsprechen $\mu = 920$, so daß

$$JN = 353 \text{ A.W.}$$

nötig sind. —

Im zweiten Fall werden die magnetische Induktion, die Durchlässigkeit und die A.W. die gleichen, so daß

$$JN = 353$$

nötig sind.

601. Ein Weicheisenring hat 15 cm mittleren Halbmesser und 17,5 qcm Querschnitt; er trägt zwei gleiche Spulen von 225 Windungen, also im ganzen 450 Windungen. Dieser Ring ist in zwei gleiche, halbkreisförmige Teile zerschnitten. Wie groß muß die Kraft sein, um die beiden Teile auseinander zu reißen, wenn die Stromstärke 12 A beträgt?

Antwort: Die Feldstärke beträgt

$$\mathfrak{H} = 1{,}257 \cdot \frac{NJ}{2\pi r} = 1{,}257 \cdot \frac{450 \times 12}{2\pi \cdot 15} = 72 \text{ Gauß}.$$

Derselben Feldstärke entspricht im Eisen der Wert $\mu = 250$; nach der Erfahrung ist in jedem qcm der Wert von $\mathfrak{B} = 18000$ Gauß. Daraus folgt für die Tragfähigkeit

$$P = 0{,}0000405 \times 17{,}5 \times 18000^2 \text{ gr} = 229\,635 \text{ gr} = 230 \text{ kgr}.$$

602. Um eine Last zu tragen oder einen Druck zwischen dem Kern und dem Anker eines Elektromagneten auszuüben, oder durch elektromagnetische Induktion einen elektrischen Strom (Dynamo) zu erzeugen, muß man den magnetischen Fluß

$$\mathfrak{M} = 3\,000\,000 \text{ Einheiten (Maxwell)}$$

zur Verfügung haben. Wie groß muß der Querschnitt des Eisenkerns sein? — Wie groß muß die Feldstärke $\mathfrak{H}$ sein? — Wie groß die Anzahl der A.W.?

Antwort: Nach Tafel XV kann man kaum mehr als 20000 Kraftlinien auf den qcm erzeugen; daher muß man unter

$$\frac{3\,000\,000}{20\,000} = 150 \text{ qcm}$$

bleiben. Nimmt man diesen Querschnitt von 150 qcm an, so wird die Induktion in der Luft, oder die Feldstärke, (nach Tafel XV)

666 Einheiten (Gauß) sein. Daher muß die Anzahl A.W. auf 1 cm Magnetlänge folgende sein:

$$nJ = \frac{666}{1{,}257} = 528 \text{ A.W.}$$

Aber jeder größere Querschnitt, von dem ein weniger dichtes Kraftlinienbüschel ausgeht, verlangt auch einen weniger dichten magnetischen Strom, um das oben Verlangte möglich zu machen. Wenn man die Anzahl $\mathfrak{B}_1 = 15000$ Kraftlinien auf 2 qcm nicht überschreiten will, so muß der nötige Querschnitt

$$F_1 = \frac{3000000}{15000} = 200 \text{ qcm}$$

sein. Die zugehörige Feldstärke ist $\mathfrak{H}_1 = 28{,}5$ Einheiten (Gauß) und die Anzahl A.W.

$$n_1 \cdot J_1 = \frac{28{,}5}{1{,}257} = 22{,}5 \text{ A.W.}$$

Der 200 qcm große Querschnitt ist $^4/_3$ mal größer als der 150 qcm große Querschnitt; er hat also einen 1,15 mal größeren Durchmesser und verlangt 23,5 mal weniger A.W.

Nimmt man einen Strom von 1 A an, so verlangt der erste Kern 528 Windungen auf 1 cm Länge des Kernes, also

$$528 \times 2\pi \times 6{,}98 = 22400 \text{ cm Draht,}$$

weil der Ringquerschnitt von 150 qcm einen Halbmesser von 6,98 cm hat.

Der zweite Kern verlangt auf 1 cm Länge

$$22{,}5 \times 2\pi \times 8{,}0 = 1131 \text{ cm Drahtlänge,}$$

also den zwanzigsten Teil Kupfer, trotzdem der Eisenkern nur $^4/_3$ mal schwerer wird.

Mit nur 10000 Gauß auf 1 qcm müßte der Querschnitt

$$F_2 = 300 \text{ qcm}$$

sein; die Feldstärke

$$\mathfrak{H}_2 = 5 \text{ Gauß;}$$

die Anzahl A.W.

$$n_2 J_2 = \frac{5}{1{,}257} = 4 \text{ A}$$

auf 1 cm Länge. — Mit der Stromstärke von 1 A müßten 4 Windungen auf 1 cm gelegt werden, also im ganzen 246 cm Draht. —

Man sieht daraus, daß, wenn man den Querschnitt größer macht, bis das Eisen die Hälfte wiegt, so wird die Drahtlänge, also das Drahtgewicht, ungefähr 4,6 mal kleiner werden. Man sieht, daß die Vergrößerung des Eisengewichts teurer kommt als die des Kupfergewichts.

Die 100 ccm Eisen, oder 0,75 kg Eisen, kosten ungefähr 1,35 Fr. Der Preis der (1131 — 246) m = 885 m Kupferdraht ist ungefähr 0,15 Fr.

603. Wie wären die Verhältnisse, wenn man im Fall von 602. Gußeisen als Kern nähme?

Antwort: Nach Tafel XV gehen höchstens 8000 Gauß durch 1 qcm, auch wenn die Feldstärke 80 ist und die Durchlässigkeit nur 100 beträgt. Daher verlangt das Gußeisen, um 3000000 Gauß durchzulassen, einen Querschnitt von

$$\frac{3\,000\,000}{8000} = 375 \text{ qcm}.$$

Zum Magnetisieren braucht man

$$n \cdot J = \frac{80}{1{,}257} = 64 \text{ A.W. auf 1 cm Länge.}$$

Die Induktion von 4000 Gauß auf 1 qcm verlangt $\mathfrak{H}_1 = 5$, somit $\mu_1 = 800$. Der Querschnitt muß 750 qcm und die Magnetisierung

$$n_1 J_1 = 5 : 1{,}257 = 4 \text{ A.W. auf 1 cm Länge}$$

betragen.

604. Ein Elektromagnet soll 20 cm lang sein und 80 Windungen haben; sein Kern soll mit 30 $\mathfrak{A}$ zur Hälfte gesättigt sein. Wie groß muß der Durchmesser des Kernes sein, wenn der spezifische Magnetismus $\mathfrak{J}$ des Eisens 200 Einheiten betragen soll?

Antwort: Das magnetische Moment M ist dem Produkt des spezifischen Magnetismus $\mathfrak{J}$ und dem Volumen v des Kernes gleich; also

$$M = \mathfrak{J} \times v.$$

Nach Grawinkel 1894 p. 72 ist

$$M = 0{,}135\sqrt{l^3 d} \cdot NJ = 0{,}135\sqrt{20^3 \cdot d} \times 30 \times 80$$

und

$$\mathfrak{J} \times v = \tfrac{1}{2}\mathfrak{J} \times l \times r^2\pi = \tfrac{1}{2} \times 200 \times 20 \cdot r^2\pi,$$

demnach

$$M = \mathfrak{J} \cdot v = 0{,}135 \sqrt{20^3 d} \cdot 30 \cdot 80 = \tfrac{1}{2} \times 200 \times 20 \times r^2 \pi;$$

durch Auflösung folgt

$$2r = d = 4{,}16 \text{ cm}.$$

605. In einem Morseapparat hat der Elektromagnetkern 0,95 cm Dicke und 16 cm Länge; die Spulen haben 14400 Windungen. Bei welchem Bruchteil des spezifischen Magnetismus $\mathfrak{J}$ ist der Kern gesättigt, wenn 8 Mill-Ampère durchfließen und der spezifische Magnetismus dieses Eisens zu 200 angenommen wird?

Antwort: Aus der Beziehung in 604. folgt unter der Annahme, daß sie auch für einen Hufeisenmagnet richtig sei,

$$n \cdot 200 \times 16 \cdot \left(\frac{0{,}95^2}{4}\right) \pi \cdot 7{,}86 =$$

$$= 0{,}135 \cdot \sqrt{16^3 \cdot 0{,}95} \cdot 0{,}008 \cdot 14400.$$

Daraus wird

$$n = 0{,}0544.$$

XXI. Der magnetische Induktionskreis.

606. Man finde die allgemeine Beziehung zwischen dem magnetischen Fluß (magnetischen Strom) $\mathfrak{M}$ und der magnetomotorischen Kraft (die totale magnetisierende Kraft) $\overline{\text{M.M.K.}}$ und dem magnetischen Widerstand (Reluktanz) $\mathfrak{R}$?

Antwort: Der Ausdruck für den magnetischen Fluß $\mathfrak{M}$ ist in 573. gefunden worden; er lautet

$$\mathfrak{M} = \frac{4\pi}{10} Ni \times \frac{\mu F}{l} = \overline{\text{M.M.K.}} \times \frac{\mu F}{l} \text{ Maxwell.}$$

Darin bedeutet i die Anzahl der Ampère, N die ganze Windungszahl, l cm die Länge der Wickelung, F qcm den Querschnitt, μ die Permeabilität. Die Größe $\frac{\mu F}{l}$ ist der elektrischen Leitfähigkeit ähnlich; der reziproke Wert $\frac{l}{\mu F}$ ist dem elektrischen Widerstand $\frac{l}{cq}$ ähnlich; daher nennt man die Größe

$$\frac{l}{\mu F} = \mathfrak{R}$$

den **magnetischen Widerstand** oder die **Reluktanz**. Mit Verwendung dieses Begriffes wird der allgemeine Ausdruck für $\mathfrak{M}$ zu folgendem

$$\mathfrak{M} \text{ Maxwell} = \frac{\overline{\text{M.M.K.}}}{\mathfrak{R}}$$

oder:

$$\text{Magn. Fluß} = \frac{\text{magnetomotorische Kraft}}{\text{mag. Widerstand}}.$$

607. Ein Ringtransformator hat einen Weicheisenkern von 100 cm Länge und 50 qcm Querschnitt. Man setzt ihn folgenden Induktionswerten aus: $\mathfrak{B}_1 = 5000$ Gauß; $\mathfrak{B}_2 = 10000$ Gauß; $\mathfrak{B}_3 = 15000$ Gauß; $\mathfrak{B}_4 = 20000$ Gauß. Wie groß wird der magnetische Widerstand $\mathfrak{R}_i$ beziehungsweise für die angegebenen Induktionen?

Antwort: Nach 606. ist $\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu F}$; die bezüglichen Werte für μ und $\mathfrak{B}$ stehen in Tafel XV; mit diesen findet man

$$\mathfrak{R}_1 = \tfrac{100}{50} \cdot \tfrac{1}{2500} = 0{,}0008;$$

$$\mathfrak{R}_2 = 0{,}0010;$$

$$\mathfrak{R}_3 = 0{,}0038;$$

$$\mathfrak{R}_4 = \tfrac{100}{50} \times \tfrac{1}{33} = 0{,}06 \text{ Einheiten.}$$

608. Eine Edison-Hopkinson Dynamo hat 33 K.W. Leistung; die Magnetschenkel sind $l = 91{,}4$ cm lang, ihr Querschnitt $F = 980$ qcm, der Wert $\mu = 650$, ihre Spulen haben $N = 3260$ Windungen. Die ganze Länge des magnetischen Induktionskreises (Induktor, Anker, Zwischeneisen) beträgt 172,9 cm. Der elektrische Strom sei 6,21 A. Wie groß wird 1) die Induktion $\mathfrak{B}$? — 2) die magnetomotorische Kraft $\overline{\text{M.M.K.}}$? — 3) die Reluktanz? — 4) der ganze Induktionsfluß $\mathfrak{M}$?

Antwort:

$$\mathfrak{B} = \frac{4\pi}{10} \cdot \mu \cdot \frac{NJ}{l} = \frac{4\pi}{10} \cdot 650 \cdot \frac{3260 \cdot 6{,}21}{91{,}4} = 180900 \text{ Gauß};$$

$$\overline{\text{M.M.K}} = \frac{4\pi}{10} \cdot NJ = 25440;$$

$$\mathfrak{R} = \frac{172{,}9}{650 \cdot 980} = 0{,}0002714;$$

$$\mathfrak{M} = \frac{\overline{\text{M.M.K.}}}{\mathfrak{R}} = 93732000 \text{ Gauß.}$$



609. Die Dynamo in 608. hat eine Ankerlänge von $l = 13$ cm, einen Querschnitt von $F = 810$ qcm, $\mu = 990$ und $N = 40$. Wie groß ist der magnetische Widerstand $\mathfrak{R}$?

Antwort: $\mathfrak{R} = 0{,}00001621$.

610. Ein Ringtransformator hat 18 cm mittleren Durchmesser, seine Spule 540 Windungen auf 9,5 cm Länge. Der Eisenkern hat $F = 17{,}5$ qcm Querschnitt und $\mu = 200$ Durchlässigkeit. Welche Induktion $\mathfrak{B}$ erzeugt man mit 10 A? — Wie groß ist die magnetomotorische Kraft $\overline{\text{M.M.K.}}$? — Wie groß die Reluktanz $\mathfrak{R}$? — Wie groß der Fluß $\mathfrak{M}$?

Antwort:

$$\mathfrak{B} = 142\,900 \text{ Gauß};$$
$$\overline{\text{M.M.K.}} = 12\,900;$$
$$\mathfrak{R} = 0{,}005\,143;$$
$$\mathfrak{M} = 2\,500\,000 \text{ Maxwell}.$$

Man findet die Induktion $\mathfrak{B}$ nach der Formel

$$\mathfrak{B} = 1{,}257 \cdot \mu \cdot \frac{NJ}{l_1},$$

wo $N = 540$ Windungen; $l_1 = 9{,}5$ cm Spulenlänge. Dann findet man $\mathfrak{M} = \mathfrak{B} F$ und den Widerstand $\mathfrak{R} = \frac{l_2}{\mu F}$, wo $l_2 = \pi \cdot 18 = 56{,}5$ cm die Länge des Eisenrings ist. Endlich findet man

$$\overline{\text{M.M.K.}} = \mathfrak{M} \cdot \mathfrak{R}$$

$\left(\text{aber nicht aus } \mathfrak{M} = \overline{\text{M.M.K.}} \cdot \frac{\mu F}{l_1}\right)$.

611. Die Magnetspulen eines Morse-Empfängers sind beide 6,2 cm lang und haben je 7200 Windungen; der Kern ist 7,0 cm lang und 0,9 cm dick; das die beiden Kerne verbindende Eisenstück ist 6,3 cm lang und hat 0,8 qcm Querschnitt; der Anker ist 2,2 cm lang und hat 0,5 qcm Querschnitt; die Durchlässigkeit des Eisens ist $\mu = 200$; die Arbeitsstromstärke ist 0,005 A; die Entfernung des Ankers vom Kern beträgt mindestens 0,02 cm und höchstens 0,05 cm. Wie groß werden: 1) die Induktion $\mathfrak{B}$? — 2) die $\overline{\text{M.M.K}}$? — 3) der magnetische Widerstand $\mathfrak{R}$ in beiden Entfernungen? — 4) wie verhalten sich diese Widerstände? — 5) wie groß wird der ganze magnetische Fluß $\mathfrak{M}$?



Antwort: Die ganze Windungszahl der beiden Spulen ist $2 \times 7200 = 14400$ Windungen, und die ganze Spulenlänge $2 \times 6{,}2 = 12{,}4$ cm. Daraus folgt

$$\mathfrak{B} = 1460 \text{ Gauß}, \qquad \text{und} \qquad \mathfrak{M} = 929 \text{ Maxwell.}$$

Der ganze magnetische Widerstand besteht aus dem Widerstand der folgenden Teile: der zwei Kerne; des eisernen Verbindungsgliedes, des Ankers, der zwei Zwischeneisen. Nach der Erfahrung werden die Kraftlinien zwischen den Eisenstücken ausgebauscht und länger, so daß man die Länge des Zwischeneisens (Luft zwischen Kern und Rotore) als das Doppelte der Entfernung des Eisens rechnen muß. Daraus wird die Reluktanz:

$$\mathfrak{R}_1 = 2 \cdot \frac{7}{200 \cdot 0{,}637} + \frac{6{,}3}{200 \cdot 0{,}8} + \frac{2{,}2}{200 \cdot 0{,}5} + 2 \cdot \frac{0{,}05}{1 \cdot 0{,}637} = 0{,}328$$

bei einer 0,02 cm betragenden Entfernung des Ankers von den Kernen.

Für die Entfernung von 0,02 cm wird

$$\mathfrak{R}_2 = 0{,}110 + 0{,}0393 + 0{,}22 + 2 \cdot \frac{0{,}02}{1 \cdot 0{,}637} = 0{,}234.$$

Die Widerstände verhalten sich wie

$$\mathfrak{R}_1 : \mathfrak{R}_2 = 18 : 13.$$

Die nötigen magnetomotorischen Kräfte werden

$$\mathfrak{M}_1 = 305 \text{ Maxwell} \qquad \text{und} \qquad \mathfrak{M}_2 = 217 \text{ Maxwell.}$$

612. Wie groß werden die magnetischen Widerstände in der Phönix-Dynamo bei folgenden Ausmessungen:

a) für den Anker:

$l_1 = 16{,}51$ cm; $F_1 = 140{,}8$ qcm; $\mu_1 = 120$;

b) für die Zwischeneisen:

$l_2 = 0{,}95$ cm; $F_2 = 820$ qcm; $\mu_2 = 1$;

c) für die Magneten:

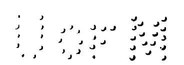
$l_3 = 44{,}4$ cm; $F_3 = 400$ qcm; $\mu_3 = 110$;

d) für den Bodenteil:

$l_4 = 30{,}48$ cm; $F_4 = 580{,}5$ qcm; $\mu_4 = 510$;

e) für die Polstücke:

$l_5 = 22{,}38$ cm; $F_5 = 490$ qcm; $\mu_5 = 310$;



wenn man einen Verlustkoeffizient 1,4 für die Elektromagnete und den Bodenteil annimmt (weil ein Teil der Kraftlinien durch die Luft geht statt durch das Eisen)?

Antwort:

$$\mathfrak{R} = \frac{16,51}{140,8 \cdot 120} + 2 \cdot \frac{0,95}{220 \cdot 1} + \frac{44,4 \cdot 1,4}{400 \cdot 110} + \frac{30,48 \cdot 1,4}{580,5 \,.\, 510} + \frac{22,38}{490 \cdot 310} =$$

$$= 0,005\,249 \text{ Einheiten.}$$

613. Die Phönix-Dynamo in 612. trägt zwei Wickelungen. Die erste Wickelung ist in Reihe angeordnet; jede Spule hat 54 Windungen und nimmt 90 A auf. Die zweite Wickelung ist parallel angeordnet; sie hat 1 727 Windungen auf jeder Spule und nimmt 2,548 A auf. Wie groß ist $\overline{\text{M.M.K.}}$? — Wie groß der Induktionsfluß $\mathfrak{M}$?

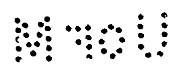
Antwort: Man findet

$$\mathfrak{B} = 1,257 \cdot 110 \cdot \frac{108 \cdot 90 + 3\,454 \cdot 2,548}{44,4} = 57\,675 \text{ Gauß};$$

$$\mathfrak{R} = 0,005\,249; \quad \text{und} \quad \mathfrak{M} = 23\,070\,000 \text{ Maxwell};$$

$$\overline{\text{M.M.K.}} = 121\,100 \text{ Einheiten.}$$

614. Ein Ring ist aus einem Eisendraht gewickelt; der mittlere Durchmesser dieses Ringes ist 20 cm; er hat 8 qcm Querschnitt mit $\mu = 200$ Durchlässigkeit. Dieser Ring dient als Kern zweier halbkreisförmiger Spulen, welche je 1600 Windungen tragen. Die beiden Spulen sind getrennt. Der Ring ist in der Richtung eines Durchmessers aufgeschnitten; nachher werden die beiden Teile wieder so vereinigt, daß sie eine 0,1 cm dicke Kupferplatte senkrecht zum Ring festklemmen. Wenn nun zunächst in einer der Spulen ein Strom von 3 A fließt, wie groß ist 1) die Induktion $\mathfrak{B}$? — 2) die magnetische Kraft $\overline{\text{M.M.K.}}$? — 3) der magnetische Widerstand $\mathfrak{R}$? — 4) der ganze magnetische Fluß $\mathfrak{M}$? — 5) Wie groß werden dieselben Größen, wenn 3 A durch die beiden halbkreisförmigen Spulen fließen? — 6) Wie groß werden dieselben Größen, wenn der ganze Kern aus Holz gemacht ist?



Antwort: Man findet für die vier Fälle

$\mu =$	200	200	1	1
$N =$	1600	3200	1600	3200
$J =$	3	3	3	3 A
$l_1 =$	12,5	52	12,5	25 cm
$\mathfrak{B} =$	96540	96540	482	482 Gauß
$F =$	8	8	8	8 qcm
$\mathfrak{M} =$	772320	772320	3860	3860 Maxwell
$l_2 =$	25	25	25	25 cm
$\mathfrak{R} =$	0,0155	0,0156	3,125	3,125
$\overline{\text{M.M.K.}} =$	12060	12060	12060	12060.

615. Ein Hufeisenmagnet hat lange und eng nebeneinander liegende Schenkel; auf diesen sind $N = 3000$ Windungen auf 20 cm Länge, der Strom $J = 0{,}12$ A, die Länge $l = 22$ cm, der Querschnitt $F = 1$ qcm, die Durchlässigkeit $\mu = 120$, die Schenkellängen 30 cm. Durch Versuch fand man $\mathfrak{B} = 1230$ Gauß. Wie groß werden durch Berechnung die Werte von $\mathfrak{B}$, $\overline{\text{M.M.K.}}$, $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{M}$? — Weshalb sind die beobachteten und die berechneten Werte für $\mathfrak{B}$ verschieden?

Antwort:

$$\mathfrak{B} = 2706 \text{ Gauß}; \qquad \overline{\text{M.M.K.}} = 12060;$$

$$\mathfrak{R} = 0{,}5; \qquad \mathfrak{M} = 2706 \text{ Maxwell}.$$

Der durch den Versuch gefundene sehr kleine Wert von $\mathfrak{B}$ kommt vom Kraftlinienverlust her; weil viele Kraftlinien durch die Luft direkt von Schenkel zu Schenkel gehen, ohne den Rotor zu schneiden.

616. Der magnetische Kreis einer Dynamo besteht aus 22 cm Eisenblech, aus 45 cm Gußeisen und 0,95 cm Luft; diese Teile haben beziehungsweise die folgenden spezifischen Induktionswerte:

$$\mathfrak{B}_1 = 18000; \qquad \mathfrak{B}_2 = 8000; \qquad \mathfrak{B}_3 = 4000 \text{ Gauß}.$$

Man sucht die Anzahl A.W. auf dem Induktor.

Antwort: Aus

$$\mathfrak{B} = \frac{4\pi}{10} \cdot \mu \cdot \frac{NJ}{l}$$

folgt durch Umkehrung

$$NJ = \frac{10}{4\pi} \cdot \frac{l}{\mu} \mathfrak{B}.$$

Nach Angabe und mit den Zahlen der Tafel XV folgt für die einzelnen Teile

$$(NJ)_1 = \frac{10}{4\pi} \cdot \frac{22 \cdot 18\,000}{90} = 3\,520 \text{ A.W.}$$

$$(NJ)_2 = \frac{10}{4\pi} \cdot \frac{45 \cdot 8\,000}{100} = 2\,880 \text{ A.W.}$$

$$(NJ)_3 = \frac{10}{4\pi} \cdot \frac{0{,}95 \cdot 4\,000}{1} = 3040 \text{ A.W.}$$

Also im ganzen

$$NJ = 9\,440 \text{ A.W.},$$

wenn man dem unvermeidlichen Verlust keine Rechnung trägt.

617. Man suche die Reluktanz des Eisenringes in 601. und die nötige magnetomotorische Kraft, um 18 000 Kraftlinien durch ihn hindurchzutreiben.

Antwort: Die Reluktanz oder der Durchdringungswiderstand des magnetischen Flusses ist dem magnetischen Induktionskreise l proportional, und dem Querschnitt F qcm und der Durchdringungskonstante μ für den Magnetisierungszustand, den man betrachtet, umgekehrt proportional. Weil $l = 2\pi \times 15 = 94{,}2$ cm, $F = 17{,}5$ qcm und $\mu = 250$ ist, so wird die Reluktanz

$$\mathfrak{R} = \frac{94{,}2}{17{,}5 \cdot 250} = 0{,}02\,153 \text{ Einheiten.}$$

$$\overline{\text{M.M.K.}} = \mathfrak{R} \,.\, \mathfrak{M} = \mathfrak{R} \times F \cdot \mathfrak{B} = 0{,}02\,153 \cdot \times 17{,}5 \times 18000 =$$

$$= 6\,782 \text{ Einheiten.}$$

618. Man sucht den magnetischen Widerstand des Kernes des Elektromagneten in 602; er soll gleichförmigen Querschnitt und 240 cm Länge haben. Wie groß muß die magnetomotorische Kraft sein?

Antwort: Der Kern ist $l = 240$ cm lang; der Querschnitt $F = 150$ qcm und $\mu = 30$. Daraus folgt

$$\mathfrak{R} = 0{,}0\,533 \text{ Einheiten;}$$

$$\overline{\text{M.M.K.}} = 160000 \text{ Einheiten.}$$

Im zweiten Fall ist der Kern $l = 240$ cm lang und hat $F = 200$ qcm Querschnitt und $\mu = 520$, so daß

$\mathfrak{R}_1 = 0{,}00228$ Einheiten; $\overline{\text{M.M.K.}} = 6840$ Einheiten.

Im dritten Fall ist $l = 140$ cm, $F_1 = 300$ qcm und $\mu = 2000$; so daß also

$\mathfrak{R}_1 = 0{,}0004$ Einheiten; $\overline{\text{M.M.K.}} = 1200$ Einheiten.

619. Wie groß werden $\mathfrak{R}$ und $\overline{\text{M.M.K.}}$ in 603., wenn der Kern aus Gußeisen besteht?

Antwort: Dann ist

$$l = 240 \text{ cm}, \qquad F = 375 \text{ qcm}, \qquad \mu = 100;$$

also

$\mathfrak{R} = 0{,}0064$ Einheiten; $\overline{\text{M.M.K.}} = 19200$ Einheiten.

Im zweiten Fall ist

$$l = 240 \text{ cm}; \qquad F = 750 \text{ qcm}; \qquad \mu = 800;$$

also

$\mathfrak{R} = 0{,}0004$ Einheiten; $\overline{\text{M.M.K.}} = 1200$ Einheiten.

620. Wie groß werden die Reluktanz und magnetomotorische Kraft im Ringmagneten in 601., wenn die durchgeschnittenen Flächen in 3 cm Entfernung stehen?

Antwort: Der magnetische Kreis ist 6 cm länger geworden und ist jetzt $2\pi \times 15 + 6 = 100{,}2$ cm lang. Im übrigen besteht der magnetische Induktionskreis aus zwei besonderen Teilen: der erste hat Eisen mit $\mu = 250$; der andere hat Luft (oder irgendeinen anderen nicht magnetischen Körper) mit $\mu = 1$. Der erste Teil ist 94,2 cm lang; der zweite Teil 6 cm lang. Diese beiden Teile machen mit dem Zwischeneisen den magnetischen Widerstand aus. Wenn man annimmt, daß auch das Zwischeneisen 17,5 qcm Querschnitt hat, so wird

$$\mathfrak{R} = \frac{94{,}1}{17{,}5 \times 250} + \frac{6}{17{,}5 \times 1} = 0{,}364 \text{ Einheiten.}$$

Die magnetomotorische Kraft wird

$$\overline{\text{M.M.K.}} = \mathfrak{R} \times F \cdot \mathfrak{B} = 114786 \text{ Einheiten.}$$

Zur Überwindung der Luftschicht, die $2 \cdot 3$ cm $= 6$ cm Länge hat, muß die magnetomotorische Kraft $114786 : 6782 = 17$ mal größer sein.

621. Man nehme an, daß der Elektromagnet in 601. und 618. ein Zwischeneisen von $2 \times 0{,}4$ cm $= 0{,}8$ cm Länge habe. Wie groß müssen magnetischer Widerstand und die magnetomotorische Kraft sein, um 3000000 Kraftlinien zu erzeugen?

Antwort: Das Eisen hat $l = 240$ cm Länge; $F = 150$ qcm Querschnitt und $\mu = 30$. Für das Zwischeneisen sind $l = 0{,}8$ cm, $F = 150$ qcm und $\mu = 1$. Daher wird

$$\mathfrak{R} = \frac{240}{30 \times 150} + \frac{0{,}8}{1 \times 150} = 0{,}0586 \text{ Einheiten},$$

$$\overline{\text{M.M.K.}} = 17600 \text{ Einheiten}.$$

Im zweiten Fall ist für das Eisen: $l = 240$ cm, $F = 200$ qcm, $\mu = 526$. Für das Zwischeneisen ist: $l = 0{,}8$ cm, $F = 200$ qcm, $\mu = 1$; daher

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{240}{526 \times 200} + \frac{0{,}8}{1 \times 200} = 0{,}00628,$$

$$\overline{\text{M.M.K.}}_1 = 18840.$$

Im dritten Fall wird

$$\mathfrak{R}_2 = 0{,}0031; \qquad \text{und} \qquad \overline{\text{M.M.K.}}_2 = 930,$$

also 14,3 mal größer als mit kleinen Zwischeneisen.

622. In Wirklichkeit ist der Querschnitt des Zwischeneisens größer als der Querschnitt des Kernes; daher werden die Kraftlinien aufgebauscht und müssen einen längeren Weg machen; dieser Weg ist im Mittel das Doppelte der kürzesten Entfernung im Zwischeneisen. Wie groß sind in diesem Falle der magnetische Widerstand und die magnetomotorische Kraft beim Magnet, der in 621. beschrieben ist?

Antwort:

$$\mathfrak{R} = 0{,}0639; \quad \text{M.M.K.} = 191700 \text{ Einheiten}$$

$$\mathfrak{R}_1 = 0{,}0103; \quad \text{M.M.K.}_1 = 30840 \quad „$$

$$\mathfrak{R}_2 = 0{,}0058; \quad \text{M.M.K.}_2 = 17400 \quad „$$

623. Ein Gußeisenring hat 24 cm mittleren Halbmesser und 2400 Wicklungen auf 30 cm Länge; der Querschnitt beträgt 80 qcm. Gegenüber der Spule ist das Gußeisen auf 10 cm weggefeilt; von einem der Enden ist das Eisen bis auf 60 qcm Oberfläche weggenommen; das andere Ende ist auf 120 qcm verdickt, so daß die

beiden Flächen eben und parallel sind. 1) Wie groß wird die Induktion 𝔅? — 2) Wie groß der ganze Fluß 𝔐? — 3) Wie groß die Reluktanz ℜ? — 4) Wie groß die magnetomotorische Kraft M.M.K. bei 2 A Strom? (Fig. 41.)

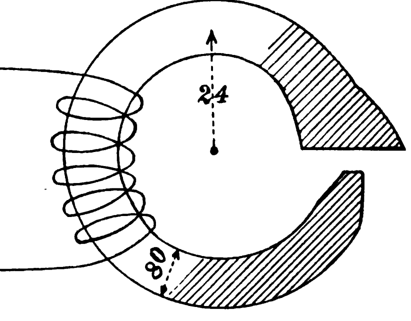


Fig. 41.

Antwort: Die durch den Strom von $i = 2$ A und 2400 Windungen auf 30 cm Länge erzeugte Feldstärke ist

$$\mathfrak{H} = 1{,}257 \times 2 \times \frac{2400}{30} = $$
$$= 201 \text{ Gauß}.$$

Das diesem 𝔥 entsprechende μ in Gußeisen (Tafel XV) ist $\mu = 51$, und so mit $\mathfrak{B} = 10100$ Gauß Induktion. Der erzeugte magnetische Fluß wird

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{B} \times F = 10100 \times 80 = 808000 \text{ Maxwell}.$$

Die Reluktanz setzt sich aus zwei Teilen zusammen:

1) Im $l = 2\pi \times 24 - 10 = 141$ cm langen Eisen, das $\mu_1 = 51$ und $F_1 = 80$ qcm hat; und 2) im Zwischeneisen, welches folgende Reluktanz hat:

$$10 : \left[\frac{60 + 120}{2}\right] = \frac{1}{9}.$$

Daher wird die ganze Reluktanz

$$\mathfrak{R} = \frac{141}{51 \times 80} + \frac{1}{9} = 0{,}1455.$$

Daraus folgt

$$\overline{\text{M.M.K.}} = 1196000 \text{ Einheiten}.$$

624. Ein Hufeisenelektromagnet hat einen aus einem Eisenzylinder gemachten Kern, der 10 qcm Querschnitt, 64 cm Länge und einen Spulenachsenabstand von 15 cm hat. Dieser Kern trägt zwei 16 cm lange Spulen, jede mit 1000 Windungen. Die Polflächen sind eben und liegen in derselben Ebene. Bei einem Strom von $i = 5$ A soll man 𝔥, μ, 𝔅, 𝔐, ℜ, $\overline{\text{M.M.K.}}$ bestimmen. Wie groß ist ist seine Tragfähigkeit, wenn sein Anker aus einem Eisenstab von 19 cm Länge und 4×3 qcm Querschnitt besteht?

Antwort: Die Feldstärke wird

$$\mathfrak{H} = 1{,}257 \cdot \frac{NJ}{l} = 1{,}257 \cdot \frac{2 \times 1000 \times 5}{2 \times 16} = 393 \text{ Gauß}.$$

Diese erzeugt eine magnetomotorische Kraft von

$$\overline{\text{M.M.K.}} = 1{,}257\, JN = 1{,}257 \times 1000 \times 5 = 12570 \text{ Einheiten}.$$

Nach Tafel XV wird die Durchlässigkeit für Eisen in diesem magnetischen Feld $\mu = 50$; woraus folgt

$$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H} = 20000 \text{ Gauß};$$

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{B} \cdot F = 20000 \times 10 = 200000 \text{ Maxwell}.$$

Der magnetische Induktionskreis besteht zuerst aus dem Eisen des Hufeisens; er hat 64 cm Länge, 10 qcm Querschnitt und $\mu = 50$; daraus folgt für seine Reluktanz

$$\mathfrak{R} = \frac{64}{50 \times 10} = 0{,}128 \text{ Einheiten}.$$

Ein anderer Teil des magnetischen Kreises besteht aus Luft; sie befindet sich zwischen gleichen, parallelen, in bestimmter Entfernung befindlichen Oberflächen, welche in derselben Ebene liegen. Seine Reluktanz kann man näherungsweise nach der Silv. Thompson-Formel berechnen (siehe Silv. Thompson; Dynamo, S. 181); diese besagt, daß

$$\text{die Leistungsfähigkeit} = \frac{2r}{\pi} \log\text{nat} \left\{ 1 + \pi \frac{(D-d)}{d} \right\} \text{ ist.}$$

Dieser Ausdruck gibt für die gesuchte Reluktanz

$$\mathfrak{R}_2 = 0{,}666.$$

Daher wird die ganze Reluktanz des magnetischen Stromkreises, mit Einschluß des Zwischeneisens,

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 = 0{,}128 + 0{,}666 = 0{,}794.$$

Hieraus folgt für die magnetomotorische Kraft

$$\overline{\text{M.M.K.}} = \mathfrak{M} \cdot \mathfrak{R} = 200000 \times 0{,}794 = 158800 \text{ Einheiten}.$$

Im Fall, wo der Anker am Hufeisen anliegt, besteht die ganze Reluktanz aus $\mathfrak{R}_1 = 0{,}128$, und der des Ankers

$$\mathfrak{R}_3 = \frac{19}{50 \cdot 3 \cdot 4} = 0{,}0317 \text{ Einheiten}.$$

Daher wird die ganze Reluktanz dieses magnetischen Kreises

$$\mathfrak{R}' = 0{,}128 + 0{,}0317 = 0{,}1597 \text{ Einheiten}$$

und die magnetomotorische Kraft

$$\overline{\text{M.M.K.}} = \mathfrak{M} \cdot \mathfrak{R} = 200000 \cdot 0{,}1579 = 31\,940 \text{ Einheiten.}$$

Die Tragfähigkeit ergibt sich aus Maxwells Formel (597):

$$T = 00000405\, F \cdot \mathfrak{B}^2 = 0{,}0000405 \times 2 \times 10 \times 20000^2 \text{ gr} =$$
$$= 324000 \text{ gr} = 324 \text{ kg.}$$

625. Der Anker (Trommel) einer Dynamo hat einen Eisenkern von 24,5 cm Durchmesser und 48,3 cm Länge; die den Anker umgebenden Polstücke haben 27,5 cm zylindrische Öffnung, der eine den Polstücken zugehörige Bogen hält 129°. Wie groß ist die Reluktanz in diesem Zwischeneisen?

Antwort: Die gegenüberstehenden Polflächen, von denen eine den Kraftlinienfluß austreten läßt, von denen die zweite den magnetischen Fluß aufnimmt, so daß dieser Kraftlinienfluß den Anker induzieren kann, haben folgende Abmessungen:

für den Anker $24{,}5 \cdot \pi \cdot \frac{129}{360} \cdot 48{,}3 = 1332{,}2$ qcm;

für die Polstücke $27{,}5 \cdot \pi \cdot \frac{129}{360} \cdot 48{,}3 = 1495{,}3$ qcm.

Die gegenseitige Entfernung der Flächen beträgt

$$\tfrac{1}{2}(27{,}5 - 24{,}5) \text{ cm} = 1{,}5 \text{ cm.}$$

Nach der Regel, welche man für diese Art Flächen anwendet, wird die Reluktanz des Zwischeneisens

$$\mathfrak{R} = \frac{1{,}5}{\frac{1}{2}(1332{,}2 + 1495{,}3)} = 0{,}00106 \text{ Einheiten.}$$

626. Wie groß ist die ganze Erregung (in A.W.) für eine Dynamo, die 2 cm ($\mathfrak{B} = 3000$ Gauß) Zwischeneisen, gußeiserne Schenkel von 50 cm Länge ($\mathfrak{B} = 8000$ Gauß) und einen Weicheisenkern ($\mathfrak{B} = 1500$ Gauß) hat, in welchen die Kraftlinien den mittleren Weg 140 cm zurücklegen?

Antwort: Die Anzahl A.W. ist nach 616.

$$NJ = \frac{\mathfrak{B} \cdot l}{1{,}257\,\mu}.$$

Für die einzelnen Teile des magnetischen Kreises gibt die Formel

	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{H}$	l	μ	NJ
für das Zwischeneisen	3000	3000	2	1	4800 A.W.
für die Magnetschenkel	8000	80	50	100	3200 A.W.
für den Anker	15000	28,5	40	526	912 A.W.

Die ganze Erregung verlangt die Summe dieser einzelnen A.W.; sonach ist die

$$\text{Erregung} = 4800 + 3200 + 912 \text{ A.W.} = 8912 \text{ A.W.}$$

XXII. Hysteresis.

627. Wenn man einen Eisenkern magnetisieren und nachher wieder nicht mehr magnetisch haben will, muß man eine gewisse Menge Arbeit leisten, um die Eisenmolekül zu richten, und nachher nicht mehr zu richten. Diese aufgewandte Arbeit wird in Wärme verwandelt, die den Kern heißer macht. Wie groß ist die verbrauchte Arbeit, um eine Magnetisierung und eine Entmagnetisierung des Kernes, wie in 624. angegeben, auszuführen? — Wie groß ist die Leistung, um in der Sekunde 50 vollständige magnetische Zyklen auszuführen?

Antwort: Die geleistete Arbeit ist dem Rauminhalt des Eisens und der Anzahl Perioden proportional; die Arbeit hängt von der Güte des Eisens und dem Grad der Magnetisierung, also der magnetischen Induktion ab; dieses Ergebnis folgt aus dem Versuch und ist dargelegt in gewissen Tafeln. M. Steinmetz hat ein Gesetz gefunden, das den Energieverlust in 1 ccm in Joule für einen vollständigen magnetischen Kreislauf auf

$$Q = \eta \cdot \frac{\mathfrak{B}^{1,6}}{10^7}$$

bestimmt, wo η für weiches Eisen den Wert 0,002 hat. — In unserem Fall, also für einen Magnet ohne Anker, findet man für eine Magnetisierung und die nachfolgende Entmagnetisierung, also für einen halben Kreislauf,

$$Q_1 = \frac{0{,}002 \cdot 20000^{1,6}}{2 \cdot 10^7} \times 10 \times 64 \text{ Joule} = 0{,}4874 \text{ Joule.}$$

Die 50 Magnetisierungen und Entmagnetisierungen brauchen

$$Q_2 = Q_1 \times 50 \times 2 = 48{,}7 \text{ Joule in der Sek.} = 48{,}7 \text{ Watt.}$$

628. Der in 601. beschriebene Transformator wird durch einen Strom gespeist, der 100 mal in der Sek. die Richtung wechselt oder 50 vollständige Perioden (Zyklen) vollführt. Man will die durch Hysteresis verbrauchte Energie und die in 1 Stunde dadurch entwickelte Wärme wissen.

Antwort:

$$Q_1 = 0{,}002 \cdot \frac{1800^{1,6}}{10^7} \times 50 \text{ Watt} = 3216 \text{ Watt}.$$

$$Q_2 = 3600 \times 3216 \text{ Joule} = 115\,800 \text{ Joule} =$$

$$= 27\,792 \text{ Kalgr} = 27{,}8 \text{ Kalkg}.$$

XXIII. Akkumulatoren.

629. Man macht einen Stromkreis aus einer Dynamo und 7 Akkumulatoren. Die Dynamo erzeugt 5 A; jeder Akkumulator hat 80 A-St. In welcher Zeit wird die Batterie geladen?

Antwort: Da die Akkumulatoren in Reihe aufgestellt sind, so erhält jeder 5 A Strom und gibt in jeder Stunde an jeden Akkumulator 5 A-St. ab. Die Ladung nimmt also 80 : 5 = 16 Stunden in Anspruch, wenn man die unvermeidlichen Verluste bei der Ladung nicht rechnet.

630. Der Prospekt der Akkumulatorenfabrik Oerlikon-Zürich (System Tudor) gibt an, die Kapazität für einen Akkumulator betrage 135 A-St., bez. 180 A-St., je nachdem die Entladung 45 A oder 18 A beträgt. In welcher Zeit werden in den beiden Fällen die Akkumulatoren entladen?

Antwort:

$$T_1 = \tfrac{135}{45} = 3 \text{ Stunden}; \qquad T_2 = 10 \text{ Stunden}.$$

631. Man verwendet Tudor-Akkumulatoren der Fabrik Oerlikon-Zürich, um einen Raum zu beleuchten, der höchstens 3 Stunden Licht verlangt. Die Akkumulatoren haben 96 A-St. Kapazität. Welchen Strom können diese Akkumulatoren liefern? — Wie viele Osram-Lampen zu 0,032 A können sie speisen?

Antwort:

$$S = \tfrac{96}{3} \text{ A} = 32 \text{ Ampère};$$

$$n = \frac{32}{0{,}032} = 1000 \text{ Osramlampen}.$$

632. Eine Akkumulatorenbatterie kann 22 Tantallampen zu 0,36 A 3 Stunden lang speisen. Wie groß ist die Kapazität des (schwächsten) Akkumulators?

Antwort:
$$J = 22 \cdot 0{,}36 \text{ A} = 7{,}92 \text{ A};$$
$$\text{Kapazität} = 7{,}92 \cdot 3 \text{ A-St.} = 23{,}76 \text{ A-St.}$$

633. Ein kg (brutto) Akkumulator hat 6 A-St. Kapazität; ein elektrischer Motor verlangt 5 A. Wie viele kg der Akkumulatoren der Fabrik Oerlikon-Zürich sind nötig, um diesen Motor 16 Stunden zu treiben?

Antwort: Der Motor verlangt $5 \cdot 16$ A-St. = 80 A-St., so daß 80/6 kg = 14 kg Akkumulator genügen können.

634. Eine Dynamo erzeugt 200 A, und eine Akkumulatorenbatterie wird in 7 Stunden zur Sättigung geladen. Dieselbe Batterie treibt während 10 Stunden einen elektrischen Motor, der 120 A verzehrt. Wie groß ist der Nutzeffekt dieser Akkumulatoren?

Antwort: Die Akkumulatoren nehmen
$$Q_1 = 200 \cdot 7 \text{ A-St.} = 1400 \text{ A-St.}$$
auf; sie geben
$$Q_2 = 1200 \text{ A-St.}$$
zurück. Daher wird der Nutzeffekt
$$\varrho = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1200}{1400} = 0{,}86 = 86 p \cdot 100.$$

635. Eine Akkumulatorenbatterie soll 7 Motoren (von je 520 V und 22 A) 16 Stunden lang treiben. Welche Energie wird bei der Entladung verbraucht? — Wie viele Elemente sind nötig? — Wie schwer sind sie? — Welche Kapazität müssen sie haben?

Antwort: Weil die 7 Motoren parallel geschaltet sind, verbrauchen sie
$$J = 7 \cdot 22 \text{ A} = 154 \text{ A}.$$
Sie brauchen die Elektrizitätsmenge von
$$Q = 154 \cdot 16 \text{ A-St.} = 2464 \text{ A-St.}$$
Die Spannung (oder die e. m. K.) beträgt $E = 520$ V. Daraus findet sich die nötige Energie.
$$Q' = Q \cdot E = 2464 \cdot 520 \text{ Watt-St.} = 1\,281\,280 \text{ Watt-St.} =$$
$$= 1281{,}3 \text{ K.W.-St.}$$

Am Ende der Entladung sinkt die e. m. K. auf 1,85 V. Um die nötigen 520 V zu haben, müssen am Ende der Entladung

$$n = \frac{520}{1{,}85} \text{ Elemente} = 281 \text{ Elemente}$$

vorhanden sein. Die Größe eines Akkumulators bestimmt sich aus der Entladungsstromstärke 154 A und daraus, daß für je 6 A der Akkumulator 1 kg Gewicht habe. Diese 154 A verlangen also 154/6 kg = 26 kg Gewicht für ein Element. — Andrerseits muß seine Kapazität mindestens 154 × 16 A-St. = 2464 A-St. betragen. — Diese sehr große Kapazität verlangt 5 Elemente, von denen jedes 650 A liefert und 100 kg wiegt. Der Preis für ein Element ist ungefähr 130 Fr.

636. Welche Energie verlangt die vollständige Ladung der 281 Elemente in 635., wenn man sie mit 280 Ampère während 10 Stunden lädt? — Wie groß ist der energetische Nutzeffekt?

Antwort: Bei der Ladung müssen 2,2 V e. m. K. auf jedes Element gerechnet werden; daher wird die verlangte Energie

$$Q = 281 \cdot 2{,}2 \cdot 280 \cdot 10 \text{ K.W.-St.} = 1731 \text{ K.W.-St.}$$

Die bei der Entladung verbrauchte Energie wird nach dem Ergebnis in 635., wo die gefundene Kapazität steht,

$$Q_2 = 281 \cdot 1{,}85 \cdot 2464 \text{ K.W.-St.} = 1281 \text{ K.W.-St.}$$

Der gesuchte Nutzeffekt wird

$$\varrho = \frac{W_2}{W_1} = \frac{1281}{1731} = 0{,}74 = 74\,\%.$$

637. Welche Arbeitsfähigkeit kann ein Plantescher Akkumulator in sich aufnehmen, dessen Blei 15 kg wiegt, wenn er bis zu vollständiger Entladung 0,18 gr Kupfer niederschlagen könnte, und wenn man, um über 2 Volt zu bleiben, nur 2 Drittel der Ladung ausgibt?

Antwort: Da 0,18 gr Kupfer niedergeschlagen werden und 1 Coulomb nur 0,0003307 gr Kupfer abscheidet, so muß der Akkumulator

$$\frac{0{,}18}{0{,}0003307} \text{ Coulomb} = 514 \text{ Coulomb}$$

enthalten haben. Diese Elektrizitätsmenge von im Mittel 2 Volt Spannung entspricht einer verwendbaren Energie von

$$\tfrac{2}{3} \cdot 514 \cdot 2 \text{ Joule} = 685{,}3 \cdot 10^7 \text{ Erg} = 70{,}4 \text{ mkg.}$$

Auf jedes kg Blei entfällt also eine Energie von 4,66 mkg.

638. Während der Ladung sowie während der Entladung eines Akkumulators, System Daniell ($Cu-SO_4Cu-ZnSO_4-Zn$), hat man von 5 zu 5 Minuten die Stromstärke bestimmt. Man fand so, daß demselben $Q = 4147$ A-Sek. zugeführt und dann $Q' = 2845$ A-Sek. entnommen wurden. Wie groß ist sein Nutzeffekt?

Antwort:
$$\varrho = \frac{Q'}{Q} = \frac{2845}{4147} = 68{,}6\,\%.$$

639. Ein gleicher, nur größerer Akkumulator nahm bei der Ladung $Q = 14325$ Coulomb auf und gab dann $Q' = 12777$ Coulomb ab. Wie groß war dessen Nutzeffekt?

Antwort:
$$\varrho = 89\,\%.$$

640. Man berechne diejenige Elektrizitätsmenge, welche die zur Bildung der positiven Platte eines Akkumulators bei derLadung nötige Schwefelsäure in Freiheit setzt.

Antwort: Der am negativen Pol auftretende H zerlegt das Bleioxyd nach der Gleichung

$$Pb_3O_4 + 4H_2 = 4H_2O + 3Pb,$$

während gleichzeitig am positiven Pol die Reduktion nach der Gleichung
$$Pb_3O_4 + SO_4 = 2(PbO_2) + PbSO_4$$

erfolgt. — Wenn die ganze Oberfläche aus Pb_3O_4 besteht, so ist die Bildung von H und O nur schwach, wenn alles Pb_3O_4 in Pb_2O und in Pb umgesetzt ist. Angenommen, man hätte m_1 gr Pb_3O_4, so ergibt sich aus seinem Molekulargewicht ($= 3 \cdot 207 + 4 \cdot 16 = 685$) die in m_1 enthaltene Menge Blei zu $(621 : 685)\, m_1$ gr. Ein Drittel dieses Bleies, also $(207/685)\, m_1$ gr, verbindet sich mit SO_4 und erheischt demnach ein Gewicht Schwefelsäure von

$$\frac{207}{685} m_1 \cdot \frac{96}{207} = \frac{96}{685} m_1 \text{ gr.}$$

Da eine E. M. E. 0,005 gr Schwefelsäure in Freiheit setzt, so sind zur Bildung jener Menge freier Schwefelsäure

$$Q = \frac{96}{685} m_1 \cdot \frac{1}{0{,}005} \text{ E. M. E.} = 28{,}03\, m_1 \text{ E. M. E.}$$

Elektrizität nötig, wenn m_1 in Gramm gegeben ist.

(Eine E. M. E. entwickelt 0,000104 H oder

$\frac{1}{2}(32 + 4 \cdot 16) \cdot 0{,}000104$ gr $= 0{,}0005$ gr Schwefelsäure.)

Dabei ist $Q = 28{,}03\ m_1$ E. M. E., wenn m_1 in gr ausgedrückt ist, und $28030\ m_1$ E. M. E., wenn m_1 in kg ausgedrückt ist.

641. Welche theoretisch höchste Ladung kann ein Akkumulator aufnehmen, welcher aus 8 Platten von je 2 kg besteht?

Antwort: Nach 640. ist diese Ladung

$$Q = 28030 \cdot 16 = 0{,}45 \cdot 10^6 \text{ E. M. E.} = 0{,}45 \cdot 10^7 \text{ Coulomb.}$$

642. Man bestimme theoretisch die Elektrizitätsmenge, welche nötig ist, um die negative Elektrode eines Akkumulators zu bilden.

Antwort: Sei m_2 gr das Gewicht der negativen Elektrode; dann enthält sie $(64/685)\, m_2$ gr Sauerstoff. Um diesen zu sättigen, bedarf es $\frac{1}{8} \cdot \frac{64}{685}\, m_2$ gr Wasserstoff. Dieser selbst wird frei gemacht durch

$$Q' = \frac{1}{86} m_2 \cdot \frac{1}{0{,}000104} \text{ E.M.E.} = 111{,}8\, m_2 \text{ E.M.E.} = 1118\, m_2 \text{ Coulomb.}$$

Gewöhnlich ist aus praktischen Gründen $m_1 = m_2$.

643. Man bestimme theoretisch diejenige Arbeit, welche zur vollständigen Ladung eines Akkumulators nötig ist.

Antwort: Die gesuchte Arbeit wird durch das Produkt aus Stromstärke und e. m. K. und Zeit ausgedrückt, so daß die Arbeit gleich der Summe $\Sigma(E \cdot J)$ für jedes Zeitelement ist. Da während der Ladung die e. m. K. konstant bleibt, so ist die Arbeit auch $A = E \cdot \Sigma(J)$. Die Summe der in jedem Zeitelement durchfließenden Strommenge ist aber der ganzen, an den Akkumulator abgegebenen Elektrizitätsmenge gleich, d. i. $\Sigma(J) = Q$, wobei Q die in 640. bestimmte Menge $28{,}03\ m_1$ E. M. E. ist. Demnach wird

$$A = E \cdot Q' = 28{,}03 \cdot E \cdot m_1 \text{ E.M.E.} = 28{,}03 \cdot 10^{-7} \cdot E m_1 \text{ Joule.}$$

644. Welcher theoretischen Arbeit bedarf es, um einen aus 8 je 2 kg schweren Platten bestehenden Akkumulator mit 2,05 V zu laden?

Antwort:

$$A = 28{,}03 \times 8 \cdot 2000 \times 2{,}05 \cdot 10^8 \text{E.M.E.} = 9193{,}84 \cdot 10^{10} \text{Erg} =$$
$$= 9193{,}84 \cdot 10^{10} \times 102 \cdot 10^{-10} (m, \text{kg}, \text{sec}) =$$
$$= 937772\,(m, \text{kg}, \text{sec}) = 3{,}5 \text{ P.St.}$$

oder

$$A = 2{,}55 \text{ K.W.-St.}$$

oder

$$A = 9193840 \text{ Joule.}$$

645. Man will L Siemens-Lampen von 100 V und 0,6 A mit Akkumulatoren speisen. Wie vieler bedarf es? — Wie groß ist ihr Preis, wenn ein Akkumulator f *M* kostet?

Antwort: Eine einzelne solche Lampe verbraucht $100 \cdot 0{,}6$ Watt; alle L Lampen verlangen somit $A = 60 \cdot L$ Watt. Rechnet man noch $10\,\%$ Energieverlust durch die Leitungen usw., so muß den Lampen die Energie von $66\,L$ Watt zugeführt werden. Die Akkumulatoren selbst verbrauchen während ihrer Entladung ebenfalls eine gewisse Energiemenge, welche sich aus der durchfließenden Stromstärke und ihrem inneren ($r = 0{,}025$ Ohm) Widerstand ergibt. Erstere bedingt $0{,}6\,L$ A; letztere sei $= r = 0{,}025$ Ω; dann ist der Betrag dieses Energieverbrauchs

$$A' = (0{,}6\,L)^2 \times nr = 0{,}009 \cdot nL^2 \text{ Watt.}$$

Die in den Akkumulatoren angesammelte Energiemenge ergibt sich wie folgt: Jeder der n Akkumulatoren hat 2,0 V nötig, sie alle müssen $0{,}6\,L$ Ampère Strom abgeben können und demnach $2{,}0 \cdot n \times 0{,}6\,L$ Watt Energie abzugeben haben. — Wenn man beide Energiemengen einander gleichsetzt, so wird

$$66L + 0{,}009nL^2 = 2{,}0 \cdot 0{,}6 \cdot nL,$$

und hieraus

$$n = \frac{66}{1{,}2 - 0{,}009\,L}.$$

Die Kosten belaufen sich dann auf

$$K = n \cdot f = \frac{66 \cdot f}{1{,}2 - 0{,}009\,L}.$$

Die Leuchtdauer dieser Lampen und der Akkumulatoren ist durch den Akkumulatorenpreis begrenzt. Ein Akkumulator, der f *M* kostet, habe C A-St. $= 3600\,C$ A-Sek. Die L Lampen brauchen in der Sek. $0{,}6\,L$ A-St. Daraus ergibt sich die Beleuchtungsdauer

$$L = \frac{3600\,C}{0{,}6\,L}\text{ sec} = \frac{6000\,C}{L}\text{ sec} = \frac{1{,}66 \cdot C}{L}\text{ Stunden.}$$

646. Eine Akkumulatorenbatterie hat 115 V und 0,12 Ω inneren Widerstand und kann genügend Strom abgeben. Wieviel Osram-Lampen (100 V, 200 Ω, 0,5 A) können gespeist werden, wenn die Leitung 0,3 Ω Widerstand hat?

Antwort: Sei l die Anzahl der Lampen, und setzt man die aus den Akkumulatoren verfügbare Strommenge der von den Lampen verlangten gleich, so ist

$$\frac{115}{0{,}12 + 0{,}3 + \frac{200}{l}} = l \cdot 0{,}5,$$

somit

$$l = 71 \text{ bis } 72 \text{ Lampen.}$$

647. Ein Akkumulator hat 60 A-St. Kapazität und hält bei 2 V Potentialdifferenz einen Entladungsstrom von 12 A aus; jede der 2 positiven und 3 negativen Platten hat 13 × 18 qcm Fläche. Wie groß muß ein Akkumulator dieser Art mindestens sein, damit er mit 10 Θ noch 0,4 A abgeben kann? — Wie groß ist seine Kapazität?

Antwort: Damit bei 10 Θ ein Strom von 0,4 A erhältlich ist, so muß nach dem Ohmschen Gesetz

$$E = 0{,}4 \cdot 10 = 4 \text{ V}$$

betragen. Dieser Bedingung wird durch Hintereinanderschaltung von 2 Akkumulatoren genügt. — Der Akkumulator hat

$$2 \cdot 4 \cdot 234 \text{ qcm} = 1872 \text{ qcm}$$

wirksame Fläche. Jeder qcm gibt normaler Weise also

$$\frac{12}{1872} \text{ A} = 0{,}0065 \text{ A}$$

ab. Die verlangten 0,4 A werden dann durch 0,4/0,0065 = 62 qcm positiver und ebensoviel negativer Fläche geliefert. Baut man nun Akkumulatoren mit einer positiven und zwei negativen Platten, so muß die positive Platte (auch jede negative) 62/4 = 3 × 5 qcm groß sein.

Die Kapazität auf ein qcm beträgt

$$\frac{60 \cdot 62}{1872} \text{ A-St.} = 2 \text{ A-St.} = 7200 \text{ Coulomb},$$

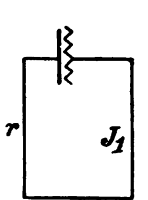
so daß der gesuchte kleine Akkumulator 2 · 15 · 2 A-St. = 60 A-St. Kapazität erhält.

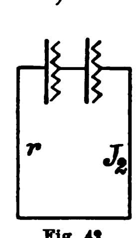
XXIV. Schaltung der Elemente.

A. Wirkung auf die resultierende Stromstärke.

648. Man verfügt über zwei Daniell-Elemente, deren e. m. K. $0{,}955 \cdot 10^8$ E.M.E. und deren innerer Widerstand $0{,}85 \cdot 10^9$ E.M.E. beträgt. Welche Stromstärke läßt sich in einem Kreis herstellen,

dessen äußerer Teil $5 \cdot 10^9$ E. M. E. Widerstand hat, wenn 1) nur das eine Element benutzt wird; — 2) beide Elemente hintereinander geschaltet werden; — 3) beide Elemente nebeneinander geschaltet werden? (Fig. 42.)





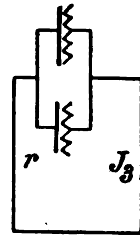


Fig. 42.

Antwort:

$$J_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{0{,}955}{5 + 0{,}85} \text{ E. M. E.} = 0{,}17 \cdot 10^{-1} \text{ E. M. E.}$$

$$J_2 = \frac{2 \cdot 0{,}955}{5 + 2 \cdot 0{,}85} \text{ E. M. E.} = 0{,}3 \cdot 10^{-1} \text{ E. M. E.};$$

$$J_3 = \frac{0{,}955}{5 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}85} \text{ E. M. E.} = 0{,}185 \cdot 10^{-1} \text{ E. M. E.}$$

649. Man hat 6 Bunsen-Elemente von 1,90 V und $r = 0{,}15\ \Theta$ innerem Widerstand. Welche Ströme lassen sich durch verschiedene Kuppelung erreichen, wenn der äußere Kreis $R = 5\ \Theta$ hat? — Welchen Strom gibt ein Element? (Fig. 43.)

Antwort: Ein Element gibt

$$J_1 = \frac{1{,}90}{5 + 0{,}15} \text{ A} = 0{,}369 \text{ A};$$

alle Elemente hintereinander geben

$$J_{6,1} = \frac{6 \cdot 1{,}90}{5 + 6 \cdot 0{,}15} \text{ A} = 1{,}93 \text{ A};$$

drei Elemente hintereinander

$$J_{3,2} = \frac{3 \cdot 1{,}90}{5 + \frac{3}{2} \cdot 0{,}15} \text{ A} = 1{,}09 \text{ A};$$

zwei Elemente hintereinander

$$J_{2,3} = \frac{2 \cdot 1{,}90}{5 + \frac{2}{3} \cdot 0{,}15} \text{ A} = 0{,}745 \text{ A};$$

alle Elemente nebeneinander

$$J_{1,6} = \frac{1{,}90}{5 + \frac{1}{6} \cdot 0{,}15} \text{ A} = 0{,}378 \text{ A}.$$

650. Ein Stromkreis besteht aus 80 Θ äußerem Widerstand und 6 Leclanché-Elementen von 1,481 V und 0,5 Θ innerem Widerstand. Welche Stromstärken lassen sich durch verschiedene Schaltungen herstellen?

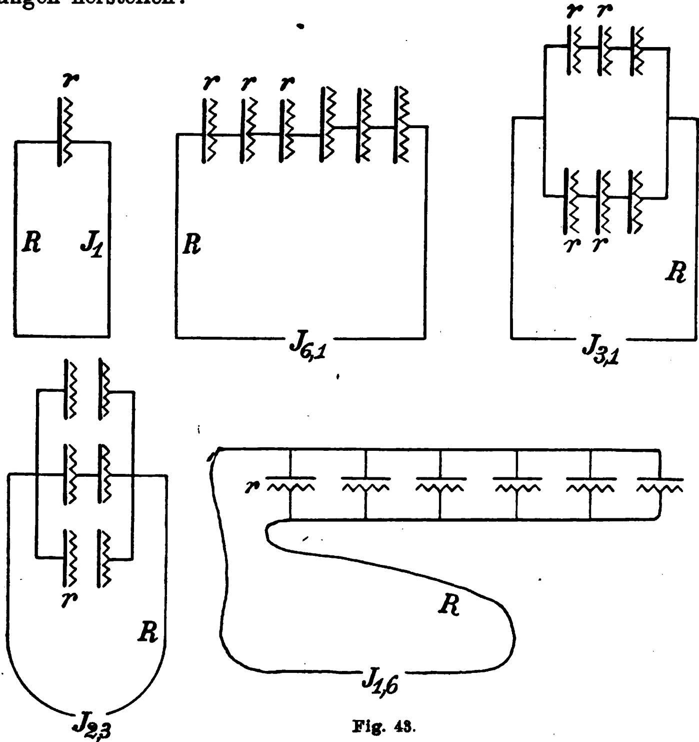


Fig. 43.

Antwort:

$$J_{6,1} = \frac{6 \cdot 1{,}48}{80 + 6 \cdot 0{,}5} = 0{,}107; \quad J_{3,2} = 0{,}055;$$

$$J_{2,3} = 0{,}037; \quad J_{1,6} = 0{,}0185 \text{ A}.$$

651. Ein galvanoplastisches Bad hat 0,6 Θ. Man verfügt über 6 Grovesche Elemente von 1,956 V und 0,12 Θ innerem Widerstand. Welche Stromstärken lassen sich herstellen?

Antwort:

$J_{6\,1} = 8{,}89$; $J_{3,2} = 7{,}52$; $J_{2,3} = 5{,}75$; $J_{1\,6} = 3{,}15$ A.

652. Man gebe die allgemeine Formel an, durch welche die Stromstärke J als Funktion der n hintereinander geschalteten Elemente mit innerem Widerstand r, e. m. K. e und dem äußeren Widerstand R dargestellt wird? (Fig. 44.)

Antwort: $$J = \frac{ne}{nr + R}.$$

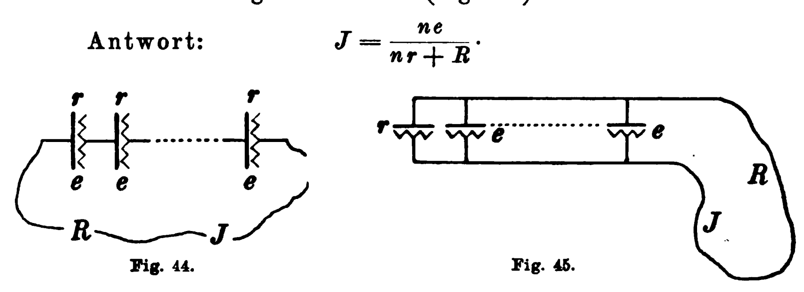


Fig. 44. Fig. 45.

653. Welche allgemeine Formel gibt die Stromstärke J, wenn n gleiche Elemente von e e.m.K., r innerem und R äußerem Widerstand nebeneinander (parallel) geschaltet werden? (Fig. 45.)

Antwort: $$J' = \frac{e}{\frac{r}{n} + R} = \frac{ne}{r + nR}.$$

B. Ökonomie.

654. Wie lautet die allgemeine Bedingung, der zufolge die Stromstärke unverändert bleibt, gleichgültig ob die Elemente parallel oder hintereinander geschaltet sind?

Antwort: Man verlangt, daß die beiden Ausdrücke in 652. und 653. gleich seien. Die Brüche sind gleich, wenn die Nenner $nr + R = r + nR$ sind, oder wenn

$$r = R$$

ist.

655. Welche Schaltung ist vorteilhafter, wenn 1) $r > R$? — 2) $r < R$ ist?

Antwort: Schreibt man die Ausdrücke für J und J' in der Form

$$J = \frac{ne}{(r + R) + (n - 1)r} \quad \text{und} \quad J' = \frac{ne}{(r + R) + (n - 1)R},$$

so sieht man, daß für $r > R$, dann $J < J'$ ist.

656. Wie viele Reihen s von hintereinander geschalteten Elementen muß man aus n gleichen Elementen mit den Konstanten e und r herstellen, um bei einem äußern Widerstand R die größte Stromstärke zu erzielen? (Fig. 46.)

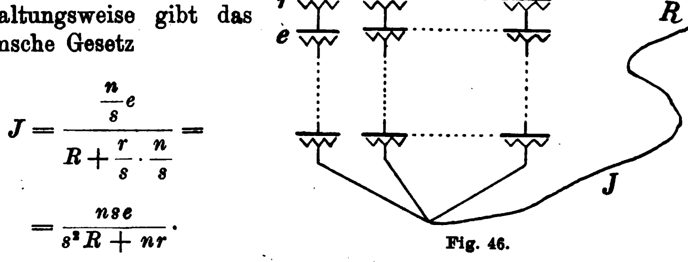


Fig. 46.

Antwort: Für diese Schaltungsweise gibt das Ohmsche Gesetz

$$J = \frac{\frac{n}{s}e}{R + \frac{r}{s} \cdot \frac{n}{s}} = $$

$$= \frac{nse}{s^2 R + nr}.$$

Dieser Bruch wird ein Maximum für $s^2 R + nr$ als Minimum; oder nach bekannten Regeln für

$$s = \frac{nr}{\sqrt{nrR}} = \sqrt{\frac{nr}{R}}.$$

Die maximale Stromstärke selbst wird dadurch zu

$$J_{max} = \frac{e}{2}\sqrt{\frac{n}{rR}}.$$

Aus der Bedingung $s = \sqrt{\frac{nr}{R}}$, oder umgeschrieben zu

$$R = \frac{nr}{s^2} = \frac{n}{s} \cdot \frac{r}{s}$$

sieht man, daß die maximale Stromstärke erreicht ist, wenn der innere Widerstand der Batterie dem äußern Widerstand gleich ist.

657. In einem Stromkreis, der 2 Θ Widerstand hat, werden 40 Bunsenelemente ($r = 0{,}2$ Θ, $e = 1{,}9$ V) so verbunden, daß der Strom ein Maximum hat. Wie viele Serien? — Wie viele Elemente müssen in jeder Reihe aufgestellt sein?

Antwort: In jeder Reihe müssen die gleiche Anzahl Elemente sein, um dieselbe e. m. K. herzustellen, so daß also die Anzahl der Reihen durch eine ganze Zahl dargestellt sein muß, und außerdem muß ein Faktor von 40 vorhanden sein. Das heißt also, daß 1, oder 2, oder 4, oder 5, oder 8, oder 10, oder 20, oder 40

Reihen möglich sind; in diesen Reihen müssen beziehungsweise 40, oder 20, oder 10, oder 8, oder 5, oder 4, oder 2, oder 1 Element in Reihe gestellt werden. — In diesen Fällen werden die Stromstärken beziehungsweise

$$J_1 = 7{,}6 \text{ A}; \quad J_2 = 9{,}5 \text{ A}; \quad J_3 = 7{,}6 \text{ A}; \quad J_4 = 6{,}6 \text{ A}.$$

Daraus sieht man, daß die zweite Zusammenstellung die vorteilhafteste ist.

658. Es ist die e. m. Kraft eines Elementes E, seine Stromstärke J, der äußere Widerstand R. Wie verhält sich die Potentialdifferenz V an den Klemmen des äußeren Stromkreises zu der e. m. Kraft E, wenn die Stromstärke J_m ein Maximum hat?

Antwort: Allgemein ist

$$J(R_e + R_i) = E;$$

in unserem Fall, wo die Stromstärke ein Maximum sein muß, ist

$$R_i = R_e; \quad \text{also} \quad J \cdot 2 R_e = E, \quad \text{oder} \quad E = 2 J R_e.$$

Da $J R_e = V$ ist, so wird

$$E = 2 V;$$

d. h. die Stromstärke hat ihr Maximum, wenn die Potentialdifferenz in den Klemmen im äußeren Kreis der Hälfte der e. m. K. der Batterie gleich ist.

659. Wie viele Elemente, welche die e. m. K. e und den Widerstand r haben, muß man zusammenstellen, und in welcher Weise, um eine bestimmte Stromstärke J im äußeren Stromkreis mit dem Widerstand R zu haben?

Antwort: Es seien x-Elemente in Reihe und y-Elemente parallel geschaltet. Die Gesamtzahl n der Elemente ist

$$n = x + y.$$

Anderseits ist die Stromstärke J

$$J = \frac{nex}{nR + rx^2}.$$

Diese Stromstärke J soll nach der Aufgabe gegeben sein, so daß man nur ihren maximalen Wert zu bestimmen hat; oder, anders aus-

gedrückt, man hat das Minimum von n zu bestimmen. Nach dem vorhergehenden Ausdruck wird durch Umformung

$$n = \frac{Jrx^2}{ex - JR}.$$

Darin wechselt allein x. Um den Wert von x zu bestimmen, der den Ausdruck für n zum Minimum macht, muß dieser Ausdruck bekanntlich nach x differenziert und gleich Null gesetzt werden; also

$$2Jrx(ex - JR) - 2Jrx^2 = 0.$$

Daraus wird

$$x = \frac{2JR}{e}; \quad \text{und schließlich} \quad n = \frac{4rRJ^2}{e^2}.$$

660. Ein Stromkreis hat 5 Θ Widerstand; man will, daß darin 8 A fließen, und benutzt dazu Bunsenelemente, die 1,9 V e. m. K. und 0,25 Θ inneren Widerstand haben. Wie viele Elemente sind notwendig?

Antwort: Nach dem letzten Beispiel wird

$$x = \frac{2 \cdot 8 \cdot 5}{1,9} = 44,1; \qquad n = \frac{4 \cdot 0,25 \cdot 5 \cdot 8^2}{1,9^2} = 88,6.$$

Daher müssen 2 Reihen zu 44 bis 45 Elementen zusammengestellt werden.

661. Man will, daß eine Bunsenbatterie ($e = 1,9$ V, $r = 0,2$ Θ) einen Stromkreis mit 8 A speist und dabei 48 V Spannung habe. Wie viele Elemente sind nötig?

Antwort: Weil nach dem Vorhergehenden die e. m. K. das Doppelte der Potentialdifferenz zwischen den Klemmen des äußeren Stromkreises sein soll, so muß, wenn x die Anzahl der Elemente, die in Reihe gestellt sind,

$$x \cdot 1,9 = 2 \cdot 48$$

sein. Daraus folgt $x = 50,5$; also sind 5 Elemente in Reihe zu stellen. Nach dem Ohmschen Gesetz wird der äußere Wiederstand

$$8R = 48, \quad \text{woraus} \quad R = 6\,\Theta.$$

Die Formel in 659. gibt dann für $n = 102$ Elemente parallel geschaltet. Also genügen, mehr als nötig, die 5 Elemente in einer Reihe.

662. Wie viele Bunsenelemente von 1,9 V e. m. K. und 0,24 innerem Widerstand sind nötig, um 20 parallel gestellte Osmium-

lampen von 16 Kerzenstärken (0,48 A und 50 V) am sparsamsten zu speisen?

Antwort: Die gesamte Stromstärke wird

$$J = 20 \cdot 0{,}48 = 9{,}6 \text{ A}.$$

Der Stromkreis hat

$$R = \frac{50}{9{,}6}\,\Theta = 5{,}20\,\Theta.$$

Das Ohmsche Gesetz und die Bedingung der maximalen Stromstärke (678.), wo x die Anzahl der in eine Reihe geschalteten Elemente bedeutet, gibt

$$x \cdot 0{,}24 = 5{,}2\,\Theta,$$

woraus

$$x = 21 \text{ bis } 22 \text{ Elemente}.$$

Die maximale Stromstärke wird

$$J_1 = \frac{x \cdot 1{,}9}{5{,}2 + x \cdot 0{,}24} = \frac{22 \cdot 1{,}9}{5{,}2 + 22 \cdot 0{,}24} = 4 \text{ A}.$$

Um die nötige Stromstärke von 9,6 A (ungefähr 6 × 2,47 A) zu erhalten, müssen 6 parallele Reihen von $x = 22$ Elementen, also 132 Elemente, aufgestellt werden.

663. Wie viele Reihen σ von hintereinander geschalteten Elementen muß man aus n gleichen Elementen mit den Konstanten e und r bilden, um bei einem äußeren Widerstand R die größte Energie zu erzielen?

Antwort: Die verfügbare Energie ergibt sich als Produkt aus Stromstärke und e. m. K.:

$$Q = J \cdot \frac{ne}{\sigma} = \frac{n \cdot \sigma e}{\sigma^2 \cdot R + nr} \cdot \frac{ne}{\sigma} = \frac{n^2 e^2}{\sigma^2 R + nr}.$$

Sie wird zu einem Maximum, wenn

$$\sigma = \sqrt{\frac{nr}{R}} = 1 \qquad \text{ist.}$$

Die maximale Energie erhält man durch Einsetzen dieses Wertes von σ:

$$Q = \frac{ne^2}{2r} = \frac{n^2 e^2}{R + nr}.$$

664. Man verfügt über 40 Daniellsche Elemente mit je 0,30 Θ innerem Widerstand; wie muß man dieselben schalten,

um bei 3 Θ äußerem Widerstand die größte Stromstärke zu erzielen?

Antwort: Nach 663. wird

$$s = \sqrt{\frac{0{,}30 \cdot 40}{3}} = 2;$$

d. h. es sind 2 Reihen von 20 hintereinander geschalteten Elementen zu bilden.

665. Sechs Bunsenelemente von 1,734 V e. m. K. und 0,15 Θ sind auf die Mitten der Seiten und die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks verteilt, und so erst drei, dann zwei Elemente parallel geschaltet. Diese zwei Säulen sind unter sich und mit dem sechsten Element hintereinander geschaltet. Wie stark wird der Strom bei 5 Θ äußerem Widerstand?

Antwort: Nach Ohms Gesetz ist

$$J = \frac{3 \cdot 1{,}734}{5 + \frac{1}{3} \cdot 0{,}15 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}15 + 1 \cdot 0{,}15} = 0{,}986 \text{ A}.$$

666. Es sind 30 Akkumulatoren von 0,0005 Θ innerem Widerstand hintereinander in einen Kreis von 8 Θ geschaltet worden. Wie stark ist der Entladungsstrom, wenn jedes Element 2,02 V e. m. K. hat?

Antwort: $J = \frac{30 \cdot 2{,}02}{8 + 30\ 0{,}0005} = 7{,}56 \text{ A}.$

667. Man will einen Akkumulator von 2 V und 0,5 Θ durch eine Batterie kleiner Daniellscher Elemente ersetzen, deren e. m. K. 1 V und deren innerer Widerstand 11 Θ beträgt. Wie viele solcher Elemente sind nötig, wenn man den äußeren Widerstand als Null annimmt?

Antwort: Damit die e. m. K. der Daniell-Batterie dem Akkumulator gleich werde, müssen zwei derselben hintereinander geschaltet werden; denn es ist

$$E_{2D} = 2 \times 1 \text{ V} = 2{,}0 \text{ V} = E_B.$$

Um denselben Strom wie ein Akkumulator, also

$$J = \frac{E}{R} = \frac{2}{0{,}05} = 40 \text{ A},$$

zu liefern, müssen so viele Daniell-Elemente N nebeneinander geschaltet werden, daß

$$\frac{N \cdot 1{,}0}{2 \cdot 11} = 40 \text{ A}$$

ausmachen; also $N = 880$ Elemente. In der Tat ist der von einem Paar Daniellscher Elemente gelieferte Strom $\frac{1,0}{2 \cdot 11}$ und nicht $\frac{1,0}{11}$, weil der innere Widerstand verdoppelt wurde. — Es würden somit 880 Daniell, welche in 440 Reihen zu 2 Elementen geordnet sind, die Akkumulatoren ersetzen.

XXV. Stromverzweigung. — Wheatstonesche Brücke.

668. Ein Strom im Draht A verzweigt sich in einem Punkte O in die zwei Zweige B und C, in welchen die Ströme 0,08 A und 0,62 A fließen? Wie stark ist der Strom in A? (Fig. 47.)

Antwort: $(0,08 + 0,62)$ A $= 0,7$ A.

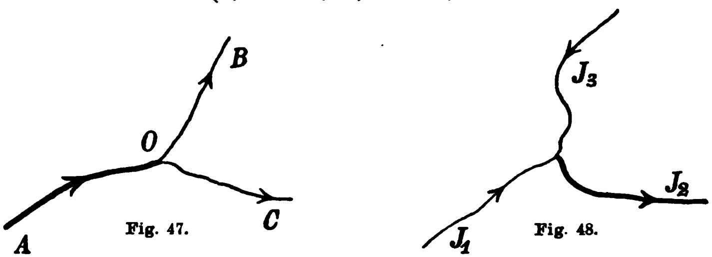


Fig. 47. Fig. 48.

669. Drei Drähte kommen in einem Punkt zusammen; der erste Draht führt ihm 0,16 A zu; der zweite führt 0,38 A ab. Was führt der dritte Draht? (Fig. 48.)

Antwort: Nach dem Satze Kirchhoffs führt der dritte Draht nach

$$0,16 + x = 0,38,$$

den Strom 0,22 A zu.

670. In einem Punkte O kommen 9 Drähte zusammen, von denen 5 je vom gleichnamigen Pol von 5 Batterien ausgehen. Die erste dieser Batterien besteht aus 1 Akkumulator ($e = 2,0$ V, $r_i = 0,1\ \Theta$), die zweite aus 2 usf., die fünfte aus 5 parallel geschalteten Akkumulatoren. In die 4 übrigen Drähte sind folgende Widerstände eingeschaltet: im sechsten Draht 4, dann 8, dann 8, dann 12 und 16 Θ; der von den Batterien kommende Strom vereinigt sich im genannten Punkt und strömt dann durch die 4 Drähte weiter. Wie stark ist der Strom in jedem derselben?

Antwort: Die Akkumulatoren sind alle parallel geschaltet, alle Verbindungsdrähte haben kleinen Widerstand, so daß das

Ganze wie eine Batterie von 15 parallel geschalteten Akkumulatoren wirkt. Daher hat das Ganze $e = 2$ V und $r = 0{,}1$ Θ inneren Widerstand für jeden der 15 Akkumulatoren. Der ganze innere Widerstand ist

$$R_i = \frac{r}{15} = \frac{0{,}1}{15} = \frac{1}{150}\,\Theta.$$

Der Strom im sechsten Draht, der 4 Θ hat, wird

$$J_6 = \frac{e}{\frac{r}{150} + 4} = \frac{300}{601} = 0{,}5\ \text{A}; \qquad J_7 = 0{,}25;$$

$$J_8 = 0{,}165; \qquad J_9 = 0{,}125\ \text{A}.$$

671. Zwischen zwei Punkten eines Stromkreises finden sich zwei Zweige mit den Widerständen $r_1 = 3$ Θ und $r_2 = 5$ Θ; die gesamte durchfließende Strommenge ist

$$i = 20\ \text{A}.$$

Welcher Strom fließt in jedem der Zweige? (Fig. 49.)

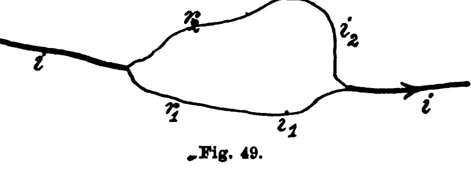


Fig. 49.

Antwort: Die 20 A kommen zuerst zum Verzweigungspunkt P, und finden dort in den zwei Zweigen $r_1 = 3$ Θ und $r_2 = 5$ Θ. Daher fließen in den Zweigen Ströme, die sich wie 5 zu 3 verhalten, d. h. von $(5 + 3)$ A $= 8$ A, die am Punkt A ankommen, fließen 5 A durch den Zweig, der 5 Θ (den Zweig, der 3 Θ Widerstand hat, und 3 A durch den Zweig, der 5 Θ) Widerstand hat; dies findet statt für jedes Vielfache von 8 A. Die 20 A sind $2{,}5 \times 8$ A gleichwertig; so daß

$$i_1 = 2{,}5 \times 5 = 12{,}5\ \text{A}$$

durch den ersten Zweig und

$$i_2 = 2{,}5 \times 3 = 7{,}5\ \text{A}$$

durch den zweiten Zweig fließen.

Oder allgemein

$$i_1 = \frac{i \cdot r_2}{r_2 + r_1}; \qquad i_2 = \frac{i \cdot r_1}{r_2 + r_1}.$$

672. Ein Stromkreis, der $J = 400$ A Strom führt, teilt sich in zwei Zweige, deren Widerstände $r = 15$ Θ und $R + G = 285$ Θ

sind, wo R den dem Galvanometer-Widerstand G zugesetzten Widerstand bedeutet; dieser Zusatzwiderstand liegt im zweiten Zweige. Wie verhält sich J zum Galvanometerstrom? (Fig. 50.)

I. Antwort: Mit den eingeschalteten Widerständen von 285 Θ und 15 Θ verhalten sich die Stromstärken wie 15 : 285, d. h. wenn 15 + 285 = 300 A am Verzweigungspunkt anlangen, so gehen 15 A durch das Galvanometer G; oder, wenn 100 A am Verzweigungspunkt ankommen, so gehen 5 A durch das Galvanometer G; also von 400 ankommenden A gehen i_2 = 20 A durch G; — oder umgekehrt, wenn 20 A durch G gehen, so kommen vom Hauptstrom 400 A an. Das gesuchte Verhältnis ist also

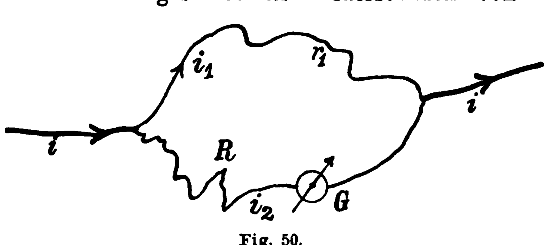


Fig. 50.

$$400 : 20 = 20 : 1.$$

Daraus ergibt sich ein Verfahren, Starkströme durch ein schwachstromiges Galvanometer zu messen.

II. Antwort: Aus den beiden Beziehungen

$$J = i_1 + i_2 \qquad \text{und} \qquad \frac{i_1}{i_2} = \frac{(G + R)}{r}$$

folgt

$$i_1 = \frac{G + R}{r} \cdot i_2 \quad \text{und} \quad J = i_2 + \frac{(G + R)}{r} i_2 = \frac{G + R + r}{r} \cdot i_2,$$

so daß

$$\frac{J}{i_2} = \frac{(G + R + r)}{r}.$$

673. Man will einen Widerstand von 5 Θ in einen Stromkreis einschalten; man hat nur Glühlampen zur Verfügung, die kalt 70 Θ haben. Wie kann man damit die 5 Θ einschalten?

Antwort: Weil der einzuschaltende Widerstand klein ist, kann man ihn durch parallel geschaltete Lampen darstellen. Zwei parallel geschaltete Lampen haben 70/2 = 35 Θ Widerstand; die 5 parallel geschalteten Lampen geben 70/5 = 14 Θ und 14 parallel geschaltete Lampen geben den verlangten Widerstand 70/14 = 5 Θ.

674. In den zwei Zweigen einer Abzweigung werden eingeschaltet: im ersten Zweig eine Glühlampe von 10 Kerzen ($r_1 = 70\ \Theta$, $i_1 = 0{,}7$ A); im zweiten Zweig eine 15 kerzige Glühlampe ($r_2 = 45\ \Theta$, $i_2 = 1{,}1$ A). Mit welchem einzigen Widerstand kann man die beiden Lampen ersetzen, ohne daß das elektrische Gleichgewicht gestört wird?

Antwort: Die erste Lampe hat 70 Θ Widerstand; sie hat also $\frac{1}{70}$ der Leitungsfähigkeit (Möglichkeit, den Strom durchzulassen) von 1 Θ. Der zweite Zweig hat $\frac{1}{45}$. Die beiden Zweige zusammen können

$$\frac{1}{45} + \frac{1}{70} = \frac{115}{3150}$$

von der Elektrizitätsmenge durchlassen, die 1 Θ durchlassen könnte. Daher wird der Widerstand der zwei Zweige

$$\frac{3150}{115} = 27{,}4\ \Theta.$$

675. Die Zweige einer Abzweigung haben r_1 und r_2 Widerstand. Wenn man den Widerstand der zwei Zweige n-mal vergrößert, wie groß wird der in den Stromkreis eingeschaltete Widerstand?

Antwort: Ein n-mal größerer Widerstand macht die Leitungsfähigkeit n-mal kleiner. Daher wird auch die Summe der zwei Leitungsfähigkeiten n-mal kleiner; der Widerstand des Stromkreises wird n-mal größer.

676. Anstatt 60 Θ Widerstand in einen Stromkreis einzuschalten, will man den gleichwertigen Widerstand in die zwei Zweige einschalten. Im ersten Zweige liegt eine Glühlampe von 14 Θ Widerstand; im zweiten 45 Θ. Man will das Verhältnis der Stromstärke nicht ändern. Welchen Widerstand muß man in die Zweigen einschalten?

Antwort: Der anfängliche gleichwertige Widerstand beträgt

$$\frac{14 \cdot 45}{14 + 45} = 10{,}68\ \Theta;$$

er soll

$$60 + 10{,}68 = 70{,}68\ \Theta$$

werden. Die vorhergehende Antwort zeigt, daß der Zweigwiderstand im gleichen Verhältnis größer werden muß wie der gleichwertige, anfängliche Widerstand. Dieser muß $\frac{70{,}68}{10{,}68}$ größer werden. In gleicher Weise wird

$$X_1 = \frac{70,68 \times 14}{10,68} = 92,5\ \Theta$$

und

$$X_2 = 70,68 \cdot 45 = 298\ \Theta.$$

Der Zusatzwiderstand wird für die beiden Zweige

$$92,5 - 14,0 = 78,5\ \Theta \quad \text{und} \quad 298 - 45 = 253\ \Theta.$$

677. Ein Stromkreis teilt sich von einem seiner Punkte aus in n Zweige von gleichem Widerstand. Anstatt nun in die Hauptleitung einen Widerstand r einzuschalten, will man passende, unter sich gleiche Widerstände in jedem der Zweige einschalten. Wie groß müssen diese Widerstände sein, damit ihre Wirkung derjenigen des Widerstandes r gleich ist?

Antwort: Man denke sich, es sei ein Draht von 1 m in die Hauptleitung eingeschaltet; man wird dadurch den Strom mehr schwächen, als wenn man einen solchen Draht in jeden Zweig einführt; denn wenn man sich letztere alle zu einem Bündel vereinigt denkt, so würden sie eine Leitung von n-mal größerem Querschnitt bilden. Der Widerstand würde nur derselbe werden, wenn man in jeden Zweig einen n-mal längeren Draht einschaltet als in die Hauptleitung. Daraus ersieht man, daß ein Widerstand r in der Hauptleitung dieselbe Wirkung hat wie der Widerstand nr, den man in jeden der n Zweige einführt.

678. Wenn ein Stromkreis sich in 2 Zweige mit den Widerständen r_1 und r_2 trennt, welche Widerstände muß man dann in jedem der Zweige einschalten, damit ihre Wirkung dieselbe sei wie diejenige des Widerstandes R, den man im Hauptstrom einfügen würde?

Antwort: Denkt man sich die 2 Zweige mit den Widerständen r_1 und r_2 erhalten durch Vereinigung von p und von q gleichen Zweigen, so müssen diese Zahlen p und q zunächst der Gleichung $r_1/r_2 = q/p$ genügen. Der Widerstand R im Hauptkreis kann nach 677. durch $(p+q)R$ in jedem der $(p+q)$-Zweige ersetzt werden, oder durch $\frac{p+q}{p} R$ Einheiten im Zweige r_1, oder durch $\frac{p+q}{q} R$ Einheiten im Zweige r_2. — Obige Proportion liefert aber

$$\frac{(r_1 + r_2)}{r_2} = \frac{(p+q)}{p}$$

und

$$\frac{(r_1 + r_2)}{r_1} = \frac{(p + q)}{q},$$

so daß die in die Zweige einzuschaltenden Widerstände durch

$$\frac{r_1 + r_2}{r_1} R = \frac{p + q}{q} R \qquad \text{im Zweig } r_1$$

und

$$\frac{r_1 + r_2}{r_1} R \qquad \text{im Zweige } r_3$$

ausgedrückt werden können.

679. Eine Leitung verzweigt sich in 2 Zweige von r_1 und r_2 Widerstand. Wie groß muß der Widerstand X sein, der in die Hauptleitung eingeschaltet die Widerstände r_1 und r_2 ersetzt?

Antwort: Sei J der Strom, der sich in 2 Teile i_1 und i_2 teilen soll, und sei e die e. m. K. zwischen den Enden der Zweige; dann muß

$$e = i_1 r_1 = i_2 r_2 = J \cdot X$$

und

$$J = i_1 + i_2$$

sein. Durch Elimination von i_1 und i_2 ergibt sich

$$J = J \cdot \left(\frac{X}{r_1} + \frac{X}{r_2}\right) \qquad \text{oder} \qquad X = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}.$$

Zweite Lösung: Der Strom J findet einmal die Leitungsfähigkeit $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$ vor und $\frac{1}{X}$ das andere Mal vor. Da beide gleich sein sollen, so wird

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{X}, \qquad \text{woraus} \qquad X = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}.$$

680. Vom gleichen Punkt einer Hauptleitung gehen 3 Zweige aus, die nach 3 Bogenlampen führen. Diese Lampen haben beziehungsweise 2,25 Θ, 3,0 Θ und 4,5 Θ scheinbaren Widerstand. Wie groß ist der ihnen gleichwertige Widerstand?

Antwort: Die Leitungsfähigkeit der Zweige ist beziehungsweise $\frac{1}{2{,}25}$, $\frac{1}{3}$, und $\frac{1}{4{,}5}$ von derjenigen, die einem Θ entspricht; ihre Summe hat die Leitungsfähigkeit

$$\frac{1}{2{,}25} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4{,}5} = \frac{4}{9} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = 1,$$

also die Leitungsfähigkeit, die dem Widerstand eines Θ entspricht.

681. Man legt zwischen zwei Punkte zueinander parallel 2 Kohlenfadenlampen zu 10 Kerzen (0,7 A, 70 Θ) und 5 Lampen zu 16 Kerzen (1,1 A, 45 Θ) und 3 Lampen zu 50 Kerzen (3,5 A, 14 Θ). Wie groß ist der den 10 Zweigen gleichwertige Widerstand?

Antwort: Die Leitungsfähigkeit der drei Zweige ist

$$\frac{1}{70}, \quad \frac{1}{45} \quad \text{und} \quad \frac{1}{14},$$

von der, die 1 Θ entspricht. Das ganze Büschel hat also

$$\frac{2}{70} + \frac{5}{45} + \frac{3}{14} = \frac{223}{630} \text{ Leitungsfähigkeit}$$

und

$$X = \frac{630}{223} \Theta = 2{,}83 \,\Theta \text{ Widerstand.}$$

682. In einen Stromkreis sind 2 Glühlampen von 120 Θ und 140 Θ parallel geschaltet. Welchen Widerstand liefern sie im Stromkreis?

Antwort: Nach 681. wird der Widerstand

$$\frac{120 \cdot 140}{120 + 140} \Theta = 64{,}6 \,\Theta.$$

683. Eine Leitung verzweigt sich von einem Punkte aus in n Zweige, deren Widerstände $r_1, r_2 \ldots r_n$ sind; man will sie durch einen einzigen Widerstand X ersetzen; wie groß muß dieser sein?

Antwort: Durch Rekursion erhält man nach 681. den Wert

$$X = \frac{r_1 \cdot r_2 \cdots r_n}{(r_1 \cdot r_2 \cdots r_{n-1}) + (r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdots r_{n-2} \cdot r_n) + \cdots}.$$

Die zweite Auflösung von 679. würde ergeben

$$\frac{1}{X} = \sum \left(\frac{1}{r_i}\right).$$

684. Ein kleiner Siemensscher Widerstandskasten besteht aus 3 Widerständen, von denen je ein Drahtende nach einer gemeinschaftlichen Klemme A geht, während die anderen Enden nach besonderen Klemmen A_1, A_2, A_3 gehen. Die 3 Widerstände haben die Werte $A_0A_1 = 11{,}6 \,\Theta$, der zweite $A_0A_2 = 26{,}2 \,\Theta$, der dritte $A_0A_3 = 105 \,\Theta$. Welche Widerstände lassen sich her-

stellen, wenn man diese Widerstände parallel verbindet, und zwar — 1) je zwei, — 2) alle drei?

Antwort:

$$R_{1,2} = 8{,}04\ \Theta; \qquad R_{1,3} = 10{,}45\ \Theta;$$

$$R_{2,4} = 20{,}97\ \Theta; \qquad R_{1,2,3} = 7{,}47\ \Theta.$$

685. Vier Drähte von 5,5 und 18,0 und 3,7 und 2,9 Θ sind parallel angeordnet und in einen Stromkreis eingeschaltet. Welchen Widerstand stellen sie dar?

Antwort: $X = 1{,}17\ \Theta.$

686. Durch welchen Widerstand X in der Hauptleitung kann der Widerstand r in jedem der n gleichen Zweige einer Verzweigung ersetzt werden?

Antwort: Nach 683. wird

$$X = \frac{r^n}{n \cdot r^{n-1}} = \frac{r}{n}.$$

687. Zwischen 2 Punkten einer Leitung sind 8 Edisonlampen parallel geschaltet, von denen jede 120 Θ hat. Welcher Widerstand ist hierdurch in die Hauptleitung eingeschaltet worden?

Antwort:

$$X = \frac{120^8}{8 \cdot 120^7}\,\Theta = \frac{120}{8}\,\Theta = 15\ \Theta.$$

688. Im äußern Kreis einer Dynamo mit 0,01 Θ innerem Widerstand sind 600 Siemenslampen (100 Θ, 0,9 A) parallel eingeschaltet worden. Welche e.m.K. muß die Dynamo haben?

Antwort:

$$600 \cdot 0{,}9 \times \left(0{,}01 + \tfrac{100}{600}\right) \mathrm{V} = 95{,}4\ \mathrm{V}.$$

689. Drei von einem Punkt ausgehende Zweige der gleichen Leitung haben die Widerstände r_1, r_2, r_3. Welche Widerstände sind in jeden der Zweige einzuschalten, damit sie einem Widerstand r in der Hauptleitung entsprechen?

Antwort: Sind zunächst nur 2 Zweige vorhanden mit den Widerständen r_1 und R, wo R die Widerstände r_2 und r_3 ersetzen soll, dann wären nach 679. die einzusetzenden Widerstände

$$\frac{r}{R}(r_1 + R) \qquad \text{bzw.} \qquad \frac{r}{r_1}(r_1 + R).$$

Da sich letzterer Widerstand auf 2 Zweige r_2 und r_3 verteilen soll, so muß er ersetzt werden durch

$$\frac{r}{r_1}(r_1 + R) \cdot \frac{r_2 + r_3}{r_3} \qquad \text{bzw.} \qquad \frac{r}{r_1}(r_1 + R) \cdot \frac{r_2 + r_3}{r_2}.$$

Nach 679. ist aber

$$R = \frac{r_2 \cdot r_3}{r_2 + r_3},$$

so daß man durch Substitution dieses Wertes für die gesuchten Widerstände die Ausdrücke erhält

$$r \cdot \frac{(r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3)}{r_2 r_3}; \qquad r \cdot \frac{(r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3)}{r_1 r_3};$$

$$r \cdot \frac{(r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3)}{r_1 r_2}.$$

690. Ein Stromkreis teilt sich in n Zweige, deren Widerstände $r_1, r_2, \ldots r_n$ sind. Statt in die Hauptleitung einen Widerstand r einzuschalten, will man Widerstände in die Zweige einschalten. Wie groß müssen diese sein?

Antwort: Man erhält die Widerstände, indem man r mit dem Quotienten aus der Summe der zu $(n - 1)$ kombinierten Widerstände r_i und dem Produkt der $(n - 1)$ den andern Zweigen angehörenden Widerstände multipliziert.

691. Welcher Widerstand ist in jeden der n gleichen Zweige einzuschalten, damit dasselbe erreicht wird wie durch Einschaltung eines Widerstandes r in der Hauptleitung?

Antwort: Nach 690. wird

$$X = \frac{\frac{n!}{(n-1)!} \cdot r^{n-1}}{r^{n-1}} \cdot r = nr.$$

692. Um einen Widerstand von 0,001 Θ zu erzielen, will man 2 mm dicke Nickeldrähte von 30 cm Länge verwenden und legt sie alle parallel. Die Enden der Nickeldrähte sind alle auf 2 Kupferstäbe gelötet. Wieviel Nickeldrähte müssen es sein?

Antwort: Ein Nickeldraht hat

$$0{,}160 \cdot \frac{30}{100} \cdot \frac{1}{2^2} \Theta = 0{,}0120 \; \Theta \text{ Widerstand.}$$

Wenn n die Anzahl der Nickeldrähte bezeichnet, so muß folgende Beziehung bestehen:

$$0{,}0120 = n \cdot 0{,}001\,;$$

daraus folgt

$$n = 12.$$

693. Man will 110 Tantallampen (0,34 A, 110 V) in 55 Reihen von je 2 Lampen aufstellen. Die Dynamo möge 0,61 Θ und die Leitung 1,3 Θ haben. Wie groß muß dann die e. m. K. der Dynamo sein?

Antwort: Die e. m. K. ergibt sich nach

$$E = J \cdot R.$$

Die nötige Strommenge ergibt sich zu

$$J = 55 \cdot 0{,}34\ \mathrm{A} = 18{,}7\ \mathrm{A}.$$

Der gesamte zu überwindende Widerstand ist

$$R = \left(0{,}6 + 1{,}3 + \frac{2 \cdot 110}{55 \cdot 0{,}32}\right)\Theta = 11{,}7\ \Theta.$$

Demnach wird

$$E = 18{,}7 \cdot 11{,}7\ \mathrm{V} = 219\ \mathrm{V}.$$

694. Eine Dynamo liefert den Strom zu 60 Wolframlampen (406 Θ, 0,24 A); die Lampen sind in 20 Reihen zu je 3 angeordnet; die Leitung hat 4,6 Θ, die Dynamo 2,4 Θ. Wie groß ist die e.m.K. dieser Dynamo?

Antwort:

$$E = J \cdot R = 20 \cdot 0{,}24 \times \left(2{,}4 + 4{,}6 + \tfrac{3416}{20}\right)\mathrm{V} = 361\ \mathrm{V}.$$

695. Wieviel Akkumulatoren (1,9 V mindestens, 0,02 Θ) sind nötig, um eine Dynamo Brow-Boveri zu ersetzen, welche 3,4 Θ und 770 V hat?

Antwort: Es seien y Reihen von x Elementen vorhanden, wo x und y ganze Zahlen bedeuten. Die e.m.K. einer Akkumulatorenreihe ist $x \cdot 1{,}9$ V oder, um der verlangten Spannung zu genügen, muß $x = \frac{770}{1{,}9} = 405$ Akkumulatoren in einer Reihe sein. — Der Batteriewiderstand ist $R = \frac{405 \cdot 0{,}02}{y}\,\Theta$, oder nach der gestellten Bedingung $R = 3{,}4\ \Theta$. Daraus findet sich $y = 2{,}3$ Reihen. Die nächste ganze Zahl ist $y = 3$ Reihen. Die Anzahl der nötigen Elemente beträgt sonach

$$N = x \cdot y = 405 \times 3 = 1215 \text{ Akkumulatoren}$$

Größere Akkumulatoren haben weniger Widerstand; so kann man die Größe durch den Widerstand bestimmen. So sei z. B. $y = 1$ Reihe. Im vorliegenden Beispiel muß der Widerstand z eines Akkumulators der einen Reihe $\frac{405 \cdot z}{1}\,\Theta = 3{,}4\,\Theta$ betragen. Daraus wird

$$z = \frac{3{,}4}{405}\,\Theta = 0{,}008\,\Theta$$

statt 0,02 Θ, wie früher angenommen. Mit Akkumulatoren von 0,008 Θ Widerstand ist nur eine Reihe nötig, und muß aus

$$\frac{770}{1{,}9} = 405$$

Akkumulatoren bestehen.

696. In einem der Zweige eines Büschels stellt man ein Ampèremeter ein; dieses zeigt 0,0532 A und hat 235 Θ Widerstand. Der zweite Zweig hat 1,52 Θ Widerstand. Wie groß muß in diesem Zweig die Stromstärke sein?

Antwort: Die Leitungsfähigkeiten dieser Zweige sind 1/235 und 1/1,52. Die Stromstärken sind den Leitungsfähigkeiten proportional; also

$$i_2 : 0{,}0532 = \frac{1}{1{,}52} : \frac{1}{235}.$$

Daraus folgt, daß

$$i_2 = 8{,}225\,\text{A}$$

ist.

697. Die Zweige eines gleichen Stromkreises haben r_1 und r_2 Widerstand und i_1 Strom im ersten Zweig. Wie groß ist sie im zweiten Zweig?

Antwort: Ist i_1 nach 671. die gesuchte Stromstärke und i diejenige des Stromkreises, dann wird

$$i_1 = \frac{i r_2}{r_2 - r_1} \qquad \text{und} \qquad i_2 = \frac{i r_1}{r_2 - r_1}.$$

Daraus folgt durch Elimination von i

$$i_2 = \frac{i_1 r_1}{r_2}.$$

698. In einer Verzweigung von 2 Zweigen sei der Strom im Zweig mit r_1 nur ein $n$tel des Stromes im anderen Zweig. Wie groß ist der Widerstand im anderen?

Antwort: Nach 697. verhalten sich die Widerstände wie die Ströme, so daß

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\frac{1}{n} i}{i}, \qquad \text{also} \qquad r_2 = n \cdot r_1 .$$

699. Der in einem Zweig liegende Ampèremeter zeigt 0,775 A an; es hat 148 Θ. Im Hauptdraht zeigt das Ampèremeter 7,750 A an. Wie groß muß der Widerstand des zweiten Zweiges sein?

Antwort: Weil der Hauptstrom 7,750 A beträgt, müssen die Stromstärken im ersten Zweig 0,775 und im zweiten Zweig 6,975 A sein. Weil die Zweigwiderstände den Stromstärken umgekehrt proportional sein müssen, ist

$$\frac{0{,}775}{6{,}975} = \frac{x}{148},$$

woraus

$$x = 16{,}444 \ \Theta.$$

700. Der Strom in einem Zweig soll der $n$te Teil des Hauptstromes sein?

Antwort: Sei i der Strom in der Hauptleitung; dann soll in einem Zweig $\frac{i}{n} = i_1$ sein und im andern Zweig

$$i - i_1 = i_2 = i - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n} \cdot i$$

sein. Damit diese Ströme wirklich in den Zweigen fließen, müssen sich ihre Widerstände umgekehrt wie die Ströme verhalten, also

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\frac{n-1}{n} i}{\frac{i}{n}}$$

oder

$$r_1 = (n-1) r_2$$

gemacht sein.

701. Welche Widerstände müssen 2 Zweige haben, so daß die Ströme in den Zweigen sich wie 1/100 verhalten?

Antwort: Nach 700. wird $r_1 = (100 - 1) r_2 = 99 r_2$ sein.

702. Um den Strom in einer Hauptleitung zu bestimmen, hat man 2 Zweige gemacht; im ersten Zweig ist ein Galvanometer mit 148,5 Θ; im zweiten Zweig einer mit 1,5 Θ. Im ersten Zweig fließen 0,0078 A, wieviel in der Hauptleitung?

Antwort: Nach 700. wird

$$148{,}5 = (n-1)\cdot 1{,}5, \qquad \text{also} \qquad i = 0{,}78\ \text{A}.$$

703. Zwei Punkte sind durch 3 Drähte verbunden; der erste enthält einen Akkumulator mit 2,0 V e. m. K. und 0,66 Θ; von den beiden anderen Drähten enthält der eine 16 Θ, der andere 2 Θ. Wie stark ist der Strom in den 3 Drähten? (Fig. 51.)

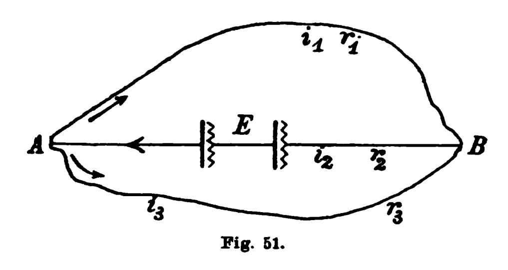


Fig. 51.

Antwort: Nach Kirchhoffs Sätzen ist

$$i_2 = i_1 + i_3; \qquad i_1 r_1 + i_2 r_2 = E; \qquad i_1 r_1 - i_3 r_3 = 0.$$

Durch Auflösung nach i_1, i_2, i_3 wird

$$i_1 = \frac{r_3 E}{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}; \qquad i_2 = \frac{(r_1 + r_3) E}{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3};$$

$$i_3 = \frac{r_1 E}{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3}.$$

Für die angegebenen Zahlenwerte wird

$$i_1 = 0{,}9\ \text{A}; \qquad i_2 = 0{,}89\ \text{A}; \qquad i_3 = 0{,}73\ \text{A}.$$

704. Zwischen 2 Punkten sind 3 Drähte gelegt; im ersten Draht ist ein Daniell (1,079 V) eingeschaltet, im zweiten ein Grove-Element (1,956 V); die Widerstände betragen $r_1 = 5$ Θ; $r_2 = 11$ Θ; $r_3 = 23$ Θ. Wie stark sind die Ströme i_1, i_2, i_3 in den 3 Zweigen, wenn die positiven Pole beider Elemente nach demselben Punkt *A* gerichtet sind? (Fig. 52.)

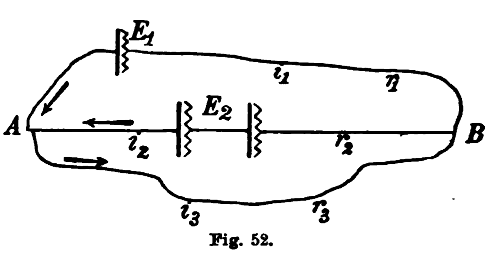


Fig. 52.

Antwort: Nach den Kirchhoffschen Sätzen bestehen die drei Gleichungen

$$i_1 + i_2 = i_3; \qquad i_1 r_1 + i_3 r_3 = E_1; \qquad i_2 r_2 + i_3 r_3 = E_2;$$

woraus

$$i_1 = \frac{(r_2 + r_3) E_1 - r_3 E_2}{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3} = -0{,}022 \text{ A};$$

$$i_2 = \frac{(r_1 + r_3) E_2 - r_3 E_1}{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3} = 0{,}078 \text{ A};$$

$$i_3 = \frac{r_1 E_2 + r_2 E_1}{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3} = 0{,}1 \text{ A}.$$

705. Die 6 Kanten eines Tetraeders $ABCO$ werden von leitenden Drähten gebildet. In der Kante BC, welche der Kante AO gegenüberliegt, befindet sich ein Element von E e. m. K.; die Widerstände in den einzelnen Zweigen BC, AC, AB, OA, OB, OC sind $r_1, r_2, \dots r_6$. Welcher Strom fließt in jedem der Zweige? (Fig. 53.)

Fig. 53.

Antwort: Nach den Kirchhoffschen Sätzen wird

$$i_1 - i_5 - i_3 = 0;$$

$$i_3 + i_4 - i_2 = 0;$$

$$i_2 + i_3 - i_1 = 0;$$

$$i_3 r_3 - i_4 r_4 - i_5 r_5 = 0;$$

$$i_4 r_4 + i_2 r_2 - i_6 r_6 = 0; \qquad i_1 r_1 + i_2 r_2 + i_3 r_3 = E.$$

Durch Auflösung dieser Gleichungen erhält man

$$i_1 = \frac{\{E[r_4(r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6) + (r_2 + r_6)(r_3 + r_5)]\}}{N};$$

$$i_2 = \frac{\{E[r_4(r_5 + r_6) + r_6(r_3 + r_5)]\}}{N};$$

$$i_3 = \frac{E \cdot [r_4(r_5 + r_6) + r_5(r_2 + r_6)]}{N};$$

$$i_4 = \frac{E(r_2 r_5 - r_3 \cdot r_6)}{N};$$

$$i_5 = \frac{E[r_4(r_2 + r_3) + r_3(r_4 + r_2)]}{N};$$

$$i_6 = \frac{E[r_4(r_2 + r_3) + r_2(r_3 + r_5)]}{N}.$$

Hierin ist

$$N = r_1 r_4 (r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6) + r_1 (r_2 + r_6)(r_3 + r_5) +$$
$$+ r_4 (r_5 + r_6)(r_2 + r_3) + r_5 \cdot r_6 (r_2 + r_3) + r_2 r_3 (r_5 + r_6).$$

706. In einem der Zweige eines tetraedrischen Stromkreises liegt ein Element; im gegenüberliegenden Zweig befindet sich ein sehr empfindliches Galvanometer. In gewissen Fällen zeigt das Galvanometer eine Stromstärke von $i_4 = 0$ an. Wie muß der Stromkreis aussehen? (Wheatstonesche Brücke.)

Antwort: Man kann nur auf die Stromstärke $i_4 = 0$ kommen, wenn

$$r_2 r_5 - r_3 r_6 = 0$$

besteht; also wenn

$$\frac{r_2}{r_3} = \frac{r_6}{r_5}.$$

707. Man weiß, daß die Stromstärke im Galvanometer Null ist, wenn in einem tetraedrischen Stromkreis (Wheatstonesche Brücke) das empfindliche Galvanometer dem Element gegenüber steht. Es seien in diesem Fall die Widerstände der drei anderen Zweige $r_2 = 723{,}7\ \Theta$ und $r_3 = 276{,}3\ \Theta$ und $r_6 = 4867\ \Theta$. Wie groß muß in diesem Falle der Widerstand im vierten Zweige r_5 sein?

Antwort: Nach der oben gefundenen Proportion

$$\frac{r_2}{r_3} = \frac{r_6}{r_5}$$

muß

$$r_5 = 1858{,}1\ \Theta$$

sein.

708. Man will den Zustand eines Blitzableiters untersuchen. Durch 2 lange Drähte verbindet man die oberste Spitze des Blitzableiters und den der Erde nächsten Punkt, um die Wheatstonesche Brücke herzustellen. Der zweite Zweig der Brücke enthält 5 Θ. Die empfindliche Bussole zeigt keinen Ausschlag, wenn im Meßdraht 562 mm und 438 mm eingestellt wird. Wenn die Hilfsdrähte verbunden werden, so zeigt die Bussole keinen Ausschlag, wenn 472 mm und 528 mm eingestellt wird. Wie groß ist der Widerstand des Blitzableiters?

Antwort: Es sei f der Widerstand der Hilfsdrähte und p der Widerstand des Blitzableiters. Aus den ersten gegebenen Zahlen wird

$$\frac{(f+p)}{5} = \frac{562}{438},$$

daraus wird

$$f + p = 6{,}41 \; \Theta.$$

Das zweite Paar Zahlen gibt

$$\frac{f}{5} = \frac{472}{521};$$

woraus

$$f = 4{,}47 \; \Theta.$$

Aus beiden ergibt sich

$$p = 6{,}41 - 4{,}47 = 1{,}94 \; \Theta.$$

709. Welche Form nehmen die Ausdrücke für die Stromstärken an, wenn die Drähte noch ein Tetraeder bilden, wenn aber das Element in einem der von *O* ausgehenden Drähte liegt?

Antwort: Die Form der Ausdrücke ist dieselbe, weil alle Seitenkanten wieder ähnlich zum Element liegen wie vorhin.

710. Man hat eine tetraedrische Drahtverbindung hergestellt und in zwei gegenüberstehende Zweige die e. m. K. E_3 und E_6 eingeschaltet. Wie groß sind die Stromstärken in den einzelnen Zweigen? (Fig. 54.)

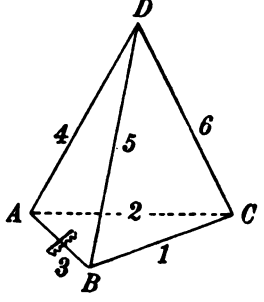


Fig. 54.

Antwort: Die Kirchoffschen Sätze ergeben

$$i_1 + i_5 - i_3 = 0; \qquad i_3 r_3 + i_4 r_4 + i_5 r_5 = E_3;$$
$$i_2 + i_4 - i_3 = 0; \qquad i_1 r_1 - i_5 r_5 - i_6 r_6 = E_6;$$
$$i_4 - i_5 - i_6 = 0; \qquad i_1 r_1 + i_3 r_3 + i_2 r_2 = E_3.$$

Durch deren Auflösung findet man

$$i_5 = \frac{r_4 \{ (r_1 r_2 + r_1 r_4 + r_1 r_6 + r_2 r_6) E_3 - (r_1 r_4 + r_2 r_3 + r_2 r_4 + r_3 r_4) E_6 \}}{(r_2 r_5 - r_1 r_4)(r_1 r_4 - r_3 r_6) + (r_5 r_6 + r_1 r_4 + r_4 r_5 + r_4 r_6)(r_1 r_4 + r_2 r_4 + r_3 r_4 + r_2 r_3)}$$

$$i_3 = \frac{r_4 \{ (r_1 r_2 + r_1 r_4 + r_1 r_6 + r_2 r_5 + r_2 r_6 + r_4 r_5 + r_4 r_6 + r_5 r_6) E_3 + (r_2 r_5 - r_1 r_4) E_6 \}}{N}.$$

Der Ausdruck i_5 bezieht sich auf einen Zweig, der kein Element enthält, während i_3 durch ein Element geht.

711. Wie ändern sich die Ausdrücke für die Stromstärken, wenn eines der Elemente in dem vorhin angegebenen tetraedrischen Kreis umgekehrt wird?

Antwort: Aus Symmetriegründen erfolgt keine Änderung.

712. Man hat eine Drahtverbindung, in welcher die einzelnen Drähte so liegen wie die Kanten einer abgestumpften Pyramide; ein Element ist in eine Kante der Grundfläche eingeschaltet. Wie verhalten sich die Widerstände in den einzelnen Zweigen, wenn die Bedingung erfüllt ist, daß kein Strom in dem den Elementen gegenüberliegenden, nicht parallelen Zweig fließt (Doppelbrücke von Sir W. Thomson)? (Fig. 55.)

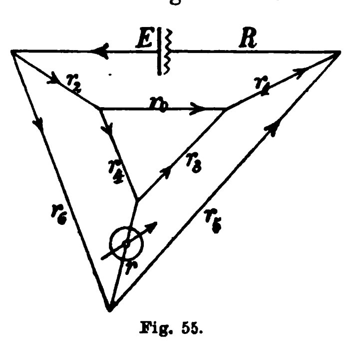


Fig. 55.

Antwort: Sind die Widerstände wie in Fig. 55 bezeichnet, die Stromstärken entsprechend beziffert und ist $i_3 = 0$, so ergeben die Kirchhoffschen Sätze

$$i_3 = i_4; \qquad i_5 = i_6; \qquad J = i_1 + i_5 = i_2 + i_6;$$

also

$$i_1 = i_2.$$

Ferner

$$i_1 = i_0 + i_3; \qquad i_0 r_0 - i_3 r_0 - i_4 r_4 = 0;$$

$$i_1 r_1 - i_5 r_5 - i_3 r_3 = 0; \qquad i_2 r_2 + i_4 r_4 - i_6 r_6 = 0.$$

Hieraus

$$\frac{r_5}{r_6} = \frac{i_1 r_1 + i_3 r_3}{i_1 r_2 + i_3 r_4};$$

oder, wenn man

$$i_1 = \frac{i_3}{i_0}(r_0 + r_3 + r_4)$$

ersetzt, so wird

$$\frac{r_5}{r_6} = \frac{\left\{r_1 + \frac{r_0 r_3}{r_0 + r_3 + r_4}\right\}}{r_2 + \frac{r_0 r_4}{r_0 + r_3 + r_4}}.$$

Wählt man außerdem die Widerstände r_3, r_4, r_5, r_6 so, daß $r_3/r_4 = r_5/r_6 = n$, so ist auch $r_1/r_2 = n$. Bei dieser Anordnung und bei bekanntem r_1 hat man dann

$$r_2 = \frac{r_1}{n}.$$

713. Ein Stromkreis ist zwischen den Punkten A und B zerschnitten und die Lücke durch die Drähte ACB und ADB aus-

gefüllt; die beiden Punkte C und D sind durch einen Draht verbunden, der m Θ Widerstand hat; die Stromstärke von A nach B ist J A; jene in CD ist i A. Die Zweige AB, BC, BD, AD haben a, b, c, d Θ; sie führen i_1, i_2, i_3, i_4 A Strom. Die Potentialdifferenz zwischen A und B ist E V. Wie groß ist der Widerstand R, der dem Stromkreis zwischen A und B gleichwertig ist?

Antwort: Nach den Kirchhoffschen Regeln wird

$$i_1 a + i_2 b = E;$$
$$i_3 c + i_4 d = E;$$
$$im + i_2 b + i_4 d = E;$$
$$i_1 + i_4 = i_2 + i_3;$$
$$i + i_3 - i_4 = 0;$$
$$i_1 + i_4 = J.$$

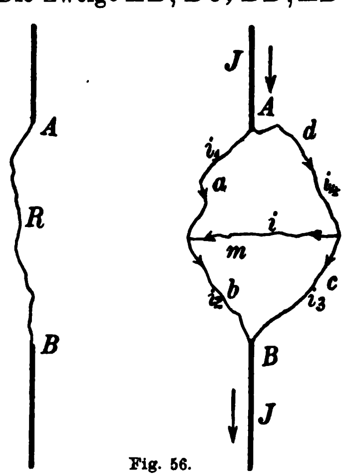


Fig. 56.

Wenn man aus ihnen i, i_1, i_2, i_3, i_4 eliminiert, wird

$$J = E \cdot \frac{(b+c)(a+d) + m(a+b+c+d)}{(a+b)[cd+cm+dm] + ab(c+d)}.$$

Durch Vergleichung mit dem Ohmschen Gesetz erhält man als „gleichwertigen Widerstand“

$$R = \frac{(a+b)[cd+cm+dm] + ab(c+d)}{(b+c)(a+d) + m(a+b+c+d)}.$$

714. In dem vorgehenden Stromkreis sei $a = 247{,}1$; $b = 160{,}9$; $c = 21{,}5$; $d = 512{,}0$; $m = 4{,}25$ Θ. Wie groß ist der gleichwertige Widerstand dieses Stromkreises? — Wie groß wäre der Widerstand zwischen A und B, wenn der Draht CD gebrochen wäre? — Wie groß wäre der Widerstand, wenn die beiden Punkte C und D sich berühren würden?

Antwort: Nach der eben gefundenen Formel wird

$$R = 142\ \Theta.$$

Die Lösung in 679. gibt die zweite Antwort, daß $R_1 = 231$ Θ. — Man findet dieselbe Antwort, wenn man Zähler und Nenner der

allgemeinen Formel durch m dividiert und nachher $m = \infty$ setzt. — Wenn man $m = 0$ setzt, wird

$$R_3 = 185{,}7\ \Theta.$$

715. Ein Spiegelgalvanometer von $m = 360\ \Theta$ und ein Akkumulator stehen im gleichen Kreis, der $d = 0{,}3\ \Theta$ Widerstand hat. Nach der Anordnung der Wheatstonschen Brücke vergleicht man zwei Widerstände, die $a = 0{,}4\ \Theta$ und $b = 0{,}8\ \Theta$ haben, und ein zweites Mal durch $a_1 = 1000\ \Theta$ und $b_1 = 15\,000\ \Theta$. Der Meßdraht ADB hat 0,60 Θ Widerstand. Wie groß ergeben sich in den beiden Fällen die „gleichwertigen Widerstände" für diesen Akkumulator? — Wie verhalten sich die zwei Stromstärken? — Wie groß wäre der gleichwertige Widerstand, wenn der Draht CD nicht gezogen wäre?

Antwort: Durch die Brücke CD findet man, wenn Gleichgewicht hergestellt ist, zunächst den Widerstand der beiden Abschnitte AD und DB, deren Summe 0,6 Θ beträgt. Nach der grundlegenden Beziehung (706.) findet man

$$\frac{a}{b} = \frac{d}{c} \qquad \text{oder} \qquad \frac{(a+b)}{a} = \frac{(c+d)}{d},$$

in unserem Fall

$$\frac{1{,}2}{0{,}4} = \frac{0{,}6}{d},$$

woraus

$$d = 0{,}2 \qquad \text{und} \qquad c = 0{,}4.$$

Der gleichwertige Widerstand zwischen A und B wird

$$R_1 = 0{,}40002\ \Theta.$$

Durch die Werte

$$a_1 = 1000 \qquad \text{und} \qquad b_1 = 15\,000\ \Theta$$

findet man

$$R_2 = 0{,}59\,998\ \Theta.$$

Der Akkumulator hat beide Male die gleiche e. m. K.; daher wird das verlangte Verhältnis der Stromstärken dem Verhältnis der Widerstände gleich, so daß

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{0{,}59\,998}{0{,}40\,002} = \frac{3}{2}.$$

Der Akkumulator gibt folgende Stromstärken

$$i_1 = \frac{2}{0{,}4} = 5\ \text{A} \qquad \text{und} \qquad i_2 = \frac{2}{0{,}6} = 3{,}33\ \text{A}.$$

Wenn die Brücke CD abgebrochen ist, wird der gleichwertige Widerstand (681.)

$$R_1 = 0{,}40002 \quad \text{und} \quad R_2 = 0{,}59998\ \Theta,$$

also die gleichen Werte wie oben; auch wenn die Brücke geschlagen ist, geht kein Strom durch CD, so daß sein Widerstand m wirkungslos bleibt.

716. In einem Stromkreis liegen die zwei Punkte A und B; zwischen ihnen liegt ein einem Tetraeder (Fig. 57) oder einem vollständigen Viereck (Fig. 58) ähnlicher Stromkreis (ähnlich wie der Stromkreis in 713., der einem einfachen Draht (Fig. 59) parallel ist). Wie groß ist der „gleichwertige Widerstand" zwischen A und B?

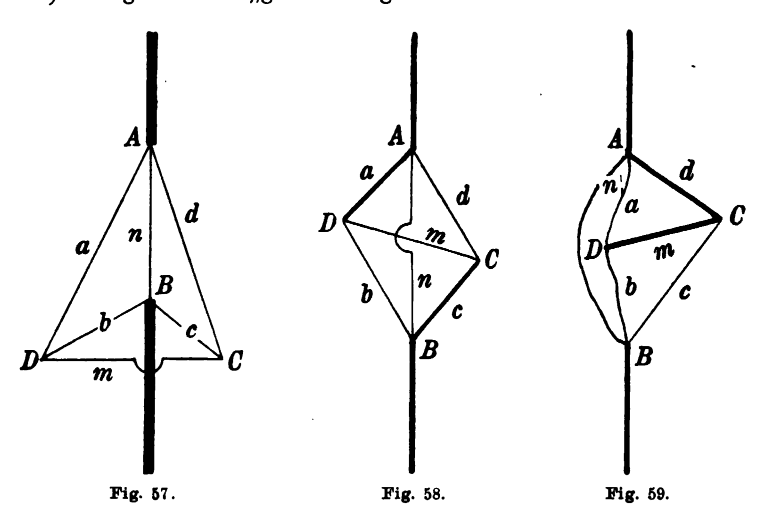


Fig. 57. Fig. 58. Fig. 59.

Antwort: Die Buchstaben a, b, c, d, m, n bezeichnen die Widerstände der danebenstehenden Zweige. Der dritte Stromkreis zeigt, daß man den Widerstand in den Drähten $ABCD$ durch R', nach 713., darstellen kann, so daß es nur nötig ist, diesen Widerstand R' und den Widerstand n (nach 681.) zusammenzufassen; also

$$R = \frac{nR'}{(n + R')},$$

$$R = \frac{n[m(a+b)(c+d)+ac(b+d)+bd(a+c)]}{m(a+b)(c+d)+n(a+d)(b+c)+ac(b+d)+bd(a+c)+mn(a+b+c+d)}.$$

XXVI. Die induzierte elektromotorische Kraft.

717. Auf einer Rhumkorffschen Induktionsspule sind 100 km dünner Draht aufgewickelt; sie gibt 15 cm lange Funken (40000 𝔙); der Durchmesser der äußersten Schicht beträgt 14 cm. Wie groß ist die Potentialdifferenz, welche zwischen zwei möglichst nahegelegenen Punkten zweier aufeinanderfolgenden Windungen herrscht?

Antwort: Die ganze Länge des dünnen Drahtes beträgt 10^7 cm; so besteht zwischen zwei um 1 cm abstehenden Punkten des ausgespannt gedachten Drahtes eine Spannung von $40000 \cdot 10^{-7} = 4 \cdot 10^{-3}$ 𝔙. Eine Windung der äußersten Schicht ist 14π cm lang; die genannten Punkte werden also einen Spannungsunterschied zeigen, welcher demjenigen der Entfernung 14π cm gleichkommt, also 0,176 𝔙.

718. Welchen maximalen Spannungsunterschied können zwei Punkte haben, welche möglichst nahe aneinander liegen, aber zwei übereinanderliegenden Schichten angehören, wenn die Spule 30 cm lang ist und 0,02 cm dicken Draht hat?

Antwort: Diejenigen Windungen, welche den größten Spannungsunterschied haben, liegen am einen Ende der Spule; das zwischenliegende Drahtstück bildet genau die ganze vorletzte und die ganze letzte Schicht; seine Länge beträgt also

$$\frac{30}{0{,}02} \cdot 14\pi + \frac{30}{0{,}02}(14 - 2 \cdot 0{,}02)\pi = 132811 \text{ cm}.$$

Der Spannungsunterschied in den zwei Punkten beträgt also nach 717.

$$131811 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 527{,}2 \text{ 𝔙}.$$

719. In einem Ringelektromagnet A hat man ein Zwischeneisen ausgespart, um eine plattenförmige Spule B durchzuschieben. Diese Spule B umschließt das Zwischeneisen; die Windungsebenen sind senkrecht auf den Ring gestellt. Eine Vorrichtung erlaubt die Spule B in einem gegebenen Augenblick herauszureißen. Die Spule B ist durch dünne, biegsame Drähte mit einem Voltmeter verbunden. Was muß das Voltmeter anzeigen im Augenblick, wo man die Spule B abreißt? — Wie groß, wenn die Durchlässigkeit des Eisens mit den verschiedenen Stromstärken verschieden ist?

Antwort: Man nehme an, daß für die Stromstärke $i = 1$ 𝔄 das magnetische Feld der Spule A eine Stärke erzeugt von $\mathfrak{H}_1 = 1{,}67$.

Dann werden die Feldstärken für die Ströme von 2 A und 3 A verdoppelt und verdreifacht. Die zugehörigen Werte werden

bei i =	1 A	2 A	3 A	
das $\mathfrak{H}$ =	1,66	3,32	5	Gauß
μ =	3000	2500	2000	
$\mathfrak{B} = \mu\mathfrak{H}$ =	5000	8300	10000	Gauß
$\mathfrak{M}$ =	5000 F	8300 F	10000 F	Maxwell
E =	c. 5000 F	c. 8300 F	c. 10000 F.	

Die Zahlen für μ sind aus Tafel XV entnommen; F bedeutet den Kernquerschnitt, c = eine Konstante. —

Daraus ersieht man, daß die e. m. K. oder die Angaben des Voltmeters den Stromstärken 1 : 2 : 3 nicht proportional sind, sondern sich wie

$$50 : 83 : 100$$

verhalten.

Wenn die Stromstärke von 1 A eine Feldstärke von $\mathfrak{H}$ = 4 Gauß erzeugt hätte, so hätten die anderen Stromstärken

$$i_1 = 1 \text{ A}, \quad i_2 = 2 \text{ A}, \quad i_3 = 3 \text{ A}$$

die e. m. K. E erzeugt, die

$$90 : 120 : 132$$

proportional gewesen wäre.

720. Es habe der Elektromagnet 100000000 Einheiten (Maxwell) magnetischen Fluß. Man läßt senkrecht zur Richtung der Kraftlinien eine einzige Windung B in der Zeit einer Sek. durchfallen. Wie groß ist die entstehende e. m. K. (die Angabe des Voltmeters)?

Antwort: Sie ist 1 Volt.

Das Volt ist in dieser Weise durch die Kraftlinien und die Zeit definiert; dies ist ein Übereinkommen!

721. Eine Spule ohne Kern von 1600 Windungen ist auf den Elektromagneten in 604. so aufgesetzt, daß ihre Achse mit der Achse der Magneten zusammenfälllt. Von der Stellung aus, wo ihre Achse den Schenkeln des Hufeisens parallel ist, dreht man die Spule eine Vierteldrehung. Welche e. m. K. (in Volt) wird erzeugt, wenn die Viertelumdrehung in 0,05 Sek. gemacht wird?

Antwort: Bei der Anfangsstellung gehen keine Kraftlinien

durch die drehbare Spule; nach einer Vierteldrehung sind es 200000 Kraftlinien; also 200000 Gauß mehr als am Anfang. Die e.m.K. des induzierten Stromes ist dieser Kraftlinienzahl und der Windungszahl 1600 direkt und der Zeit, die die Spule nötig hat, um die Viertelumdrehung zu machen, umgekehrt proportional. Weil man diese e.m.K. in Volt ausdrücken will, so muß die Zahl durch 100000000 dividiert werden. Daraus folgt für die e.m K.

$$E = \frac{200000 \times 1600}{0{,}05} \times \frac{1}{100000000} = 64 \text{ V}.$$

722. Auf einem ringförmigen Rahmen ist ein Draht in 18 Windungen aufgewickelt; derselbe kann um eine vertikale Achse gedreht werden und hat 15 cm Radius. Der Widerstand des Drahtes beträgt $R = 0{,}4 \cdot 10^9$ E.M.E. Welche Stromstärke kann in ihm durch Rotation im erdmagnetischen Feld erzeugt werden, wenn die Horizontalkomponente den Wert $H = 0{,}2$ Einheiten $[\mathrm{gr}^{1/2}, \mathrm{cm}^{-1/2}, \mathrm{sec}^{-1}]$ (Gauß) hat und der Rahmen mit der Geschwindigkeit $\omega = 8$ cm rotiert?

Antwort: Wenn eine Spule eine einzige Windung mit der Fläche F hat und sie sich in einem magnetischen Feld von gleichförmiger Intensität $\mathfrak{M}$ Maxwell bewegt, so wird während einer ganzen Umdrehung ein Strom erzeugt, dessen e.m.K.

$$E = 2F\mathfrak{M}$$

ist. Wenn nun die Rotationsgeschwindigkeit ω ist, die Spule aus n kreisförmigen Windungen und die rotierende Spule aus Kreisen vom Radius r besteht, so wird jene Beziehung

$$J \cdot R = E = 2\pi r^2 \cdot n \cdot \mathfrak{M} \cdot \varphi,$$

woraus

$$J = \frac{2\pi n \cdot \mathfrak{M} \cdot r^2 \varphi}{R}.$$

Im vorgelegten Beispiel wird der Strom

$$J = 1{,}018 \cdot 10^{-4} \text{ E.M.E.}$$

723. Ein kreisförmiger Rahmen von 14 cm mittlerem Radius und $n = 8$ Windungen macht 100 Umdrehungen in der Sek.; das homogene magnetische Feld hat eine Stärke von $H = 0{,}2$ Einheiten $[\mathrm{gr}^{1/2}, \mathrm{cm}^{-1/2}, \mathrm{sec}^{-1}]$ Gauß, und der induzierte Strom soll $J = 0{,}001$ E.M.E. betragen. Welchen Widerstand muß der aufgewundene Draht haben?

Antwort: $R = 1{,}238 \cdot 10^9$ E.M.E.

724. Ein rechteckiger Stromkreis dreht sich in der Sek. $n = 400$ mal um seine Achse; das umgebende Feld hat $\mathfrak{H} = 120$ Gauß, dessen Kraftlinien senkrecht zur Rotationsachse verlaufen. Die der Rotationsachse parallele Seite des Stromkreises hat $l = 150$ cm Länge; diese Seite ist von der Achse um $D = 50$ cm entfernt. Wie groß wird die Potentialdifferenz zwischen den beiden Bürsten?

Antwort: Nur die der Achse parallelen Seiten erzeugen den Strom, weil nur sie die Kraftlinien schneiden. Im Augenblick, wo das Rechteck mit der Vertikalen den Winkel α macht, ist die Geschwindigkeit der zu $\mathfrak{H}$ senkrechten Seiten

$$v = 2\pi Rn \cdot \sin\alpha.$$

Weil die beiden e. m. K. der beiden Seiten sich übereinanderlagern, wird

$$E = 2\mathfrak{H}lv = 4\pi D \cdot ln\mathfrak{H} \sin\alpha.$$

Durch Integration über eine halbe Umdrehung findet man die mittlere e. m. K.

$$E' = \int_0^\pi 4\pi Dln\mathfrak{H} \sin\alpha \cdot d\alpha = 8\pi Dln\mathfrak{H} = 4\pi \frac{F\mathfrak{H}}{T},$$

wenn T die Dauer einer Umdrehung und F den Flächeninhalt des Rechtecks bezeichnet.

In unserem Fall wird die mittlere e. m. K.

$$E' = 90{,}5 \cdot 10^8 \text{ E.M.E.} = 90{,}5 \text{ V}.$$

725. Eine Dynamo, Manchester-Type, hat 140000 Gauß Kraftlinienerregung, die alle durch den Rotor (Trommel) gehen. Der Rotor macht in 0,02 Sek. eine halbe Umdrehung. Wie groß ist die in jeder Windung induzierte e. m. K.?

Antwort:

$$\frac{1400000 \times 1}{0{,}02 \times 10^8} \text{ V} = 0{,}7 \text{ V}.$$

726. Eine Gramme-Maschine hat einen Ringanker, auf dem 36 Spulen, jede mit 5 Windungen, sitzen, der magnetische Fluß beträgt 2600000 Einheiten (Maxwell); der Rotor macht 1500 Umdrehungen in der Minute. Wie groß ist die in jeder Windung induzierte e. m. K.?

Antwort: Die Windungen drehen sich abwechselnd durch Stellen größter und kleinster Kraftliniendichte; man sieht daraus,

daß die e. m. K. sich periodisch ändert. Es genügt aber, die mittlere e. m. K. in einer Windung zu betrachten. — Der magnetische Fluß $\mathfrak{M}$ teilt sich in zwei gleiche magnetische Ströme beim Eintritt in den Anker; jeder Strom hat 1 300 000 magnetische Einheiten (Maxwell). Andrerseits geht der magnetische Strom in der Zeit einer Vierteldrehung durch die Windungen mit (1 300 000—0) Maxwell. Die Zeit einer Vierteldrehung beträgt

$$\frac{60}{1500 \cdot 4} = 0{,}01 \text{ Sek.}$$

Daher wird die in einer Windung induzierte e. m. K.

$$E = \frac{1\,300\,000 \times 1}{0{,}01 \times 10^8} \text{ V} = 1{,}3 \text{ V}.$$

727. Wie groß wird die in einer Windung einer Ring-Dynamo induzierte e. m. K., wenn der magnetische Fluß $\mathfrak{M}$ Maxwell und die Umdrehungszahl in der Minute N beträgt?

Antwort: Wie in 726. findet man

$$E = \frac{2 N \mathfrak{M}}{60 \times 10^8} \text{ V}.$$

728. Ein horizontal gelegter Metallstab von 3 m Länge fällt mit gleichförmiger Bewegung und 200 cm Geschwindigkeit an einem Orte, wo die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus $H = 0{,}2$ Gauß beträgt; der Stab behält immer seine horizontale Richtung bei. Welche e. m. K. wird im Stabe erzeugt?

Antwort: Die e. m. K ist den sämtlichen eingeführten Größen proportional, und außerdem bewegt sich der Stab senkrecht zu den Kraftlinien; demnach wird

$$E = 0{,}2 \cdot 200 \cdot 300 \text{ E.M.E.} = 12\,000 \text{ E.M.E.} = 0{,}00012 \text{ V}.$$

729. Ein Metallstab von $l = 20$ cm Länge dreht sich um eines seiner Enden in einer Ebene, die zu den Kraftlinien eines gleichförmig magnetischen Feldes senkrecht steht; die Feldstärke sei $\mathfrak{H} = 6000$ Gauß. Wie groß ist die im Stab induzierte e. m. K., wenn der Stab $n = 25$ in der Sek. Umdrehungen macht?

Antwort: Das wirksame magnetische Feld ist

$$l^2 \pi = 20^2 \pi \text{ qcm}$$

groß, und in jedem qcm sind 6000 Gauß. Die verlangte e. m. K.

ist der im wirksamen Feld enthaltenen Anzahl Gauß und auch der Umdrehungszahl proportional; also

$$E = l^2\pi\mathfrak{H} \cdot n = 20^2\pi \cdot 6000 \cdot 25 \text{ E.M.E.} = 1{,}886 \cdot 10^8 \text{ E.M.E.} =$$
$$= 1{,}886 \text{ V}.$$

730. Eine Kupferscheibe dreht sich um ihren der Inklinationsnadel parallelen Durchmesser. Die Scheibe hat 30 cm Durchmesser; die Inklination beträgt 66 Grade; die horizontale Komponente des Erdmagnetismus hat $\mathfrak{H} = 0{,}198$ Gauß; die Scheibe macht $n = 30$ sek. Umdrehungen. Wie groß ist die zwischen dem Scheibenumfang und deren Mittelpunkt induzierte e. m. K.?

Antwort: Dem Inklinationswinkel von 66° entspricht $\mathfrak{H} = 0{,}198$ Gauß, die Totalintensität des Erdmagnetismus wird somit

$$T = \frac{\mathfrak{H}}{\cos i} = \frac{0{,}198}{\cos 66^0} = 0{,}487 \text{ E.M.E. } [\text{cm}^{-1/2}, \text{gr}^{1/2}, \text{sec}^{-1}] \text{ (Gauß)}.$$

Die durch das gleichmäßige Magnetfeld induzierte e. m. K. wird

$$E = r^2\pi T n = 15^2\pi \times 0{,}487 \times 30 \text{E.M.E.} = 10320 \text{E.M.E.} =$$
$$= 0{,}000103 \text{ V}.$$

731. Ein Eisenbahnzug fährt 90 km in der Stunde. Wie groß wird die zwischen zwei Schienen induzierte e.m.K.?

Antwort: Die Schienenebene und die vertikale Komponente des Erdmagnetismus sind senkrecht aufeinander. Es sei die vertikale Komponente $V = 0{,}43$ Gauß. Die Entfernung der beiden Schienen ist 1,44 m. Die Zuggeschwindigkeit ist

$$\frac{90\,000}{3600} \text{ m} = 25 \text{ m in der Sek.}$$

Die sekundliche durchlaufene Fläche ist durch die Schienen bestimmt und ist

$$144 \times 2500 \text{ qcm} = 360000 \text{ qcm}.$$

Weil 0,43 Kraftlinien auf den qcm kommen, so wird der in einer Sek. durch den Zug erzeugte magnetische Fluß

$$\mathfrak{M} = 0{,}43 \cdot 360000 \text{ Maxwell} = 154800 \text{ Maxwell}$$

Die zwischen den Schienen induzierte e.m.K. wird demnach

$$E = 154800 \text{E.M.E.}, \qquad \text{oder} \qquad E = 0{,}00155 \text{ V}.$$

732. In einem glockenförmigen Elektromagnet verlaufen die Kraftlinien in der Richtung der Zylinderradien. Damit ein 5 cm langer Metalldraht sich an dessen innerer Wand entlang bewegen könne, ist dieser durch 2 radiale und auf ihm senkrecht stehende Drahtstücke mit einem in der Zylinderachse liegenden Draht so verbunden, daß ein von der Achse herkommender Strom durch eines der radialen Stücke nach dem 5 cm langen Hauptstück und dann durch das andere radiale Stück wieder in die Achsenrichtung gelangen kann. Der Draht macht mit der Achse 2550 Umdrehungen in der Minute; an den Achsenenden besteht eine Potentialdifferenz von 0,0237 Volt. Wie stark muß das magnetische Feld sein?

Antwort: Nach bekannten Beziehungen wird

$$E = \mathfrak{H} v l \sin \varphi,$$

also aus

$$0{,}0237 \cdot 10^8 \text{E.ME.} = \mathfrak{H} \cdot \frac{2\pi \cdot 4 \cdot 2550}{60} \cdot 5 \sin 90^0,$$

woraus

$$\mathfrak{H} = 444 \text{ Gauß}.$$

733. Wie ändert sich die e.m.K., welche durch den Elektromagneten in 732. erzeugt wird, 1) wenn der einfache, 5 cm lange Draht durch vier gleiche und gleichweit abstehende Drähte ersetzt wird? — 2) wenn der Draht durch einen 8 cm dicken und 5 cm hohen Hohlzylinder ersetzt wird?

Antwort: Da die e.m.K. nicht von der Anzahl der Drähte abhängt, so wird sie unverändert bleiben. Alle angegebenen Abänderungen bewirken nur, daß die induzierte Strommenge eine andere wird.

XXVII. Arbeit. — Leistung (Effekt).

734. Wieviel Wasser läßt sich durch eine Pferdekraft-Stunde höchstens zersetzen?

Antwort: Nach 239. wird beim Zersetzen von 9 gr Wasser 1 gr H frei, und nach Taf. X entwickelt ein Coulomb 0,00001039 gr H. Man sieht hieraus, daß

$$\frac{1}{0{,}000010039} = 96245 \text{ Coulomb}$$

nötig sind, um 1 gr H zu entwickeln, oder um 1 gr Wasser zu zersetzen. Die nötige Spannung, bei der die Zersetzung des Wassers erfolgen kann, ist mindestens 1,46 V. Daraus folgt, daß man

$$9624^5 \cdot 1{,}46 = 143\,405 \text{ Volt-Coulomb (oder Joule)} = 143\,405 \text{ Watt}$$

eine Stunde lang aufwenden muß, um 9 gr Wasser zu zersetzen. Eine P.S.-Stunde enthält 735 · 3600 Watt-Sek.; daher entwickelt sie höchstens

$$\frac{735 \cdot 3600}{143\,405} \cdot 9 \text{ gr.} = 166 \text{ gr Wasser.}$$

1 K.W.-Stunde = 1000 · 3600 Watt-Sek. zersetzt also

$$\frac{3\,600\,000 \cdot 9}{143\,405} \text{ gr.} = 225{,}9 \text{ gr Wasser.}$$

735. Wie vieler Watt und wie vieler mkg bedarf es, um in 1 Sek. 1 gr Wasser zu zersetzen, wenn die Spannung an den Elektroden 2 V beträgt?

Antwort: Zur Zerlegung von 1 gr Wasser (in einer Sek.) sind 10694 A nötig; wenn die e.m.K. 2 V beträgt, muß folgende Arbeit geleistet werden:

$$A = 2 \cdot 10694 \text{ Watt} = 21\,388 \text{ Watt} = 21{,}388 \text{ K.Watt in der Sek.} =$$

$$= 21{,}388 \cdot 10^7 \text{ Erg} = \frac{21\,388 \cdot 10^7}{981 \cdot 10^5} \text{ mkg} = 2180 \text{ mkg/sec} = 29 \text{ P.S.}$$

736. Wie viele P.S. müssen aufgewendet werden, um durch 4 Θ einen Strom von 15 A zu treiben?

Antwort: Der Aufwand beträgt:

$$15^2 \cdot 4 \text{ Watt} = \frac{900}{735} \text{ P.S.} = 1{,}2 \text{ P.S.}$$

737. Durch 32 Ohm sollen 32 P.S. übertragen werden; wie stark muß der Strom sein?

Antwort: Aus der Beziehung

$$32 \text{ P.S.} = \frac{x^2 \cdot 32}{735}$$

ergibt sich

$$x = 27{,}13 \text{ A}.$$

738. Welcher Strom leistet eine Arbeit von 5,38 K.Watt (= 8 P.S.) in einem Stromkreis, wo 2000 V e.m.K. wirken?

Antwort: Aus der Leistung von

$$8 \text{ P.S.} = \frac{x \cdot 2000}{735}$$

folgt

$$x = 2{,}944 \text{ A}.$$

Oder aus

$$5{,}88 \text{ K.Watt} = 5\,880 \text{ Watt} = 2\,000 \cdot x \text{VA}$$

folgt

$$x = 2{,}94 \text{ A}.$$

739. Man verfügt über 20 P.S. (14,7 K.Watt) und verlangt 5 A. Wie groß darf der Widerstand des Stromkreises sein?

Antwort: Aus

$$14\,700 = 5 \cdot J \cdot R = 5 \cdot 5 \cdot R$$

wird

$$R = \frac{14\,700}{25} \Theta = 588 \Theta.$$

740. Welche e.m.K. muß eine Maschine haben, damit 4 P.S. (2,94 K.Watt) 28 A erzeugen können?

Antwort:

$$E = 105 \text{ V}.$$

741. Eine Dynamo hat 110 V e.m.K.; welchen Strom kann sie mit 6 P.S. (4,41 K.Watt) erzeugen?

Antwort:

$$J = \frac{735 \cdot 6}{110} \text{ A} = 40{,}1 \text{ A}.$$

742. Welche Arbeit in der Sekunde (Leistung) kann eine Batterie in einem äußeren Stromkreis leisten, wenn dieser $R_a = 32\,\Theta$ hat und der innere Widerstand $R_i = 1{,}6\,\Theta$, die e.m.K. $E = 15$ V ist?

Antwort: Der Strom beträgt

$$J = \frac{E}{R_a + R_i} = \frac{15}{32 + 1{,}6} \text{ A} = 0{,}446 \text{ A};$$

die verfügbare Leistung wird

$$L = \frac{J^2 R}{9{,}81} = \frac{0{,}446^2 \cdot 32}{9{,}81} \text{ mkg/sec.} = 0{,}65 \text{ mkg/sec.}$$

743. Ein Strom von 5 A geht in ein elektrolytisches Bad, das 0,6 Θ hat. Wie groß ist die in einer Minute verbrauchte elektrische Energie, die diesen Widerstand überwindet? — Welche Wärmemenge erhält das Bad in der Minute?

Antwort:

$$Q = 5^2 \cdot 0{,}6 \cdot 60 \text{ Joule} = 900 \text{ Joule} = \frac{5^2 \cdot 0{,}6}{9{,}81} \cdot 60 \text{ mkg.} = 91{,}74 \text{ mkg.} —$$

$$Q^1 = 0{,}24 \cdot J^2 \cdot R \cdot t = 0{,}24 \cdot 5^2 \cdot 0{,}6 \cdot 60 \text{ Cal.gr} = 215{,}3 \text{ Cal.gr in der Min.}$$

744. Welchen Nutzeffekt erzielt eine Batterie, welche bei 5,2 V e.m.K. und 18 Θ innerem Widerstand noch 0,25 A liefert?

Antwort: Ist x der Widerstand des Stromkreises, so ist

$$0{,}25 = \frac{5{,}2}{18 + x},$$

also

$$x = 2{,}8\ \Theta.$$

Die geleistete Energie beträgt

$$Q_n = \frac{0{,}25^2 \cdot 2{,}8}{9{,}81} = 0{,}018 \text{ mkg/sec.}$$

Die gesamte, in der Batterie und im äußeren Kreis erzeugte Energie wird

$$Q = \frac{0{,}25^2(18 + 2{,}8)}{9{,}81} \text{ mkg/sec.} = 0{,}133 \text{ mkg/sec.}$$

Hieraus ergibt sich der Nutzeffekt

$$\varrho = \frac{Q_n}{Q} = \frac{0{,}018}{0{,}133} = 0{,}135 = 13{,}5\,\%.$$

745. In welchem Falle beträgt der Nutzeffekt der Batterie 50%?

Antwort: Damit $\varrho = 50\%$, oder 0,5 sei, muß

$$Q_r = 0{,}5\, Q$$

sein, oder

$$\frac{J^2 R_a}{9{,}81} = 0{,}5 \cdot \frac{J^2 R}{9{,}81},$$

woraus

$$R_a = R_i$$

folgt; somit muß der äußere Widerstand R_a dem inneren oder auch der Hälfte des Gesamtwiderstandes R_1 gleich sein.

746. Unter welcher Bedingung erlangt der Nutzeffekt einer Batterie den größten möglichen Wert?

Antwort: Damit

$$\frac{Q_n}{Q} = \frac{J^2 R_a}{J^2(R_a + R_i)} = \text{Maximum},$$

also der Einheit gleich sei, muß

$$R_a = R_a + R_i,$$

also R_i ein Minimum sein.

Die Akkumulatoren erfüllen diese Bedingung sehr angenähert.

747. Wie groß ist der Nutzeffekt einer Batterie von 20 Daniell ($E = 1{,}1$; $R_i = 10$) in einem Stromkreise, dessen äußerer Widerstand 3000 Θ beträgt? — Wie groß ist der Nutzeffekt von 10 Akkumulatoren ($E = 2{,}1$; $R_i = 0{,}02$) in demselben Stromkreis?

Antwort: Das Verhältnis der nutzbaren Arbeit zur Gesamtarbeit ist dasselbe wie das Verhältnis des äußeren Widerstandes zum Gesamtwiderstand. Der Nutzeffekt der Daniellschen Batterie ist demnach allgemein

$$\varrho = \frac{W_D}{W_a} = \frac{J^2 R_a}{J^2(R_a + R_i)} = \frac{R_a}{R_a + R_i} = \frac{3000}{20 \cdot 10 + 3000} = 93{,}8\,\%,$$

während für die Akkumulatoren

$$\varrho_2 = 99{,}99\,\%$$

wird.

748. Wie groß ist der Nutzeffekt der Batterien in 747., wenn der äußere Widerstand nur 6 Θ beträgt?

Antwort: Für die Daniellsche Batterie wird

$$\varrho_1 = 2{,}7\,\%;$$

für die Akkumulatorenbatterie

$$\varrho_2 = 96{,}8\,\%.$$

749. Wie verhält sich die nutzbare Arbeit A_n der Daniellschen Batterie im Stromkreis mit 3000 Θ äußerem Widerstand zur nutzbaren Arbeit derselben Batterie, aber im Stromkreis mit 6 Θ äußerem Widerstand?

Antwort: Die Leistung oder die Arbeit in einer Sekunde hat in den beiden Fällen die Beträge

$$A_n = \frac{J^2 \cdot R_a}{9{,}81} = \left(\frac{E}{R_a + R_i}\right)^2 \cdot \frac{R_a}{9{,}81} = \left(\frac{20}{3000 + 200}\right)^2 \cdot \frac{3000}{9{,}81}\,\text{mkg/sec} =$$

$$= 0{,}0119\,\frac{\text{mkg}}{\text{sec}}$$

und

$$0{,}000378\ \text{mkg/sec},$$

so daß bei 3000 Θ äußerem Widerstand die nutzbare Arbeit 3,07 mal größer ist als bei 6 Θ äußerem Widerstand.

750. Eine Kohlenfadenlampe von 16 Kerzen Lichtstärke verlangt 100 V Spannung und 1,25 A; eine Tantallampe von 50 Kerzen

verlangt 100 V, 0,8 A. Welche Energie in Erg, in mkg und in Pferdestärken verbrauchen diese Lampen?

Antwort: Der Energiebetrag für die Kohlenfadenlampe ist

$$Q_1 = E \cdot J = 100 \cdot 10^8 \times 1{,}25 \cdot 10^{-1} = 125 \cdot 10^5 \text{ Erg in der Sek.} =$$

$$= 125 \text{ Watt} = \frac{125 \cdot 10^7}{981 \cdot 10^5} \text{mkg/sec} = 12{,}74 \text{ mkg/sec} = 0{,}17 \text{ P.S. in der Sek.}$$

Für die Tantallampe

$$Q_2 = 100 \cdot 0{,}8 = 80 \text{ Watt} = 8{,}16 \text{ mkg/sec} = 0{,}11 \text{ P.S. in der Sek.}$$

751. Man bestimme die in jeder Sekunde im äußeren Stromkreis von einer Batterie geleistete Arbeit, wenn die Batterie aus 20 Daniell von 1,1 V und 10 Ω gebildet wird und der äußere Widerstand a) 190 Ω, — b) 200 Ω, — c) 210 Ω beträgt.

Antwort:

a) 0, 05603 mkg; b) 0,056067 mkg; c) 0,056034 mkg.

752. Eine Bogenlampe verbraucht 12 A; die Kohlen zeigen eine Potentialdifferenz von 45 V an. Welche Energiemenge wird von ihr aufgezehrt?

Antwort:

$$Q = 12 \cdot 45 \text{ VA} = 540 \text{ Watt} = 540 \cdot 10^7 \text{ Erg} =$$

$$= 55{,}04 \text{ mkg/sec.}$$

753. Man will 3 Bogenlampen mit 12 A und 2 Ω hintereinander schalten; wie viele P.S. sind nötig?

Antwort:

$$Q = (3 \times 12 \cdot 10^{-1})^2 \times \tfrac{2}{3} \cdot 10^9 \text{ Erg} = 864 \cdot 10^7 \text{ Erg in der Sek.} =$$

$$= 0{,}864 \text{ K.Watt} = 1{,}18 \text{ P.S.}$$

754. Der Rotor einer Dynamo hat 0,5 Ω; die Leitungsdrähte haben 1,2 Ω und jede der 5 hintereinander geschalteten Bogenlampen hat 2 Ω. Welcher Bruchteil der Gesamtenergie wird demnach in den Lampen nutzbar verbraucht?

Antwort: Die gesamte im Stromkreis aufgewendete Energie ist

$$Q_t = \frac{J^2 R}{9{,}81} = \frac{J^2(0{,}5 + 1{,}2 + 5 \cdot 2)}{9{,}81} = \frac{J^2 \cdot 11{,}7}{9{,}81} \text{ mkg} = 1{,}19\, J^2 \text{ mkg},$$

während in den Lampen

$$Q_n = \frac{J^2 \cdot 5 \cdot 2}{9{,}81} \text{ mkg}$$

verbraucht wird, so daß der gesuchte Bruchteil

$$\frac{10}{11,7} = 0,86 \quad \text{wird und} \quad \frac{Q_n}{Q_t} = \frac{J^2 \cdot 10}{J^2 \cdot 11,7} = 0,86 \text{ der Energie.}$$

755. Eine Batterie hat 30 Akkumulatoren von je 2 V; ihr gesamter innerer Widerstand beträgt 0,01 Θ, derjenige der Leitungsdrähte 0,02 Θ und derjenige der 80 parallel geschalteten Lampen 0,22 Θ. Welcher Energieverbrauch entfällt auf eine Lampe?

Antwort: Die Batterie gibt den Strom

$$J = \frac{E}{R} = \frac{30 \cdot 2}{0,01 + 0,02 + 0,22} \text{ A} = 240 \text{ A},$$

also 3,0 A für die Lampe. — Da die 80 parallel geschalteten Lampen 0,22 Θ haben, so hat jede derselben

$$0,22 \cdot 80 = 17,6 \ \Theta.$$

Die von jeder Lampe verbrauchte Energie beträgt demnach

$$Q_L = 3^2 \cdot 17,6 \text{ Watt-sec} = 158,4 \text{ Watt-sec} = 0,020 \text{ P.S.}$$

756. Der äußere Stromkreis einer Dynamo enthält 40 Glühlampen in Parallelschaltung. Jede Lampe hat 120 Θ; die Dynamo wird mit 4 P.S. (2,94 K.W.) angetrieben; ihr Nutzeffekt beträgt 60 % bei 1,8 Θ innerem Widerstand; die Leitungsdrähte haben 1,2 Θ. Welche Energie verbraucht jede Lampe? — Wieviel Strom entfällt auf jede Lampe?

Antwort: Die 4 P.S. liefern $4 \times 75 \cdot 0,60$ mkg elektrische Energie.

Der Gesamtwiderstand des Stromkreises beträgt

$$\left(\tfrac{120}{40} + 1,8 + 1,2\right) \Theta = 6 \ \Theta,$$

so daß die elektrische Energie hiernach

$$Q = \frac{J^2 \cdot 6}{9,81} \text{ mkg}$$

betragen muß. Setzt man beide Energiemengen einander gleich, so wird

$$i = \frac{1}{40} J = \frac{1}{40} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 75 \cdot 0,6 \cdot 981}{6}} \text{ A} = 0,428 \text{ A}.$$

Von jeder Lampe wird sekundlich eine Energie von

$$0,428^2 \cdot 120 = 21,9 \text{ Joule}$$

verbraucht.

757. Drei Wolframlampen von 500 Θ sind hintereinander geschaltet. Mit welcher Kraft stemmen sie sich dem Durchgang eines Stromes von 0,22 A entgegen?

Antwort:

$$Q = 0{,}22^2 \times 3 \cdot 500 \text{ Watt} = 72{,}6 \text{ Watt}.$$

758. Bis zu welcher Höhe vermag ein vollständig geladener Akkumulator sein eigenes Gewicht zu heben? — Zu welcher Höhe vermag er ein auf ihn geladenes Gewicht mitzuschleppen, das 10 mal größer ist als das seinige?

Antwort: Ein Kilogramm eines guten Akkumulators hat eine Kapazität von ungefähr 7,5 A-St. oder

$$7{,}5 \cdot 3600 \text{ A-Sek.} = 27\,000 \text{ A-Sek.},$$

welche er mit einer e. m. K. von 2,0 V abgeben kann. Derselbe hat also für jedes kg Eigengewicht eine Energie von 54 000 Joule oder 5505 mkg. Diese Energie hebt 1 kg, d. i. sein eigenes Gewicht, bis auf 5505 m Höhe.

Wenn der Akkumulator außer seinem Gewicht noch ein 10 mal größeres mitschleppen muß, so wird die Höhe nur

$$\frac{5505}{11} \text{ m} = 500 \text{ m}$$

betragen.

XXVIII. Magnetelektrische Dynamos.

759. Die Messungen an einer Dynamo haben 75 V an den Polen, 0,52 Θ als Rotorwiderstand und $J = 5$ A Stromstärke bei 15 Θ äußerem Widerstand ergeben. Wie groß ist die e. m. K. der Dynamo?

Antwort: Die Spannung an den Klemmen ist mit der Stromstärke und dem äußeren Widerstand durch das Ohmsche Gesetz verbunden; sie muß also 5 · 15 V sein. Die e. m. K. der Dynamo ist größer als 75 V, nämlich um den Betrag, welcher den Strom durch den Rotor treibt. Dieser Betrag ist

$$E_a = 5 \cdot 0{,}52 \text{ V} = 2{,}6 \text{ V}.$$

Damit wird die gesuchte e. m. K.

$$E = (75 + 2{,}6) \text{ V} = 77{,}6 \text{ V}.$$

760. Eine Dynamo hat 88 V an den Klemmen, $J = 0{,}25$ A. Wie groß muß ihr Widerstand sein?

Antwort: Nach Ohms Gesetz wird

$$0{,}25 \cdot R_a = 88\ \mathrm{V}, \qquad \text{also} \qquad R_a = 352\ \Theta.$$

761. Wie groß muß man den Armaturwiderstand einer Dynamo wählen, damit ihr Nutzeffekt möglichst groß wird?

Antwort: Der Nutzeffekt wird ein Maximum, wenn die äußere Arbeit ein Maximum ist. Diese Arbeit ist dem Produkt Volt-Ampère proportional. Zugleich muß die in der Armatur verbrauchte Arbeitsmenge möglichst klein sein und, da die Stromstärke überall dieselbe ist, die in der Armatur wirkende e. m. K. möglichst klein sein. Nach dem Ohmschen Gesetz ist diese dem Produkt aus Strom und Widerstand gleich. Da erstere soll gegeben sein, so wird der Bedingung dadurch genügt, daß der innere Widerstand der Dynamo möglichst klein gewählt wird.

XXIX. Serien-Dynamos.

762. Eine große Edison-Dynamo hat 0,008 Θ inneren Widerstand und eine e. m. K. von 105 V. Welchen Strom kann sie bei Kurzschluß theoretisch erzeugen?

Antwort: Weil die Dynamo den Elementen vergleichbar sind und der äußere Widerstand Null ist, so ergibt das Ohmsche Gesetz

$$J = \frac{E}{R} = \frac{105}{0{,}008}\ \mathrm{A} = 13125\ \mathrm{A}.$$

763. Die primäre Dynamo, welche man bei der Kraftübertragung zwischen Paris und Creil (1880) benutzte, wurde mit 106 P. S. angetrieben; zwischen den Klemmen der Dynamo stieg die Spannung auf 6004 V und der Strom wurde 9,879 A. Wie groß war demnach der an den Klemmen der Dynamo verfügbare Effekt? — Wie groß der in der Dynamo verbrauchte Effekt? — Wie groß der Nutzeffekt?

Antwort: Der verfügbare Effekt betrug

$$6004 \cdot 9{,}879\ \mathrm{V}\text{-}\mathrm{A} = 59314\ \text{Watt};$$

der durch die Umsetzung hervorgebrachte Verlust betrug

$$(106 \cdot 735 - 59314)\ \text{Watt} = 18{,}6\ \text{K.W.}$$

Der Nutzeffekt war

$$\varrho = \frac{59314}{106 \cdot 735} = 0{,}761, \qquad \text{also} \qquad 76{,}1\,\%.$$

764. Eine in Paris stehende primäre Dynamo hatte 5456 V; sie erhielt 9,824 A und erzeugte eine mechanische Leistung von 52,1 P.S. (39 K.W.). Wie groß war ihr Nutzeffekt?

Antwort: Der aufgenommene Effekt ist

$$5456 \cdot 9{,}824 \text{ K.W.} = 53{,}6 \text{ K.W.};$$

demnach ist ihr Nutzeffekt

$$\frac{52{,}1 \cdot 735}{5 \cdot 3600} = 71{,}3\,\%.$$

765. Eine Gramme-Dynamo, Modell AC, gibt mit 5 P.S. (= 3,675 K.W.) den Strom 40 A mit 70 V Spannung an den Klemmen. Wie groß ist der Nutzeffekt?

Antwort: $$\varrho = \frac{40 \cdot 70}{5 \cdot 735} = 0{,}76 = 76\,\%.$$

766. Eine Dynamo von Oerlikon-Zürich verbraucht 260 P.S. und erzeugt 720 A bei 250 V. Wie groß ist ihr Nutzeffekt?

Antwort: $$\varrho = 0{,}94 = 94\,\%.$$

767. Die primäre Dynamo, welche zu den Versuchen über Kraftübertragung zwischen München und Miesbach (1882) diente, hatte 453 Θ inneren Widerstand, 1343 V an den Klemmen und gab 0,519 A. Welche verwendbare Energiemenge? — welche Gesamtenergie hat die Dynamo erzeugt?

Antwort: Von den Klemmen wurde

$$1343 \cdot 0{,}519 \text{ Watt} = 697 \text{ Watt}$$

abgegeben. Die Dynamo verbrauchte in ihrem Innern

$$0{,}519^2 \cdot 453 \text{ Watt} = 122 \text{ Watt}.$$

Die gesamte erzeugte Energiemenge betrug

$$(697 + 122) \text{ Watt} = 819 \text{ Watt}.$$

768. Eine Dampfmaschine gibt in jeder Sek. 225,14 mkg ab, um eine Dynamo anzutreiben. Der innere Widerstand ist $R_i = 0{,}024$ Θ, der äußere Widerstand $R_a = 0{,}1715$ Θ, die Stromstärke $J = 101{,}63$ A. Welche Energie wird in jeder Sek. im äußeren Stromkreis verausgabt? — Wieviel verbraucht der innere Widerstand? — Wie groß ist der elektrische Nutzeffekt? — Wie groß ist der mechanische Nutzeffekt?

Antwort: Ausgegebene Energie

$$Q_a = \frac{J^2 R_a}{9,81} = 101,68^2 \cdot \frac{0,1715}{9,81} \text{ mkg} = 180,7 \text{ mkg}.$$

Im Innern verbrauchte Energie

$$Q_i = \frac{J^2 R_i}{9,81} = 101,68^2 \cdot \frac{0,024}{9,81} \text{ mkg} = 25,3 \text{ mkg}.$$

Elektrischer Nutzeffekt

$$\varrho_e = \frac{J^2 R_a}{J^2 R_a + J^2 R_i} = \frac{R_a}{R_a + R_i} = \frac{180,7}{180,7 + 25,8} = 87,7\,\%.$$

Gesamter mechanischer Nutzeffekt

$$\varrho_m = \frac{(180,7 + 25,8)}{225,14} = 91,5\,\%.$$

Nutzbarer mechanischer Nutzeffekt

$$\varrho_n = \frac{180,7}{225,14} = 80\,\%.$$

769. Eine Gramme-Dynamo hat $R_1 = 1,82\ \Theta$ Armaturwiderstand, die Elektromagnetspulen $R_2 = 4,26\ \Theta$. Mit einem Aufwand von 8,7 P.S. (= 6,4 K.W.) bei 1355 Umdrehungen in der Minute erzeugt dieselbe $J = 14,1$ A bei 265 V. Man bestimme 1) die e.m.K. der Dynamo. — 2) die Energie in der Sek. im äußeren Kreis. — 3) die Energie in der Sek. in der Armatur? — 4) in den Elektromagnetspulen. — 5) den elektrischen Nutzeffekt. — 6) den gesamten mechanischen Nutzeffekt. — 7) den nutzbaren mechanischen Nutzeffekt! (Fig. 60.)

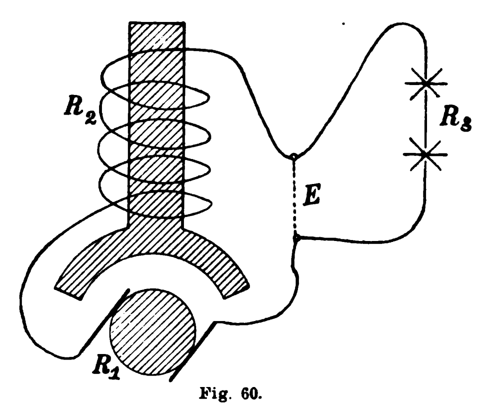


Fig. 60.

Antwort:

$$E = J \cdot R = [14,1\,(1,82 + 4,26) + 265]\,V = (85,7 + 265)\,V = 350,7\,V;$$

$$Q_a = 265 \cdot 14,1 \text{ Joule} = 3736.5 \text{ Joule} = 5,08 \text{ P.S.};$$

$$Q_1 = R_1 J^2 = 1,82 \cdot 14,1^2 \text{ Joule} = 361,8 \text{ Joule};$$
$$Q_2 = R_2 \cdot J^2 = 4,26 \cdot 14,1^2 \text{ Joule} = 846,9 \text{ Joule}$$
$$\varrho_e = \frac{J^2 R_3}{(J^2 R_3 + J^2 R_i)} = \frac{14,1 \cdot 265}{\{14,1 \cdot 256 + (361,8 + 846,9)\}} = 75,6\,\%;$$
$$\varrho_t = \frac{[14,1 \cdot 265 + (361,8 + 846,9)]}{6,4 \cdot 1000} = 77,3\,\%;$$
$$\varrho_r = \frac{14,1 \cdot 265}{6,4 \cdot 1000} = 58,4\,\%.$$

770. Eine Dampfmaschine von 17,173 K.W. Leistung treibt eine Dynamo (System Thury); diese gibt 20 A und an den Bürsten $e = 800$ V. Der Anker hat $R_a = 0,5\ \Theta$, die Magnetspulen $R_m = 1,307\ \Theta$. Wie ergibt sich daraus 1) der äußere Widerstand R? — 2) die e. m. K. der Dynamo? — 3) der elektrische Nutzeffekt? — 4) der wirtschaftliche Nutzeffekt?

Antwort:

$$R = \frac{e}{J} - R_m = 38,693\ \Theta; \qquad E = e + RJ = 810\ \text{V};$$
$$\varrho_e = \frac{J^2 R}{EJ} = 95,5\,\%; \qquad \varrho_w = \frac{J^2 R}{17,173} = 90,1\,\%.$$

771. Wie groß wurde der elektrische und wirtschaftliche Nutzeffekt, wenn man in der Thuryschen Maschine, nach dem Vorschlag von S. P. Thompson, $R_a > R_m = 0,45\ \Theta$ gemacht hätte?

Antwort:

$$R = 39,55\ \Theta; \quad \varrho_e = 97,6\,\%; \quad \varrho_m = 92,1\,\%.$$

772. Ein Dynamo-Rotor hat $R_1 = 0,24\ \Theta$, die Elektromagnetspulen $R_2 = 0,66\ \Theta$; der äußere Widerstand $R_a = 12\ \Theta$. Wie groß wird die e. m. K., wenn die Stromstärke 15 A beträgt?

Antwort:

$$E = 15\,(0,24 + 0,66 + 12)\ \text{V} = 208,5\ \text{V}.$$

773. Mit einer Dynamo kann man nicht über 70 V gelangen, wenn der äußere Widerstand 160 Θ und der Dynamowiderstand 0,22 Θ beträgt. Zu welcher maximalen Stromstärke kann man höchstens gelangen? — Wie groß müßte die e. m. K. sein, um 1,25 A zu erzeugen?

Antwort: Nach dem Ohmschen Gesetz ist

$$70 = x\,(160 + 0,22);$$

also
$$x = 0{,}43 \text{ A}.$$

Um 1,25 A zu erhalten, müßte
$$E = 1{,}25 \cdot 160{,}22 \text{ V} = 200{,}275 \text{ V}$$
sein.

774. Der Rotor einer Dynamo hat 0,48 Θ, die Elektromagnetspulen 0,85 Θ, die Leitung 5,7 Θ. In die Leitung sind 30 Kohlenfaden-Glühlampen von 160 Θ parallel geschaltet; die Dynamo gibt 18 A. Welche elektrische Arbeit wird verausgabt?

Antwort: Der Gesamtwiderstand des Stromkreises beträgt
$$(0{,}48 + 0{,}85 + 5{,}7 + \tfrac{160}{30})\ \Theta = 12{,}35\ \Theta,$$
so daß der ausgegebene Effekt
$$A = 18^2 \cdot 12{,}36 \text{ Watt} = 4{,}0 \text{ K.W.} = 5{,}4 \text{ P.S.}$$
beträgt.

775. Wie groß wird der Nutzeffekt der Dynamo in 774.? — Wie groß wird der Nutzeffekt, wenn die Magnetspulen und der Rotor 0,48 Θ hat?

Antwort: Der äußere Widerstand wird
$$(5{,}7 + \tfrac{160}{30})\ \Theta = 11{,}033\ \Theta.$$
Der elektrische Nutzeffekt wird
$$\varrho_e = \frac{J^2 R_a}{EJ} = \frac{J R_a}{R_t J} = \frac{R_a}{R_t} = \frac{11{,}033}{12{,}36} = 90{,}8\,\%.$$
Die anderen Magnetspulen geben als Widerstand
$$R_a = 11{,}033\ \Theta; \qquad R_t = 11{,}98\ \Theta;$$
also
$$\varrho_e = 12{,}1\,\%.$$

776. Eine für 16 Bogenlampen bestimmte Brush-Dynamo wird mit 15,5 P.S. angetrieben und erlangt 839 V bei 10 A; der Rotor hat 4,55 Θ, die Schenkelspulen 6 Θ. Wie groß ist 1) der äußere Widerstand R_a? — 2) der elektrische Nutzeffekt? — 3) der mechanische Nutzeffekt?

Antwort:
$$R_a = 73{,}35\ \Theta; \qquad \varrho_e = 69\,\%; \qquad \varrho_m = 64{,}4\,\%.$$

777. Eine Serien-Dynamo ist an eine magnet-elektrische Maschine gekoppelt; diese hat 50 V e. m. K. und 0,30 Θ Wider-

stand, während die Serienmaschine 2,7 Θ (wenn der nicht veränderliche Teil der Leitung mitgerechnet ist), und dreimal so viel V, wie sie A gibt. Wie groß ist: 1) die e. m. K. der ersten Dynamo? — 2) ihre Stromstärke? — 3) der Potentialunterschied zwischen Anfang und Ende des äußeren Kreises, wenn in ihm a) 2 Θ, — b) 12 Θ, — c) 30 Θ eingeschaltet sind?

Antwort: Es sei E_1 die e. m. K. der Serienmaschine, wenn der äußere Kreis 2 Θ Widerstand hat; bei solcher Bedingung soll die Stromstärke ein Drittel der e. m. K. E_1 sein. Daher ist nach dem Ohmschen Gesetz:

$$\frac{E_1 + 50}{2{,}7 + 0{,}3 + 2} = \frac{E_1}{3},$$

woraus

$$E_1 = 75 \text{ V}$$

und

$$J_1 = 25 \text{ A}$$

folgt.

Um die Potentialdifferenz aus dem Widerstand von 2 Θ und der Stromstärke $J_1 = 25$ A zu erhalten, kann man das Ohmsche Gesetz auf den äußeren Stromkreis anwenden und erhält

$$\varDelta P_1 = 2 \cdot 25 \text{ V} = 50 \text{ V}.$$

In gleicher Weise findet man

$$E_2 = 12{,}5 \text{ V}; \qquad J_2 = 4{,}27 \text{ A}; \qquad \varDelta P_2 = 50 \text{ V}.$$

$$E_3 = 5 \text{ V}; \qquad J_3 = 1{,}7 \text{ A}; \qquad \varDelta P_3 = 50 \text{ V}.$$

Man sieht daraus: Wenn man in der bezeichneten Weise die beiden Dynamo koppelt und die Umdrehungsgeschwindigkeit der Serien-Dynamo konstant erhält, so bleibt auch im äußeren Teil der Leitung die e. m. K. konstant.

Man erhält dasselbe Ergebnis, wenn 2 so bezeichnete Dynamo so gekuppelt werden, daß bei einem Widerstand von n Θ im nutzbaren Stromkreis die e. m. K. (in V) der Seriendynamo $n$mal größer bleibt als die Stromstärke (in A).

778. Eine Dynamomaschine hat in der Ankerwicklung R_a Θ, in den Spulen R_b und im äußeren Stromkreis R Θ Widerstand; es soll dieser Widerstand der gleiche bleiben und die Summe $R_a + R_b$ gegeben sein. Wie ändert sich der Nutzeffekt, je nachdem

$$R_a = R_b \quad \text{oder} \quad 1)\ R_a > R_b, \quad \text{oder} \quad 2)\ R_a < R_b \text{ ist?}$$

Antwort: Der Nutzeffekt ist

$$\varrho = \frac{J^2 R}{J^2(R + R_a + R_b)} = \frac{R}{R + R_a + R_b}.$$

Man sieht, daß der Nutzeffekt von der Summe der Widerstände R_a und R_b abhängt und nicht von ihrem Verhältnis. In unserem Fall ändert sich der Nutzeffekt nicht.

779. Wenn eine Gramme-Maschine bei 950 Umdrehungen 79 V und 20 A gibt, wie groß wird die e. m. K. bei 1440 Touren?

Antwort: Weil das magnetische Feld gleich bleibt, wird auch die Stromstärke konstant; und die e. m. K. der Dynamo ist der Drehungsgeschwindigkeit des Rotors einfach proportional. Also

$$\frac{79}{x} = \frac{950}{1440};$$

woraus

$$x = 119{,}7 \text{ V}.$$

Der Versuch ergab 127 V mit 20 A. Dieser Unterschied von 7,3 V hat seine Erklärung in den „toten Touren".

XXX. Nebenschluß-Dynamo.

780. In einem Shunt-Dynamo hat der Rotor $R_a = 0{,}25$ Θ, der Nebenschluß (Elektromagnetspulen) $R_d = 1{,}25$ Θ, der Strom im äußeren Kreis $J_e = 3{,}6$ A, die Spannung zwischen den Klemmen $e = 120$ V. Wie groß ist die e. m. K. der Dynamo? (Fig. 61.)

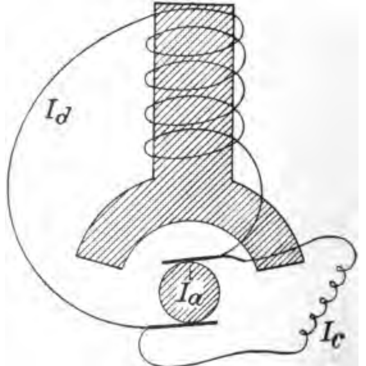


Fig. 61.

Antwort: Der Rotorstrom ist

$$J_a = J_d + J_e;$$

der Gesamtwiderstand

$$R = R_a + \frac{R_d \cdot R_e}{R_d + R_e};$$

die e. m. K.

$$E = J_a R =$$

$$= (J_d + J_e) \cdot \left\{ R_a + \frac{R_d \cdot R_e}{R_d + R_e} \right\}.$$

Es ist

$$J_e \cdot R_e = J_d \cdot R_d = e,$$

man kann dies in J_d einsetzen, so daß

$$E = J_a R = (J_d + J_e) \cdot \left(R_a + \frac{R_d \cdot R_e}{R_d + R_e}\right) = e R_a \left\{\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_d} + \frac{J_e}{e}\right\} =$$

$$= 120 \cdot 0{,}25 \cdot \left\{\frac{1}{0{,}25} + \frac{1}{1{,}25} + \frac{3{,}6}{120}\right\} = 144{,}9 \text{ V}.$$

Die Beziehung

$$e = J_d \cdot R_d \qquad \text{gibt} \qquad 120 = J_d \cdot 1{,}25,$$

also

$$J_d = 96 \text{ A}.$$

781. Mit 71,7 Kilowatt erzeugt man durch eine Dynamo (System Thury) 600 A im Anker und 110 V an den Klemmen; der Anker hat $R_a = 0{,}00592$ Θ und die magnetisierenden Spulen $R_s = 10{,}0$ Θ Widerstand. Wie groß wird: 1) die Stromstärke im Nebenschluß J_s? — 2) die Stromstärke J_a im äußeren Stromkreis? — 3) der äußere Widerstand R_α? — 4) die e. m. K. der Maschine? — 5) der elektrische Nutzeffekt ϱ_e? — und 6) der mechanische Nutzeffekt ϱ_m?

Antwort: Wie oben findet man

$$J_s = e : R_s = (110 : 10) \text{ A} = 11 \text{ A};$$

$$J = J_a - J_s = (600 - 11) \text{ A} = 589 \text{ A};$$

$$R = e/J = 110/589 \;\Theta = 0{,}189 \;\Theta;$$

$$E = e\left\{R_a + \frac{R_s \cdot R}{R_s + R}\right\} = 114{,}84 \text{ V};$$

$$\varrho_e = \frac{J^2 R}{J_a E} = 95{,}2\ \%;$$

$$\varrho_m = 92\ \%.$$

782. In einer Nebenschluß-Dynamo C. E. L. Brown fand man als Armaturwiderstand $R = 0{,}008$ Θ, im Nebenschluß $R_s = 25$ Θ; den Strom im nutzbaren Kreis $J_a = 160$ A und $e = 65$ V zwischen den Klemmen. Wie groß ist 1) die e. m. K. der Dynamo? — 2) die in der Sekunde verfügbare Energie im äußeren Kreis? — 3) der Energieverlust in jeder Sekunde in Rotor? — 4) Schenkelspulen? — 5) der elektrische Nutzeffekt? — 6) der gesamte mechanische Nutzeffekt? — 7) der nutzbare mechanische Nutzeffekt, wenn die Dynamo mit 15,0 P.S. (= 11,025 K.W.) verbraucht wird?

Antwort: Nach 781. wird

$$E = 66{,}3 \; V;$$

$$A_a = J_a^2 R_a = J_a \cdot e = 10400 \text{ Joule};$$

$$A = RJ^2 = R \cdot \left(\frac{E}{R^1}\right)^2 = \frac{RE}{\left\{R + \frac{(R_1 R_a)}{(R_1 + R_a)}\right\}^2} =$$

$$= R \cdot \left\{\frac{E(R_s J_a + e)}{R(R_s J_a + e) + R_s e}\right\}^2 = 211{,}25 \text{ Joule};$$

$$A_s = \frac{e^2}{R_s} = 169 \text{ Joule};$$

$$\varrho_e = \frac{10400}{(10400 + 211{,}25 + 169)} = 96{,}5\,\%;$$

$$\varrho_m = \frac{(10400 + 211{,}25 + 169)}{735 \times 15} 735 \times 15 = 97{,}7\,\%;$$

$$\varrho_n = \frac{10400}{735 \cdot 15} = 94{,}3\,\%.$$

783. Die Magnetspulen einer Edison-Hopkinson-Dynamo haben $R_s = 16{,}93 \; \Theta$ Widerstand; der Anker hat $R_a = 0{,}0009947 \; \Theta$; um das magnetische Feld zu erzeugen, verwendet man 6 A. Wenn der elektrische Nutzeffekt 0,955 beträgt, 1) wie groß ist dann die Potentialdifferenz e bei den Klemmen? — 2) wie groß die Stromstärke J_a im Anker? — 3) wie groß die e.m.K. E? — 4) die Stromstärke J im äußeren Kreis? — 5) der Widerstand R im äußeren Kreis?

Antwort: Da der magnetisierende Kreis von den Bürsten ausgeht, so wird

$$e = JR = 6 \cdot 16{,}93 = 101{,}58 \; V.$$

Die ganze elektrische Energie wird

$$Q = J_a^2 \cdot R_a + eJ_a;$$

und die nutzbare Energie im äußeren Kreis

$$Q = e(J_a - J) \text{ Watt}.$$

Der Nutzeffekt wird

$$\varrho = \frac{e(J_a - J)}{J_a(e + J_a R_a)}.$$

Wenn man die letzte Beziehung nach J_a auflöst, so wird

$$J_a = \frac{\{e(1-\varrho) \pm \sqrt{e^2(1-\varrho)^2 + 4e\varrho J R_a}\}}{2\varrho R_a}.$$

In unserem Fall wird daraus

$$J_a = 33{,}16 \text{ A}.$$

Daraus findet man

$$E = J_a \cdot R_a + e = 101{,}613 \text{ V};$$

$$J = J_a - J_s = 22{,}16 \text{ A};$$

und

$$R = \frac{e}{J} = 3{,}74\ \Theta.$$

784. In einer der von Edison zuerst gebauten Dynamo hatte der Rotor $R_r = 0{,}045\ \Theta$; die Schenkelspulen hatten $R_s = 46{,}2\ \Theta$ Widerstand; die Dynamo gab $J = 92$ A bei $E = 114$ V Spannung an den Klemmen. 1) Wie groß war die nutzbare Energie A_n? — 2) Wie groß war der Verlust im Rotor A_r? — 3) in den Schenkeln A_s? — 4) Wie groß war der elektrische Nutzeffekt ϱ_e? — 5) Wie groß der mechanische Nutzeffekt ϱ_m, wenn die aufgewandte Arbeit $A_e = 16{,}4$ P.S. war?

Antwort.

$A_n = 10\,500$ Watt $= 14{,}3$ P.S.

$A_r = J_1^2 \cdot R_1 = 400$ Watt; $\quad A_s = 280$ Watt.

$$\varrho_e = \frac{eJ_2}{eJ_2 + J_2^2 R_2 + J_1^2 R_1} = 93\,\%; \quad \varrho_m = \frac{eJ_2}{16{,}4 \cdot 735} = 87\,\%.$$

785. Eine Edison-Dynamo gibt mit 36,2 P.S. (= 26,61 K.W.) den Strom 196,5 A im äußeren Stromkreis und 3,93 A in den Schenkelspulen, bei 122,9 V an den Klemmen. Die Armatur hat 0,0231 Θ. — Wie groß ist 1) der Armaturstrom? — 2) der Widerstand in den Schenkelspulen und 3) im äußeren Kreis? — 4) die e. m. K. E? — 5) die nutzbare elektrische Leistung? — 6) der Verlust in der Armatur? — 7) der Verlust in den Schenkeln? — 8) der elektrische Nutzeffekt? — 9) der mechanische Nutzeffekt?

Antwort:

$$J = 200{,}43 \text{ A};$$

$$R_s = 31{,}27\ \Theta;$$

$$R_a = 0{,}625\ \Theta;$$

$$E = 127{,}3 \text{ V};$$

$$A_a = 32{,}46 \text{ P.S.} = 23{,}86 \text{ K.W.};$$

$$A = 1{,}18 \text{ P.S.} = 867 \text{ Watt};$$
$$A_s = 0{,}65 \text{ P.S.} = 4{,}58 \text{ K.W.};$$
$$\varrho_e = 94{,}7\,\%;$$
$$\varrho_m = 90\,\%.$$

786. Eine Weston-Dynamo gibt mit 13,2 P.S. (= 9,7 K.W.) den Strom 71,6 A im äußeren Kreis bei 0,100 Ω in der Armatur. Welches ist 1) die e. m. K.? — 2) der elektrische Effekt im äußeren Kreis? — 3) die gesamte Leistung? — 4) der Verlust in der Armatur? — 5) der Verlust in den Schenkeln? — 6) der elektrische Nutzeffekt? — 7) der mechanische Nutzeffekt?

Antwort:
$$E = 127{,}3 \text{ V};$$
$$A_a = 11{,}51 \text{ P.S.} = 8{,}46 \text{ K.W.};$$
$$A_a = 12{,}43 \text{ P.S.} = 9{,}14 \text{ K.W.};$$
$$A_d = 0{,}714 \text{ P.S.} = 525 \text{ Watt};$$
$$A_s = 0{,}207 \text{ P.S.} = 752 \text{ Watt};$$
$$\varrho_1 = 92{,}6\,\%;$$
$$\varrho_2 = 87{,}4\,\%.$$

787. Eine Edison-Dynamo hat 0,04 Ω im Rotor, 15 Ω in den Schenkeln und gibt mit 42,0 P.S. (= 30,9 K.W.) den Strom 180 A bei 150 V. Wie groß ist 1) der Rotorstrom? — 2) der Strom in den Schenkeln? — 3) die Klemmspannung? — 4) der äußere Widerstand? — 5) der mechanische Nutzeffekt?

Antwort: Es ist
$$J = J_s + 180; \qquad \text{und} \qquad 180\,R_a = 15\,J_s;$$
und
$$150 = \frac{J\,0{,}04 + 15\,R_a}{15 + R_a}.$$
Dieselben ergeben
$$R_a = 0{,}79\ \Omega; \ — \ J_s = 9{,}5\ \text{A}; \ — \ J = 189{,}5\ \text{A};$$
$$e = 142\ \text{V}; \qquad \varrho = 92\,\%.$$

788. Die Dynamomaschine Gérard gibt $J = 7{,}33$ A mit $e = 28{,}6$ V; die Widerstände im Anker sind $R_a = 0{,}20$ Ω und in den Schenkelspulen $R_s = 17{,}9$ Ω. Wie groß werden: 1) der äußere Widerstand? — 2) die Stromstärke in den Schenkelspulen? —

3) die e. m. K. im Anker der Dynamo? — 4) der elektrische Nutzeffekt?

Antwort: Nach dem Ohmschen Gesetz wird im äußeren Kreis

$$28{,}6\ \Theta = 7{,}33\,R; \qquad \text{woraus} \qquad R = 3{,}9\ \Theta.$$

Für die Schenkelspulen wird

$$28{,}6\ \mathrm{A} = J_s \cdot 17{,}9; \qquad \text{woraus} \qquad J_s = 1{,}6\ \mathrm{A}.$$

Im Anker wird

$$J_a = J_s + J = (1{,}6 + 7{,}33)\ \mathrm{A} = 8{,}93\ \mathrm{A},$$

und

$$E = J_a + R_a + e = (8{,}93 + 0{,}2 + 28{,}6)\ \mathrm{V} = 30{,}38\ \mathrm{V}.$$

Der Nutzeffekt wird

$$\varrho = \frac{J^2 R}{J_a E} = \frac{7{,}33^2 \cdot 3{,}9}{8{,}93 \cdot 30{,}38} = 0{,}77 = 77\,\%.$$

789. Wenn man den Widerstand R_s der Schenkelspulen mit Hilfe der Beziehung

$$R = \frac{R_s^2}{R_a}$$

bestimmt, wie groß wird dann der Widerstand R in der Gérardschen Maschine? — Wie groß wird der elektrische Nutzeffekt?

Antwort: Es ist

$$R = R_s^2 : R_a = 3{,}9^2 : 0{,}20 = 76\ \Theta;$$

also

$$J_s = 0{,}376\ \mathrm{A}; \qquad J_a = 7{,}706;$$

$$E = 30{,}14\ \mathrm{V}; \qquad \varrho = 90{,}7\,\%.$$

XXXI. Verbund-Dynamo.

(Dynamo mit gemischter Bewicklung der Feldmagnete.)

790. Der Armaturstrom teilt sich an den Bürsten in 2 Zweige, deren einer Widerstand R_2 nur zur Erregung der Feldmagnete dient; der andere hat R_2' Widerstand und geht auch über die Feldmagnete, dann nach den Klemmen und schließlich in den äußeren (nutzbaren) Kreis. Der Rotor hat $R_1\ \Theta$; der Strom im äußeren Kreis ist J_3; die Klemmspannung E'. Wie groß wird 1) der äußere Widerstand R_3? — 2) der Armaturstrom J_1? — 3) der erregende Strom J_2? — 4) die e. m. K. E der Dynamo? (Fig. 62.)

Antwort: Zunächst ist

$$R_3' = \frac{E'}{J_3};$$

die Ströme J_2 und J_3 verhalten sich umgekehrt wie die Zweigwiderstände, also

$$\frac{J_2}{J_3} = \frac{(R_2' + R_3')}{R_2} = \frac{R_3}{R_2};$$

woraus

$$J_2 = \frac{J_3 R_3}{R_2}.$$

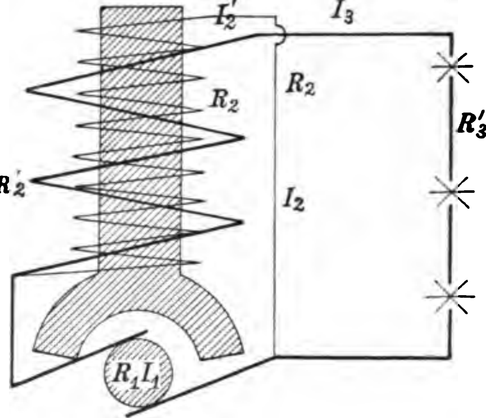


Fig. 62.

Der Armaturstrom ist der Summe der beiden Zweigströme gleich, somit

$$J_1 = J_2 + J_3 = \\ = J_3 \cdot \frac{(R_2 + R_3)}{R_2}.$$

Die e. m. K. der Dynamo ist die Summe der e. m. K. der einzelnen Teile, somit

$$E = J_1 \cdot R_1 + J_1 \cdot \frac{R_2 \cdot R_3}{(R_2 + R_3)},$$

weil $\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$ nichts anderes ist als der aus den beiden Zweigen resultierende Widerstand. Setzt man für J_1 seinen Wert ein, so wird

$$E = J_3 \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_2} \cdot \left\{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}\right\} = J_3 \cdot R_3 \cdot \left\{1 + \frac{R_1}{R_3} + \frac{R_1}{R_2}\right\} = \\ = E' \cdot \left\{1 + \frac{R_1}{R_3} + \frac{R_1}{R_2}\right\}.$$

791. Messungen an einer Dynamo ergaben $J_3 = 20$ A; $E' = 55$ V; $R_1 = 0{,}25\ \Theta$, $R_2 = 32\ \Theta$ und $R_2' = 2{,}1\ \Theta$. Wie groß ist ihre e. m. K.? — wie groß ihr Nutzeffekt?

Antwort: Man findet nach und nach

$$R_3 = \frac{E'}{J_3} = \frac{55}{20} = 2{,}75\ \Theta;$$

$$R_3' = R_3 - R_2' = 0{,}65\ \Theta;$$

$$J_2 = \frac{J_3 R_3}{R_2} = \frac{E'}{R_2} = \frac{55}{32} = 1{,}72 \text{ A};$$

$$J_1 = J_2 + J_3 = 1{,}72 + 20 = 21{,}72 \text{ A};$$

$$E = 21{,}72 \left\{0{,}25 + \frac{32 \cdot 2{,}75}{34{,}75}\right\} = 60{,}4 \text{ V};$$

$$A_2 = J_3^2 \cdot R_3' = 260 \text{ Watt}; \qquad A_1 = E \cdot J_1 = 1312 \text{ Watt};$$

$$\varrho = \frac{A_2}{A_1} = 50\%.$$

792. Durch direkte Messung bestimmte man für eine Dynamo $R = 0{,}66$ Ω; — $R_2 = 68$ Ω; — $R_2' = 3{,}85$ Ω; — $J_3 = 24$ A; — $E' = 102$ V. — Welches sind die Werte für R_3, J, J_2, E?

Antwort: Nach 790. wird

$$R_3 = 4{,}25 \ \Omega;$$

$$J_2 = \frac{J_3 R_3}{R_2} = 24 \times \frac{4{,}25}{68} \text{ A} = 1{,}5 \text{ A};$$

$$J_1 = J_2 + J_3 = 25{,}5 \text{ A};$$

$$E = E'\left\{1 + \frac{R_1}{R_3} + \frac{R_1}{R_2}\right\} = 118{,}8 \text{ V}.$$

793. Welche sekundliche elektrische Energie wird bei der Dynamo von 790. verbraucht 1) im äußeren Stromkreis? — 2) in allen Stromkreisen? — 3) Wie groß ist der Nutzeffekt?

Antwort:

$$Q_1 = 3029 \text{ Joule};$$

$$Q_2 = 2304 \text{ Joule};$$

$$\varrho = 76\%.$$

794. Der Rotor einer Manchester-Dynamo hat 0,086 Ω; die in Reihe verbundenen Magnetspulen haben 0,049 Ω und einen Shunt von 41,5 Ω. Zwischen den Klemmen sind 106 V Spannung; die Stromstärke im äußeren Stromkreis beträgt 96 A. Wie groß wird: 1) der Widerstand im äußeren Stromkreis R_3'? — 2) die Stromstärke im Shunt? — 3) die Stromstärke im Anker J_1? — 4) die e. m. K. der Dynamo E? — 5) der elektrische Nutzeffekt?

Antwort:

$$R_3' = 1{,}055 \ \Omega;$$

$$J_2 = 2{,}554 \text{ A}; \qquad J_1 = 98{,}554 \text{ A};$$

$$E = 114{,}47 \text{ V}; \qquad \varrho = 85{,}4\%.$$

795. Eine Ellwell-Parker gibt 200 A in den äußeren Stromkreis; zwischen den Klemmen sind 105 V. Der Ring und die in Reihe geschaltete Erregung haben 0,0244 Θ und 0,0025 Θ; die Stromstärke im Shunt beträgt 5,92 A. Wie groß werden: 1) der Shuntwiderstand? — 2) der äußere Widerstand? — 3) die Ankerstromstärke? — 4) die e. m. K. der Dynamo? — 5) der elektrische Nutzeffekt?

Antwort:

$$R_2 = \frac{105}{5{,}92} = 17{,}73\ \Theta;$$

$$R_3' = R_3 - R_2' = \tfrac{105}{200} - 0{,}0025 = 0{,}5225\ \Theta;$$

$$J_1 = 205{,}92\ \text{A};$$

$$E = J_1 \cdot R_1 + E' = 113{,}73\ \text{V};$$

$$\varrho_c = 89{,}6\ \%.$$

796. Eine Dampfmaschine hat 17,8 P. S. Leistung und treibt eine Brushmaschine; man findet $J_1 = 113{,}2$ A; $J_2 = 3{,}22$ A; $J_3 = 110{,}0$ A; $E' = 110$ V; $E = 113{,}2$ V; der in Reihe geschaltete Anker verbraucht $Q_s = 53{,}8$ Watt Leistung. Wie groß werden R_1, R_2, R_3, R_2', R_3, ϱ_a, ϱ_m?

Antwort: Man findet nach und nach

$$R_1 = \frac{E}{J_1} = 1\ \Theta; \qquad R_2 = \frac{E}{J_2} = 34{,}16\ \Theta;$$

$$R_3 = \frac{E'}{J_3} = 1{,}00\ \Theta; \qquad R_2' = \frac{E_a}{J_3^2} = 0{,}0045\ \Theta;$$

$$R_3' = R_3 - R_2' = 0{,}99555\ \Theta;$$

$$\varrho_a = \frac{J_3^2 \cdot R_3'}{EJ_1} = 94\ \%; \qquad \varrho_m = \frac{J_3^2 \cdot R_3'}{17{,}8 \cdot 735} = 92\ \%.$$

797. Der Armaturstrom einer Dynamo geht nach den Schenkelspulen und nach den Klemmen; hier verzweigt sich der Strom in zwei Zweige mit R_2 und R_3 Θ. Der erstere dieser Zweige geht nur über die Feldmagnete hin; der zweite bildet allein den äußeren Kreis. Es sind im Rotor R_1 Θ, in der Leitung R_2' Θ. Ist R_1, R_2, R_2' die Widerstände im Anker und J_3 der Strom im äußeren

Zweig, E' die Spannung zwischen Klemmen, dann sollen der äußere Widerstand R_3, die Ströme J_1 und J_2 in der Armatur und im ersten Zweig sein. Wie wird die e. m. K. E der Dynamo gefunden? (Fig. 63.)

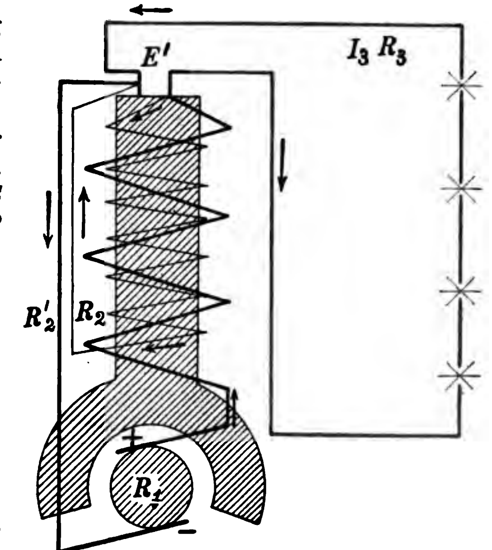


Fig. 63.

Antwort: Es ist

$$R_3 = \frac{E'}{J_3};$$

$$J_2 = \frac{E'}{R_2};$$

$$J_1 = J_3 + \frac{E'}{R_2}.$$

Die e. m. K. der Dynamo wird

$$E = J_1 R_1 + J_1 R_2' + J_1 \cdot \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} =$$

$$= J_3 R_1 + E' \cdot \frac{R_1}{R_2} J_3 R_2' + E' \cdot \frac{R_2'}{R_2} + J_3 R_3 \frac{R_2}{R_2 + R_3} + E' \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} =$$

$$= J_3 (R_1 + R_2') + E' \left\{ \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_2'}{R_2} + \frac{(R_2' + R_3)}{R_2 + R_3} \right\} =$$

$$= E' \left\{ 1 + \frac{(R_1 + R_2')}{R_2} + \frac{(R_1 + R_2')}{R_3} \right\} =$$

$$= E' \{ 1 + (R_1 + R_2') \} \left\{ \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right\} = E.$$

798. Eine Dynamo speist 30 Kohlenfadenlampen, jede mit 0,6 A. Man hat außerdem $R_1 = 0{,}48\ \Theta$, $R_2 = 18{,}5\ \Theta$, $R_2' = 24\ \Theta$ und $E' = 108$ V bestimmt. Welche Werte haben R_3, $J_1 J_2$, und E?

Antwort: Der Strom im äußeren Kreis wird

$$J_3 = 30 \cdot 0{,}6 \text{ A} = 18 \text{ A};$$

dann muß nach den Formeln in 797. sein

$$R_3 = 6\ \Theta; \qquad J_1 = 23{,}84 \text{ A};$$

$$J_2 = 5{,}84 \text{ A}; \qquad E = 687{,}5 \text{ V}.$$

17*

799. Welchen elektrischen Effekt hat die Dynamo in 798. 1) im äußeren Stromkreis? — 2) im ganzen verausgabt?

Antwort:

$$A_1 = J_2 E' = 1944 \text{ Watt}; \qquad A_2 = J_1 E = 16{,}3 \text{ K. W.}$$

800. Eine Dynamo hat einen Trommelanker; er trägt auf seiner zylindrischen Oberfläche $2 \cdot 7 \cdot 24$ Drähte, von denen $7 \cdot 24$ in Reihe liegen. Der Anker macht 1100 Drehungen in der Minute und hat 0,25 Θ Widerstand. Die Maschine hat 60,4 V e. m. K. Wie viele Kraftlinien 𝔐 Maxwell gehen von Pol zu Pol?

Antwort: Es sei 𝔐 die gesuchte Anzahl Maxwell; dann schneidet einer der Drähte des Ankers, bei einer halben Umdrehung 𝔐 Maxwell, also 2 𝔐 Kraftlinien bei einer ganzen Umdrehung des Ankers. Der Anker macht $n = 1100/60$ Umdrehungen in der Sekunde, und dabei schneidet einer seiner Drähte $2n\mathfrak{M}$ Kraftlinien. Alle Drähte zusammen

$$Z = 2 \cdot 7 \cdot 24$$

schneiden

$$2n(Z/2)\,\mathfrak{M} \text{ Kraftlinien.}$$

Nach der Definition ist die Anzahl der geschnittenen Kraftlinien der in E. M. E. ausgedrückten e. m. K. gleich; also

$$E \text{ Einheiten} = nz\mathfrak{M},$$

oder

$$60{,}4 \cdot 10^8 = \left\{\tfrac{1100}{60}\right\} \cdot 336\, \mathfrak{M}.$$

Hieraus folgt als ganzer magnetischer Fluß

$$\mathfrak{M} = 980\,500 \text{ Maxwell.}$$

XXXII. Elektrische Motoren.

801. Eine effektive Kraft von 40 P. S. (= 29,4 K. W.) treibt eine Dynamo an, welche 92 % Nutzeffekt hat. Der Strom hat 260 V Spannung; er wird durch einen Widerstand von 10 Θ auf eine zweite Dynamo übertragen. Die sekundäre Dynamo hat 20 Θ und 35 % Nutzeffekt. Welche Arbeit steht am Ende der zweiten Dynamo zur Verfügung?

Antwort: Die Antriebskraft von 40 P. S. liefert an den Klemmen der ersten Maschine die elektrische Leistung von

$$A_1 = 40 \cdot 735 \cdot 0{,}92 \text{ Watt} = 27\,048 \text{ V-A}.$$

Da nach Angabe die Klemmspannung 260 V beträgt, so muß die Energie sein

$$260 \times \frac{27\,048}{260} = 260 \times 104{,}03 \text{ V-A}.$$

Die Leitung hat 10 Θ und die sekundäre Dynamo hat 20 Θ, so daß in der Zuleitung und in der Dynamo ein Strom von

$$J = \frac{260}{10 + 20} = 8{,}66 \text{ A}$$

fließt.

Die e. m. K. läßt sich aus diesen Widerständen, nach der Gleichung

$$\frac{10 + 20}{20} = \frac{260}{x},$$

als

$$x = 173{,}3 \text{ V}$$

ableiten. Daher sieht man, daß sich an den Klemmen der sekundären Dynamo die Energie von

$$A_2 = 8{,}66 \times 173{,}33 \text{ Watt}$$

findet; von der aber nur 65 % in mechanische Energie umgesetzt werden, d. i.

$$A_2' = 8{,}66 \cdot 173{,}33 \cdot 0{,}35 \text{ Watt} = 525{,}7 \text{ Watt} = 0{,}71 \text{ P. S.}$$

802. Eine primäre Dynamo hat 300 V und die dahinter geschaltete sekundäre Dynamo 200 V; beide Dynamo haben je 10 Θ, die zwischenliegende Leitung hat 5 Θ. Welche Energie liegt an jeder der beiden Maschinen? — Wie groß ist der elektrische Nutzeffekt?

Antwort: Der ganze Kreis hat

$$J = \frac{300 - 200}{250} = 4 \text{ A};$$

also betragen die bezüglichen Energien

$$A_1 = 1200 \text{ Watt} \quad \text{und} \quad A_2 = 800 \text{ Watt}.$$

Der Nutzeffekt ist $\varrho = 66\,\%$.

803. Ein elektrischer Motor von Reckenzaun macht 1300 Umdrehungen in der Minute, wenn ihm 11 A bei 30 V zugeführt werden. Welche elektrische Energiemenge verbraucht er?

Antwort: $A = 11 \cdot 30 \text{ Watt-Sek.} = 330 \text{ Watt-Sek.}$

804. Wie lautet der allgemeine Ausdruck des elektrischen Nutzeffekts für eine einfache Kraftübertragung?

Antwort: Die einfachste Kraftübertragung besteht aus der Verbindung der die Elektrizität erzeugenden Dynamo mit einer die Elektrizität aufnehmenden Dynamo. Die beiden Dynamo haben dieselbe Stromstärke J. Wenn E und E' beziehungsweise die e. m. K. der erzeugenden und die Gegen-e. m. K. der aufnehmenden Dynamo bezeichnet, so werden die Ausdrücke der erzeugenden und verbrauchten Leistung JE und JE'. Daraus folgt der Nutzeffekt

$$\varrho = \frac{JE}{JE'} = \frac{E}{E'};$$

d. h. der Nutzeffekt ist dem Quotienten der e. m. K. gleich.

805. Eine Elektrizität erzeugende Dynamo hat $E = 3000$ V; der Energieverlust durch Erwärmung der Linie betrage 2 % der aufgewandten Energie. Man verlangt einen schließlichen Nutzeffekt von 50 %. Wie groß wird die Stromstärke J und die übertragene Leistung A' V, wenn die Leitung 1) $R = 1$ Θ, — 2) $R = 10$ Θ Widerstand hat?

Antwort: Der Energieverlust infolge der Erwärmung des Drahtes durch J A Stromstärke und den Widerstand R Θ beträgt J^2R Watt, die verbrauchte Leistung beträgt $J \cdot E$ Watt; daher folgt die Beziehung

$$J^2R = 0{,}02\, JE,$$

woraus

$$J = 60 \text{ A}.$$

Die verbrauchte Leistung beträgt

$$A = J \cdot E = 60 \cdot 3000 \text{ Watt} = 180000 \text{ Watt} = 180 \text{ K.W.}$$

Die übertragene Leistung beträgt

$$A' \text{V} = 0{,}50 \cdot A = 90 \text{ K. W.};$$

oder weil

$$E' = 0{,}50 E = 15000 \qquad \text{und} \qquad A' = JE'$$

ist, so wird auch

$$A' = 60 \cdot 15000 \text{ Watt} = 90000 \text{ Watt} = 90 \text{ K.W.}$$

Mit dem Linienwiderstand von 10 Θ wird $J = 6$ A, die verbrauchte Leistung $L = 9$ K. W., $E' = 15000$ V, die übertragene Leistung $A' = 4{,}5$ K.W.

806. Ein Motor hat $R\,\Theta$ Widerstand; der Strom hat die e. m. K. E V. Mit welcher Stromstärke J leistet der Motor die maximale Arbeit?

Antwort: Der Motor verbraucht EJ Energie; durch Erwärmung der Drähte verliert er J^2R, so daß die übertragene nützliche Arbeit

$$Q' = EJ - J^2R$$

ist. Dieses Q' wird zu einem Maximum für

$$J = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{E}{R}.$$

807. Wie groß wird der Nutzeffekt eines Motors, wenn die vom Motor geleistete nützliche Arbeit ein Maximum ist?

Antwort: Nach 806. haben wir

$$J = \frac{E}{2R},$$

und daher

$$Q' = \frac{E^2}{2R} - \frac{1}{4} \cdot \frac{E^2}{R} = \frac{1}{4} \cdot \frac{E^2}{R},$$

während

$$Q = \frac{E^2}{2R}$$

ist. Daher wird der Nutzeffekt

$$\varrho = \frac{w}{W} = \tfrac{1}{2} = 50\,\% \qquad \varrho = \frac{Q^1}{Q} = \tfrac{1}{2} = 50\,\%.$$

808. In der Kraftübertragung in Steyermühl sind die zwei Dynamo (Brown-Boveri, Baden Schweiz) 600 m entfernt. Der Generator leistet 98 P. S., der Motor wieder gibt 79 P.S. Der Generator hat $E_1 = 1000$ V e. m. K., der Linienstrom beträgt 67 A, und der Draht hat 8 mm Dicke. Wie groß ist der totale Nutzeffekt dieser Kraftübertragung? — Wie groß wird die Potentialdifferenz an den Klemmen des Motors E'? — Wieviel Energie werden in jeder Dynamo und im Draht verbraucht? — Wie groß ist der Nutzeffekt der beiden Maschinen?

Antwort: Der totale Nutzeffekt ergibt sich unmittelbar aus

$$\varrho = \tfrac{79}{98} = 80\,\%.$$

Der Linienwiderstand ist

$$R = \frac{2 \cdot 0{,}021 \cdot 600}{8^2} = 0{,}3937\ \Theta.$$

Die Potentialdifferenz an den Klemmen des Motors wird

$$E_2' = E_1' - JR = 1000 - 67 \cdot 0{,}3937 = 973{,}6 \text{ V}.$$

Die in der Linie verbrauchte Energie wird

$$A_3 = Q_3 = J(E_1' - E_2') = 67\,(1000 - 973{,}6)\,\text{Watt} = 1769\,\text{Watt}.$$

Der Generator erhält 98 P. S. oder

$$98 \cdot 735 \text{ Watt} = 72030 \text{ Watt};$$

er gibt an den Klemmen die Energie

$$E_1' J = 67000 \text{ Watt}$$

ab, so daß er selbst die Energie

$$A_2 = 65231 - 58065 = 7166 \text{ Watt}$$

verbraucht. — Sein Nutzeffekt wird

$$\varrho_2 = \frac{58\,065}{65231} = 89\,\%.$$

809. Der Motor einer Kraftübertragung soll k K. W. leisten; der Liniendraht kann nur J V aufnehmen, ohne daß eine schädliche Erwärmung zu befürchten ist. Wie groß muß die e. m. K. dieses Motors sein? — Wie groß muß die e. m. K. E_1 an den Klemmen des Generators sein?

Antwort: Der Motor erhält die elektrische Energie (in E_2 und J ausgedrückt)

$$\frac{E_2\,J}{1000} = A; \qquad \text{woraus} \qquad E_2 = 1000 \cdot \frac{A}{J}$$

folgt.

Bezeichnet man mit $\Sigma(R)$ die Summe der Widerstände, die in diesem Stromkreis vorkommen, so wird

$$\frac{E_1 - E_2}{\Sigma(R)} = J,$$

woraus

$$E_1 = J \cdot \Sigma(R) + E_2 = J \cdot \Sigma(R) + \frac{1000 \cdot A}{J}$$

XXXIII. Glühlampen.

810. Man hat 25 gleiche Elemente von 15 Θ innerem Widerstand hintereinander geschaltet, um eine Glühlampe von 70 Θ zu speisen; der erzielte Strom betrug 0,112 A. Welchen Strom

würde man erzielen unter Anwendung von 30 solcher Elemente, welche mit 2 Lampen von 30 Θ in eine Reihe gestellt würden?

Antwort: Aus dem ersten Teil der Angaben ergibt sich die e. m. K. eines Elementes, in dem

$$25E = J \cdot R = 0{,}112\,(25 \cdot 15 + 70)\,\text{A},$$

also

$$E = 2\,\text{V}$$

sein muß. Nach dem zweiten Teil ergibt sich die Stromstärke

$$J = \frac{30 \cdot 2}{30 \cdot 15 + 2 \cdot 30}\,\text{A} = 0{,}118\,\text{A}.$$

811. Man hat 10 Osramlampen von 32 Kerzenstärken (0,33 A, 300 Θ) parallel verbunden. Wieviel Bunsenelemente (1,9 V, 0,15 Θ) sind nötig, um diese 10 Lampen zu speisen? — Wieviel Akkumulatoren (2,0 V, 0,002 Θ) wären nötig?

Antwort: Es sei x die Anzahl der Bunsenelemente; dann wird die für 10 Lampen nötige Stromstärke

$$J = \frac{x \cdot 1{,}9}{x \cdot 0{,}15 + \frac{300}{10}}\,\text{A};$$

und für 1 Lampe

$$\frac{J}{10} = \frac{x \cdot 1{,}9}{1{,}5x + 300}.$$

Dieser Strom muß für die obige Lampenart 0,33 A sein, so daß die Gleichung bestehen muß

$$0{,}33 = \frac{1{,}9x}{1{,}5x + 300},$$

woraus

$$x = 71 \text{ Bunsenelemente.}$$

Mit Akkumulatoren als Stromquelle lautet die Gleichung

$$0{,}33 = \frac{2 \cdot y}{0{,}02y + 300},$$

woraus

$$y = 49 \text{ Akkumulatoren.}$$

812. Es sind n Glühlampen parallel in einem Stromkreis; jede verlangt J_2 A. Wieviel Elemente von E_1 V braucht man, um eine dieser Lampen zu speisen?

Antwort: Es seien n_1 Elemente von E_1 V und R_1 Θ inne-

rem Widerstand angewendet und n_2 Lampen mit je R_2 Θ parallel geschaltet, dann erhält man als Strom

$$J = \frac{n_1 E_1}{n_1 R_1 + \frac{R_2}{n_2}} \text{ A}.$$

Jede Lampe erhält demnach

$$J_2 = \frac{J}{n_2} = \frac{n_1 E_1}{n_1 n_2 R_1 + R_2} \text{ A}.$$

Die nötige Zahl der Elemente ist

$$n_1 = \frac{R_2}{\frac{E_1}{J_2} - n_2 R_1}.$$

813. Wieviel Chromsäure-Elemente ($R_1 = 0{,}4$ Θ, $E = 1{,}6$ V), wieviel Daniell ($R_1 = 0{,}8$ Θ, $E = 1{,}0$ V), wieviel Akkumulatoren ($E = 2$ V, $R = 0{,}002$ Θ) sind nötig, um eine Lampe ($R_2 = 32$ Θ, $J_2 = 1{,}25$ A) zum Glühen zu bringen?

Antwort: Nach 812. müssen $n_1' = 37$ Bichromat-Elemente oder $n_1'' = \infty$ Daniell oder $n_6''' = 20$ Akkumulatoren sein.

814. Welcher Bedingung müssen die Konstanten eines Elementes genügen, damit wenigstens eine Lampe zum Glühen kommt?

Antwort: Die Antwort ergibt sich aus 812.; nämlich, wenn man $n_2 = 1$ setzt. Es wird

$$n_1 = \frac{R_2 J_2}{E_1 - R_1 J_2}$$

und man sagt, daß eine reelle Lösung nur möglich ist, wenn

$$E_1 - R_1 J_2 > 0$$

oder

$$\frac{E_1}{R_1} > J_2$$

ist: Der Strom, welchen ein Element abzugeben imstande ist, muß größer sein als der Strom, welchen eine Lampe verlangt.

Wenn $\frac{E_1}{R_1} = J_2$ ist, so sind $n_1 = \infty$ viele Elemente nötig.

815. Welche Anzahl von Elementen braucht man mindestens, um eine gewisse Glühlampe zu speisen?

Antwort: Es seien n_1 Elemente nötig, um eine Lampe zu speisen, und zwar ist, wie oben gefunden,

$$n_1 = \frac{R_2 J_2}{E_1 - R_1 J_2}.$$

Wenn nun J_2 und R_2 gegeben sind, so wird n_1 ein Minimum für (E_1/R_1) als Maximum, d. h. die e. m. K. der Elemente muß möglichst groß und ihr innerer Widerstand möglichst klein sein. Zur Speisung von Glühlampen eignen sich also großflächige Grovesche Zellen oder Akkumulatoren am besten.

816. Wieviel Akkumulatoren braucht man, um eine Tantallampe von 25 Kerzen (300 Θ (heiß) und 0,36 A) zum Glühen zu bringen?

Antwort:

$$n_1 = \frac{300 \cdot 0{,}36}{2{,}0 + 0{,}36 \cdot 0{,}03} = 54 \text{ Akkumulatoren.}$$

817. Welche Anzahl von Lampen läßt sich mit einer gegebenen Zahl von Elementen speisen?

Antwort: In der Formel in 815. muß n_1 als bekannt vorausgesetzt, aber n_2 gesucht werden. Durch Auflösung wird

$$n_2 = \frac{n_1 E_1 - J_2 R_2}{n_1 R_1 J_2}.$$

818. Welche Anzahl von Edison-Kohlenfaden-Lampen kann man mit 48 Groveschen Elementen speisen?

Antwort: $n_2 = 6$ bis 7 Lampen.

819. Der innere Widerstand einer Dynamo beträgt 0,008 Θ; sie soll 0,8 A für jede der 900 parallel geschalteten Kohlenfaden-Glühlampen liefern. Wie groß muß ihre e. m. K. sein, wenn jede Lampe im glühenden Zustand 130 Θ hat?

Antwort: Der Widerstand des äußeren Kreises beträgt

$$\frac{130}{900}\,\Theta = 0{,}144\,\Theta,$$

während der innere Widerstand 0,008 Θ beträgt. Der Gesamtwiderstand ist sonach

$$0{,}144\,\Theta + 0{,}008\,\Theta = 0{,}152\,\Theta.$$

Der Strom ist

$$0{,}8 \cdot 900\,\text{A} = 720\,\text{A};$$

die e. m. K. muß also

$$720 \cdot 0{,}152 \text{ V} = 109{,}44 \text{ V}$$

betragen.

820. Die e. m. K. einer Dynamo beträgt 120 V, ihr Widerstand 0,01 Θ, der der Lampen 600 Θ. Wieviel Tantallampen müssen parallel geschaltet werden, damit jede 0,20 A bekommt?

Antwort: Ist x die gesuchte Lampenzahl, so ist $\frac{600}{x}$ Θ der innere und $\left(\frac{600}{x} + 0{,}01\right)$ Θ der gesamte Widerstand. Der gesamte Strom ist $0{,}20 \cdot x$ A. Zwischen diesen Größen gibt das Ohmsche Gesetz die Beziehung

$$0{,}2 \cdot x = \frac{120}{\frac{600}{x} + 0{,}01},$$

woraus

$$x = 5000 \text{ Lampen.}$$

821. Der innere Widerstand einer Dynamo beträgt 1 Θ; ihre e. m. K. 484 V. Der äußere Kreis ist aus 200 Kohlenfaden-Glühlampen gebildet, welche in 20 Reihen zu 10 Lampen angeordnet sind. Jede Lampe hat 30 Θ. Welchen Strom erhält jede Lampe?

Antwort: Der Widerstand jeder Lampenreihe beträgt

$$30 \cdot 10 \; \Theta = 300 \; \Theta;$$

die 20 Reihen ergeben

$$\frac{300}{20} \; \Theta = 15 \; \Theta$$

und für den ganzen Stromkreis

$$(15 + 1) \; \Theta = 16 \; \Theta.$$

Die Stromstärke erhält man aus dem Ohmschen Gesetz:

$$J = \frac{484}{16} = 30{,}25 \text{ A},$$

so daß in jeder Reihe oder in jeder Lampe

$$\frac{30{,}25}{20} = 1{,}51 \text{ A}$$

fließen.

822. Es sind 1320 Edison-Kohlenfadenlampen von

$$R_2 = 140{,}5\ \Theta$$

parallel geschaltet. Der Rotor hat $R_a = 0{,}0042\ \Theta$; der zum äußeren Widerstand parallel geschaltete Schenkelwiderstand beträgt $R_s = 7{,}067\ \Theta$, die Zuleitungsdrähte $0{,}01\ \Theta$. Der vorhandene Motor erzeugt in der Dynamo $A_t = 142$ P.S. Welche Wärmemenge wird in den Schenkelspulen, in den Lampen und im Rotor erzeugt? (Siehe 781., Fig. 61.)

Antwort: Der äußere Kreis hat

$$R_a = \left(0{,}01 + \frac{140{,}5}{1320}\right)\Theta = 0{,}1164\ \Theta.$$

Die Armatur hat wegen der Verzweigung $7{,}067\ \Theta$; die Leitung von den Bürsten an

$$R_e = \frac{7{,}067 \cdot 0{,}1164}{7{,}067 + 0{,}1164}\ \Theta = 0{,}1145\ \Theta.$$

Die Armatur hat $0{,}0042\ \Theta$; daher hat der einfach gedachte Stromkreis der Dynamo einen Gesamtwiderstand von

$$R_a + R_e = R_t = 0{,}0042\ \Theta + 0{,}1145\ \Theta = 0{,}1187\ \Theta.$$

Im äußeren Kreis wird an Energie verbraucht

$$A_e = A_t - \frac{R_a}{R_t} = \frac{142 \cdot 0{,}114}{0{,}1187}\ \text{P.S.} = 136{,}98\ \text{P.S.}$$

Die im Schenkelzweig und Lampenzweig verbrauchten Energien sind Produkte aus Strom und Spannung; da aber die Ströme in den Zweigen sich umgekehrt wie die Widerstände verhalten, so gilt dasselbe Verhältnis für die Energien; also verhält sich die verbrauchte Energie in den Schenkeln 136,98 · 0,1145, zu 7,067 zu 1. Hieraus ergibt sich für die Energie in den Schenkeln

$$A_d : A_e = \frac{J_d \cdot E}{J_e \cdot E} = \frac{R_e}{R_d};$$

woraus

$$A_d = A_e \cdot \frac{R_e}{R_d} = \frac{136{,}98 \cdot 0{,}1145}{7{,}067}\ \text{P.S.} = 2{,}219\ \text{P.S.}$$

Im Lampenzweig werden

$$136{,}98\ \text{P.S.} - 2{,}219\ \text{P.S.} = 134{,}761\ \text{P.S.}$$

verbraucht.

Die Armatur nimmt

$$142 \text{ P.S.} - 136{,}98 \text{ P.S.} = 5{,}02 \text{ P.S.}$$

weg.

Eine P.S. entspricht 0,17689 Kal-kg, so daß die in jeder Sek. in den Schenkeln, in den Lampen und in der Armatur erzeugten Wärmemengen bezüglich

$$Q_1 = 393 \text{ Kal-kg}; \qquad Q_2 = 23840 \text{ Kal-gr};$$

$$Q_3 = 888 \text{ Kal. (kg.Grad)}$$

betragen.

XXXIV, Bogenlampen.

823. Man setzt voraus, daß eine Lichtbogenanlage mindestens 50 V und einen Strom von 5 A und 8 Θ verlangt. Wieviel Bunsen-Elemente und wieviel Daniell sind dann zur Bildung eines Bogenlichtes nötig?

Antwort: Der innere Widerstand der Batterie R_i muß dem Ohmschen Gesetz genügen. Für die gegebene Anlage gilt also die Gleichung

$$5 = \frac{50}{R_i + 8}$$

also

$$R_i = 2 \ \Theta.$$

Hieraus folgt, daß die Batterie nicht mehr als 2 Θ haben darf. Da ein Bunsen etwa 1/18 Θ hat, so ist es möglich, bis zu $18 \cdot 2 = 36$ solcher Elemente in Reihe zu schalten. Dieselbe würden ein e. m. K. von

$$36 \cdot 1{,}90 = 68{,}4 \text{ V}$$

liefern; also genügen schon

$$\frac{50}{1{,}90} = 27 \text{ Elemente.}$$

Ein Daniell hat ungefähr 0,6 Θ inneren Widerstand, so daß schon 4 Elemente den erlaubten Widerstand überschreiten. Man schalte daher die n Elemente in y Reihen von x Elementen und wähle x so groß, daß die e. m. K. von 50 V herauskommt; also $x = 50$. Die $x \cdot y = n$ Elemente dürfen außerdem nur 2 Θ haben, und es muß daher

$$2 = 0{,}6 \cdot \frac{x}{y}$$

oder

$$y = 15$$

genommen werden. Daher wird

$$n = x \cdot y = 50 \cdot 15 = 750 \text{ Daniell.}$$

824. Eine Dynamo von 850 V speist 16 Bogenlampen, von denen jede 4,5 Θ bei 10,04 A hat. Die Zuleitungsdrähte zu den hintereinander geschalteten Lampen haben 0,8 Θ. Wie groß ist der Widerstand der Dynamo?

Antwort: Nach dem Ohmschen Gesetz ist

$$10{,}04(R_a + R_i) = 850;$$

also

$$R_a + R_i = 84{,}66\ \Theta.$$

Der Lampenwiderstand beträgt

$$16 \cdot 4{,}5 = 72\ \Theta;$$

die Leitung hat 0,8 Θ; für die Dynamo bleiben noch

$$(84{,}66 - 72 - 0{,}8)\,\Theta = 11{,}86\ \Theta.$$

825. Eine Bogenlampe braucht 9,2 A und zwischen den Kohlen 46,6 V. Welche Energie verbraucht die Lampe in Watt und in Pferdestärken?

Antwort:

$$Q = 9{,}2 \cdot 46{,}6 \text{ Watt} = 428{,}7 \text{ Watt} = \frac{428{,}7}{735} \text{ P.S.} = 0{,}58 \text{ P.S.}$$

826. Eine Dynamo hat 2,5 Θ inneren Widerstand; Lampen und Leitung haben 11 Θ, der Strom beträgt 16 A. Welche Energie wird verausgabt?

Antwort:

$$Q = \frac{J^2 \cdot R}{735} = \frac{16^2 \cdot (11 + 25)}{735} \text{ P.S.} = 4{,}7 \text{ P.S.}$$

827. Die Drähte einer Bogenlichtanlage haben 0,214 Θ, die Dynamo 0,073 Θ; bei 90,0 V e. m. K. werden 18,3 A erzeugt. Wie groß ist der scheinbare Widerstand der Lampe? — Welche Energie verbraucht eine Lampe?

Antwort: Nach dem Ohmschen Gesetz soll

$$18{,}3(0{,}214 + 0{,}173 + x)\,\text{A}\cdot\Theta = 90{,}0\,\text{V}$$

sein; also hat die Lampe 4,53 Θ scheinbaren Widerstand. Die verbrauchte Energie beträgt

$$Q = 18{,}3^2 \cdot 4{,}53 \text{ Watt} = 1517 \text{ Watt} = 2{,}06 \text{ P.S.}$$

828. Eine Thomson-Houston-Dynamo liefert an 45 hintereinander geschaltete Lampen mit je 38 V Gegen-e. m. K. einen Strom von 10 A. Die Dynamo hat 30 Θ inneren Widerstand, die Leitung 12 Θ. Wie groß ist die e. m. K. der Dynamo? — Welche Arbeit leistet die Dynamo?

Antwort: Da

$$J \cdot \Sigma(R) = \Sigma(E)$$

sein muß, so wird

$$10(12 + 30) \text{A} \cdot \Theta = (E - 45 \cdot 38) \text{V}.$$

Hieraus folgt

$$E = 2130 \text{ V}.$$

Die geleistete Arbeit wird

$$A = \frac{J^2 \cdot R}{735} = \frac{E \cdot J}{735} = \frac{2130 \cdot 10}{735} = 29{,}0 \text{ P.S.-sec.}$$

829. Eine Lichtanlage hat 6 km Länge und enthält hintereinander geschaltet 38 Brush-Lampen; jede Lampe hat 6 Θ. Der spezifische Widerstand des Leitungskabels ist 0,13; es soll nur 0,1 der verfügbaren Energie absorbiert werden. Wie dick muß die Kabelseele sein?

Antwort: Der Verlust soll 0,1 der Gesamtenergie sein; der Strom ist überall derselbe, also darf der Widerstand des Kabels nur 0,1 des Gesamtwiderstandes betragen.

Anders ausgedrückt: der Kabelwiderstand soll ein Neuntel des Lampenwiderstandes, also

$$\frac{6 \cdot 38}{9} \Theta = 25{,}33 \Theta$$

betragen. Denselben Widerstand kann man durch die Kabellänge und den spezifischen Widerstand ausdrücken, daher ist

$$25{,}33 = \frac{0{,}13 \cdot 6000}{d^2},$$

woraus

$$d = 5{,}5 \text{ mm}.$$

830. Der Stromkreis einer Dynamo enthält 3 hintereinander geschaltete Bogenlampen von je 1,7 Θ. Die Dynamo hat 6 Θ, die Leitung 0,22 Θ, der mechanische Nutzeffekt ist 0,90; der antreibende Motor liefert 6 P.S. Welche Energie wird in jeder Lampe verbraucht? — Wie groß ist die Stromstärke?

Antwort: Die gesamte erzeugte elektrische Energie beträgt

$$0{,}90 \cdot 6\,\text{P.S.} = 5{,}4\,\text{P.S.},$$

der Gesamtwiderstand

$$0{,}22 + 6 + 1{,}7 \cdot 3 = 11{,}32\,\Theta.$$

Da die verbrauchten Energien den Widerständen proportional sind, so verhält sich die in den Lampen verbrauchte

Energie zu 5,4 P.S. wie $3 \cdot 1{,}7\,\Theta$ zu $11{,}32\,\Theta$.

Hiernach brauchen die 3 Lampen je 2,41 P.S., oder 0,81 P.S.

Als Strom ergibt sich aus

$$Q = \frac{J^2 \cdot R}{735} \quad \text{also} \quad 5{,}4 = J^2 \cdot \frac{11{,}32}{735},$$

$$J = 18{,}7\,\text{A}.$$

831. Zur Speisung von 40 Bogenlampen brauchte man in der elektr. Ausstellung in Paris (1881) eine Energie von 29,96 P.S. Die Armatur hatte $R = 22{,}38\,\Theta$, die Leitung $R_a = 2{,}60\,\Theta$, der Strom $J = 9{,}5\,\text{A}$; eine Lampe hatte die Gegen-e.m.K. von $e = 44{,}3\,\text{V}$. Welche Energie Q_1 erheischt jede Lampe? — Welche Energie Q_2 blieb in der Leitung? — Wie groß war die e.m.K. E_2 der Dynamo? — Wie groß war ihr mechanischer Nutzeffekt?

Antwort: Es ist

$$Q_1 = e \cdot J = 44{,}3 \cdot 9{,}5 = 420{,}85\,\text{Watt-sec.} = 0{,}57\,\text{P.S.-sec.}$$

$$Q_2 = J^2(R + R_a) = 9{,}5^2 \cdot (22{,}38 + 2{,}60)\,\text{Watt-sec.} =$$
$$= 2254{,}44\,\text{Watt-sec.} = 2{,}254\,\text{K.W.-sec.} = 3{,}07\,\text{P.S.-sec.}$$

Die gesamte erzeugte Energie war somit

$$40 Q_1 + Q_2 = (40 \cdot 0{,}57 + 3{,}07)\,\text{P.S.-sec.} = 25{,}87\,\text{P.S.-sec.}$$

$$E = J(R + R_a) + 4E = [9{,}5\,(22{,}38 + 2{,}60) + 40 \cdot 44{,}3]\,\text{V} =$$
$$= 2009{,}3\,\text{V}.$$

$$\varrho = \frac{40\,Q_1 + Q_2}{Q} = \frac{25{,}87}{29{,}90} = 8{,}6\%.$$

XXXV. Beleuchtungsanlagen.

832. Ein Leitungsdraht führt $J = 9$ A, er hat einen Querschnitt von 7,89 qmm und 2 500 m Länge von den Lampen bis zur Dynamo. Welche elektrische Spannung ist nötig, wenn der Draht aus Kupfer besteht?

Antwort: Ist

$$J = \frac{E}{R} = E \cdot \frac{s}{\varrho l},$$

oder umgekehrt

$$E = \varrho \cdot \frac{lJ}{s},$$

so verbraucht dieser Kupferdraht eine Spannung von

$$E = \frac{0{,}0174 \times 2 \cdot 2500 \times 9}{7{,}87} \text{ V} = 100 \text{ V}.$$

833. Bei einer Lichtverteilungsanlage hat die Dynamo 170 V zwischen den Klemmen; die Lampen verlangen 105 V; diese sind auf 5 000 m Entfernung verteilt und erfordern 9 A. Wie groß muß der Querschnitt des Kupferdrahts sein?

Antwort: Nach obiger Annahme verbleiben

$$170 \text{ V} - 105 \text{ V} = 65 \text{ V}$$

für die Leitung; sie ist 2×5000 m lang. Daher ist nach 832.

$$s = \varrho \frac{lJ}{E} = \frac{0{,}0174 \cdot 10000 \cdot 9}{65} \text{ qmm} = 24{,}23 \text{ qmm},$$

so daß der Drahtdurchmesser $d = 5{,}55$ mm ist.

834. Ein 6 mm dicker Draht speist eine Anzahl in Reihe geschalteter Bogenlampen mit 12 A bei 45 V. Wieweit darf die letzte Lampe von der Zentralstation entfernt sein, wenn man eine Lampe wegnimmt?

Antwort: Für die Entfernung l besteht die Beziehung

$$l = \frac{Es}{\varrho J},$$

woraus

$$l = \frac{45 \cdot 3^2 \pi}{0{,}02104 \cdot 12} \text{ m} = 5039{,}4 \text{ m}.$$

835. Eine Glühlampengruppe von 50 Lampen ist 200 m von der Dynamo entfernt; jede Lampe verlangt 0,5 A bei 100 V. Wie groß muß der Drahtquerschnitt sein, wenn sein Widerstand nur 8% Verlust geben soll?

Antwort: Der Potentialunterschied zwischen den Enden der Leitung muß 0,08 von 100 V d. h. 8 V betragen; die 50 Lampen verlangen 25 A; daraus ergibt sich nach dem Ohmschen Gesetz als Widerstand

$$R = \frac{0{,}08 \cdot 100}{25}\,\Theta = 0{,}32\,\Theta.$$

Folglich wird der Querschnitt des Drahtes

$$s = 0{,}0175 \cdot \frac{2 \cdot 200}{0{,}32}\ \text{qmm} = 22\ \text{qmm}.$$

836. Eine Hauptleitung speist 5 Lampengruppen, die beziehungsweise 200, 80, 100, 40 und 60 Lampen haben, von denen jede 0,5 A bei 100 V verlangt. Die Entfernungen dieser Gruppen von der Dynamo sind beziehungsweise den Entfernungen 80, 200, 240, 300, 400 m proportional. Man soll überall denselben Drahtquerschnitt verwenden und diesen Querschnitt so bestimmen, daß der ganze Verlust höchstens 10 V, also 10 % der nutzbaren Spannung beträgt. Wie groß muß dieser Querschnitt sein? (Fig. 64 u. Fig. 65.)

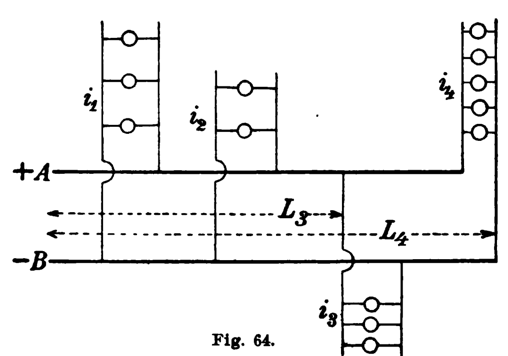


Fig. 64.

Antwort: Figur 64 gibt das Schema des Stromkreises; Figur 65 soll einen der Drähte im offenen Stromkreis darstellen.

Fig. 65.

R_1, R_2, ... bedeuten die Drahtwiderstände von Anfang an bis zu der betreffenden Zweigleitung; r_1, r_2, ... die Widerstände der betreffenden Zweigleitungen; J_1, J_2, ... die Stromstärke der Zweigleitungen; i_1, i_2, ... die von den Punkten der Hauptleitung abzuleitenden Stromstärken.

Der Verlust oder der Potentialabfall in den einzelnen Teilen ergibt sich, wenn man Hin- und Rückweg rechnet, zu

$$V_1 = 2J_1 \cdot r_1 = 2(i_1 + i_2 + i_3 + \cdots)r_1 \, \mathrm{V};$$
$$V_2 = 2J_2 \cdot r_2 = 2(i_2 + i_3 + i_4 + \cdots)r_2 \, \mathrm{V};$$
$$V_3 = 2J_3 \cdot r_3 = 2(i_3 + i_4 + i_5 + \cdots)r_3 \, \mathrm{V} \text{ usw.}$$

Der ganze Potentialverlust wird daher

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots = 2(J_1 r_1 + J_2 r_2 + J_3 r_3 + \cdots) =$$
$$= 2\{i_1 r_1 + i_2(r_1 + r_2) + i_3(r_1 + r_2 + r_3) + \cdots\} =$$
$$= 2\{i_1 R_1 + i_2 R_2 + i_3 \cdot R_3 + \cdots\}.$$

Ist dann s der Querschnitt des Leiters und sind $L_1, L_2, L_3, \ldots$ die Entfernungen von den Verzweigungspunkten bis zum Anfang, so wird

$$V = 2 \cdot \frac{0{,}017}{s}\{i_1 L_1 + i_2 L_2 + i_3 L_3 + \cdots\},$$

und also

$$s = \left\{\frac{2 \cdot 0{,}017}{V}\right\}\{i_1 L_1 + i_2 L_2 + i_3 L_3 + \cdots\}.$$

In unserem Fall wird

$$s = \left\{\frac{2 \cdot 0{,}017}{10}\right\}\{100 \cdot 80 + 40 \cdot 200 + 50 \cdot 240 + 20 \cdot 300 + 30 \cdot 400\} =$$
$$= 156{,}4 \text{ qmm},$$

die Drahtdicke also 14 mm.

837. Eine Hauptleitung gibt an fünf Nebenleitungen die Ströme

$$i_1 = 1; \quad i_2 = 2{,}5; \quad i_3 = 2;$$
$$i_4 = s; \quad i_5 = 1{,}5 \, \mathrm{A}$$

ab. Die Nebenleitungen gehen alle von demselben Punkt A (Pol einer Dynamo, Pol eines Transformators, Pol einer Akkumulatorenbatterie, Verzweigungspunkt einer Hauptleitung) aus und sind beziehungsweise

$$l_1 = 60, \quad l_2 = 40, \quad l_3 = 30,$$
$$l_4 = 50, \quad l_5 = 40, \quad l_6 = 20 \text{ m}$$

lang. Der Potentialunterschied an den Klemmen der Nebenleitungen soll für alle gleich sein, nämlich $P_1 = 105 \, \mathrm{V}$; die Hauptleitung AB

hat $P = 110$ V. Wie müssen die Zweigleitungen vom Punkt A aus und die von B ausgehenden Drähte beschaffen sein? (Fig. 66.)

Antwort: Vom Pol A ausgehend nimmt man willkürlich den Querschnitt der nachfolgenden Leiter Am an, bis der Voltverlust von A bis nach m kleiner bleibt als

$P - P_1 = 5$ V.

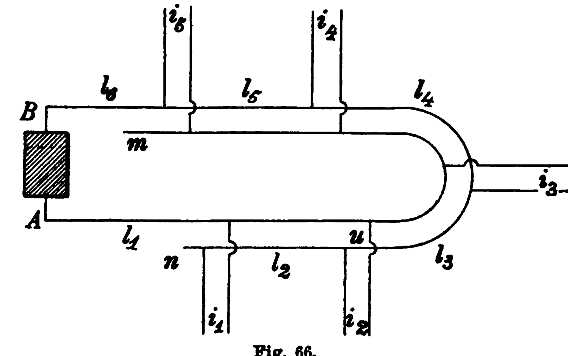


Fig. 66.

Nachher berechnet man die Querschnitte des andern Leiters Bn, so daß jede Zweigleitung das Potential P_1 bekommt, und daß man für die Zweigleitung im Punkte u zum Beispiel den Ausdruck erhält:

$$\text{Verlust von } B \text{ nach } u + \text{Verlust von } A \text{ nach } u = P - P_1.$$

In dieser Weise bestimmt man, daß der Voltverlust von A nach m längs des Leiters Am die 4,84 V verliert; man kann annehmen, z.B. daß der Voltverlust von A nach m näherungsweise der Entfernung proportional ist. Dann werden die Voltverluste in den Punkten 1, 2, 3, 4, 5 die folgenden sein:

1,32 V; 2,20 V; 2,86 V; 3,96 V; 4,84 V.

Die Querschnitte der Zweigleitungen von A nach m sind:

$$s_1 = \frac{0{,}017}{1{,}32} \cdot l_1(i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_5) = 6{,}18 \text{ qmm},$$

$$s_2 = \frac{0{,}017}{2{,}20 - 1{,}32} \cdot l_2(i_2 + i_3 + i_4 + i_5) = 5{,}41 \text{ qmm},$$

$$s_3 = \frac{0{,}017}{2{,}86 - 2{,}20} \cdot l_3(i_3 + i_4 + i_5) = 3{,}48 \text{ qmm},$$

$$s_4 = \frac{0{,}017}{3{,}96 - 2{,}86} \cdot l_4(i_4 + i_5) = 1{,}93 \text{ qmm},$$

$$s_5 = \frac{0{,}017}{4{,}84 - 3{,}96} \cdot l_5 \cdot i_5 = 1{,}16 \text{ qmm}.$$

Weil der Voltwert für alle Zweigleitungen 105 V ist, so sind die Voltverluste in den Punkten 1, 2, 3, 4, 5 im Leiter ***Bn*** folgende:

$$(5 - 1{,}32)\,\mathrm{V} = 3{,}68\,\mathrm{V}; \qquad (5 - 2{,}20)\,\mathrm{V} = 2{,}80\,\mathrm{V};$$
$$(5 - 2{,}86)\,\mathrm{V} = 2{,}14\,\mathrm{V}; \qquad (5 - 3{,}96)\,\mathrm{V} = 1{,}04\,\mathrm{V};$$
$$(5 - 4{,}84)\,\mathrm{V} = 0{,}16\,\mathrm{V}.$$

Nach den Voltverlusten berechnet man die Querschnitte der Ableitungen s'_6, s'_5, s'_4, s'_3, s'_2 im Leiter ***B*** bis nach n nach den Beziehungen

$$\left\{\frac{0{,}017}{s'_6}\right\} \cdot l_6 \{i_5 + i_4 + i_3 + i_2 + i_1\} = 0{,}16, \text{ woraus } s'_6 = 17 \text{ qmm};$$

$$\left\{\frac{0{,}017}{s'_5}\right\} \cdot l_5 \{i_4 + i_3 + i_2 + i_1\} = 1{,}04 - 0{,}16, \text{ woraus } s'_5 = 5{,}0 \text{ qmm};$$

$$\left\{\frac{0{,}017}{s'_4}\right\} \cdot l_4 \{i_3 + i_2 + i_1\} = 2{,}14 - 1{,}04, \text{ woraus } s'_4 = 4{,}25 \text{ qmm};$$

$$\left\{\frac{0{,}017}{s'_3}\right\} \cdot l_3 \{i_2 + i_1\} = 2{,}80 - 2{,}14, \text{ woraus } s'_3 = 2{,}7 \text{ qmm};$$

$$\left\{\frac{0{,}017}{s'_2}\right\} \cdot l_2 i_1 = 3{,}68 - 2{,}80, \text{ woraus } s'_2 = 0{,}0773 \text{ qmm}.$$

In Wirklichkeit muß man die Querschnitte der Drähte so nehmen, wie sie im Handel zu haben sind.

838. In einer Beleuchtungsanlage verwendet man n Lampen, von denen jede e V und i A verlangen; ihre Entfernung von der Dynamo sei l m. Wie dick muß der Leiter sein, wenn die Dynamo E V und die Lampen e V verlangen?

Antwort: Der Kupferleiter sei d cm dick; sein elektrischer Widerstand wird

$$R = \frac{0{,}02104 \cdot 2l}{d^2}\,\Theta,$$

die nötige Stromstärke wird

$$J = ni\,\mathrm{A}$$

und die Potentialdifferenz an den Enden des Leiters

$$E - e.$$

Dann besteht die Gleichung

$$E - e = ni \times 0{,}02104 \cdot \frac{2l}{d^2},$$

woraus

$$d = \sqrt{0{,}04208 \cdot \frac{nil}{E-e}}.$$

839. Wenn man in 838. die Werte hat:

$n = 40,\quad e = 100\,\mathrm{V},\quad l = 240\,\mathrm{m},\quad i = 0{,}53\,\mathrm{A},\quad E = 107{,}5\,\mathrm{V},$

so suche man den Wert für d.

Antwort:

$$d = \sqrt{\frac{0{,}04208 \cdot 40 \cdot 0{,}53 \cdot 240}{107{,}5 - 100}} = 5{,}39\ \mathrm{mm}.$$

840. Man will bei einer Anlage zur Übertragung elektrischer Energie so ökonomisch als möglich verfahren, also den Querschnitt des Leitungsdrahtes so klein wie möglich wählen. Wie groß muß sein Querschnitt q gewählt werden, wenn eine P.S.-Sek. p Geldeinheiten und ein ccm des Leiters p' Geldeinheiten kostet und wenn ferner ϱ sein spezifischer Widerstand und J die zu übertragende Stromstärke ist?

Zahlenbeispiel: Eine Telegraphenleitung aus Eisendraht soll $J = 0{,}014\,\mathrm{A}$ leiten. Dieser Strom wird von Akkumulatoren erzeugt; 1 P.S. kostet $p = 0{,}3$ Fr. — Ein ccm Eisendraht kostet $p' = 0{,}0047$ Fr. Der spezifische Widerstand des Eisens (Tafel XI) ist $\varrho = 117 \cdot 10^{-7}$. Wie groß muß der vorteilhafteste Querschnitt sein, wenn er täglich 10 Stunden benutzt wird?

I. Antwort: (Thomson, Ferrini). Die J-A leisten in jeder Sek. in jedem cm des Leiters die Arbeit

$$A = \frac{J^2 \cdot \varrho}{q}\ \text{Joule} = \frac{J^2 \cdot \varrho}{735 \cdot q}\ \text{P.S.}$$

während einer Sek.

Diese Arbeit wird in Wärme umgesetzt und ist daher mechanisch verloren. Bezeichnet daher p den Preis einer P.S.-Sek., so geht in jeder Sek. ein Betrag von

$$\frac{J^2 \cdot \varrho \cdot p}{735 \cdot q}\ \text{Geldeinheiten}$$

verloren durch nutzlose Wärmeerzeugung. Wenn während T Sek. des Jahres gearbeitet wird, so beträgt der jährliche Verlust für 1 cm des Leiters

$$\frac{J^2 \cdot \varrho \cdot p \cdot T}{735 \cdot q}\ \text{Geldeinheiten.}$$

Andererseits kostet 1 cm der Leitung $p' \cdot q$ Geldeinheiten und bedingt daher bei Annahme eines Zinsfußes von z% einen Verlust von $zp'q$ Geldeinheiten jährlich und für jeden cm der Leitung. Der Gesamtverlust beträgt

$$\frac{J^2 \cdot \varrho \cdot p \cdot T}{735 \cdot q} + \frac{z}{100} \cdot p'q.$$

Dieses soll ein Minimum werden durch passende Wahl von q.

Nach dem gewöhnlichen Verfahren oder nach einem Satz von Serpieri (Misure, p. 82) wird der angegebene Ausdruck ein Minimum für

$$q = J \cdot \sqrt{\frac{100 \varrho p T}{z \cdot 735 \cdot p'}}.$$

II. Antwort: Es sei der Leiter l cm lang, sein Querschnitt q qcm, R Θ sein Widerstand und ϱ sein spezifischer Widerstand; E und e V sei die e.m.K. am Ende des Leiters; J A die in T Stunden im Jahre durchfließende Stromstärke; P Fr. der Preis der Watt-Stunde; z der Zinsfuß und die Amortisation und endlich p' Fr. der Preis für 1 ccm Kupfer.

Die an den Draht abgegebene Energie ist JE Watt-Sek., die vom Draht abgegebene Energie ist ie Watt-Sek. Daraus findet man den vom Draht verbrauchten Verlust zu

$$(E - e)J = J^2 R \text{ Watt-Sek.}$$

Der Energieverlust im Jahr wird

$$J^2 \cdot \frac{T \cdot l \cdot \varrho}{q} \text{ Watt-Sek.}$$

Der im Draht verbrauchte Verlust kostet

$$F_1 = \frac{J^2 \cdot T \cdot l\varrho}{q} \cdot P \text{ Fr.}$$

Zins und Amortisation für die Leitung betragen

$$F_2 = lqp'z \text{ Fr.}$$

Nun soll $F_1 + F_2$ den kleinstmöglichen Wert haben, also muß

$$\frac{J^2 \cdot T \cdot \varrho l P}{q} + lqp'z = \text{Minimum} = M$$

sein. Diese Bedingung ist von der Form:

$$\frac{a}{S} + bS = M;$$

also wird

$$q = \frac{M}{b} \pm \sqrt{\left\{\frac{M}{b}\right\}^2 - \frac{a}{b}}.$$

Dieser Wert hat sein Minimum, wenn $M = 2\sqrt{a \cdot b}$, damit wird

$$q = J\sqrt{\frac{T \cdot P \cdot \varrho}{p' \cdot z}}.$$

Zahlenbeispiel: Nach der obigen Thompsonschen Formel wird

$$F = J\sqrt{\frac{100}{z} \cdot \frac{\varrho p T}{735 \cdot p'}} =$$

$$= 0{,}014\sqrt{\frac{100}{4} \cdot \frac{1{,}17 \cdot 10^{-6} \times 0{,}3 \times 365 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 10^1}{735 \times 0{,}0047}} = 0{,}256 \text{ qcm}$$

der Durchmesser wird

$$d = 5{,}7 \text{ mm}.$$

841. Man kennt den Bruchteil des Tages f, während dessen gearbeitet wird, ferner den Preis P einer P.S., welche das ganze Jahr hindurch arbeitet, den Preis P' eines cbm des Leiters (vom spezifischen Widerstand ϱ). Wie groß muß dann der Querschnitt des Leiters gewählt werden, damit J A möglichst vorteilhaft durchgeleitet werden?

Zahlenbeispiel: Durch eine Kupferleitung soll während 8 Stunden täglich der Strom $J = 30$ A fließen. Das Kupfer dieser Leitung hat $\varrho = 174 \cdot 10^8$ spezifischer Widerstand. Eine P.S. während eines Jahres kostet $P = 876$ Fr. Ein cdm dieses Kupfers kostet $P' = 22{,}5$ Fr. Der Zinsfuß für Kapital mit Amortisation beträgt $z = 7$. Wie groß muß der vorteilhafteste Querschnitt F des Leiters sein?

Antwort: Wenn man die Thomsonsche Formel zugrunde legt und darin

$$T = f \cdot N$$

setzt, wo N die Anzahl der Sek. eines Jahres bezeichnet, ferner

$$p = \frac{P}{N} \quad \text{und} \quad p' = P' \cdot 10^{-6}$$

setzt, so wird

$$q = \sqrt{\frac{10^8 \cdot f \cdot \varrho \cdot P}{z \cdot 735 \cdot P'}} = 369 \cdot J \cdot \sqrt{f \cdot \varrho \frac{P}{P' z}}.$$

Zahlenbeispiel: Nach obiger Beziehung wird

$$F = 369 \times 30 \sqrt{\frac{1740 \cdot 10^{-9} \times 876}{\frac{24}{8} \times 22500 \times 7}} = 0{,}628 \text{ qcm.}$$

Daraus folgt als Durchmesser

$$d = 8{,}94 \text{ mm.}$$

842. In einer Kalzium-Karbid-Fabrik arbeitet man Tag und Nacht ($f = 1$). Die Pferdestärke kostet 100 Fr. im Jahr oder 0,000317 Cts. in der Sek. Der cbm Kupfer kostet 22000 Fr.; man arbeitet mit 200 A; der Zinsfuß für Baukapital beträgt 5%. Wie groß muß der ökonomische Querschnitt des Kupferdrahtes sein?

Antwort: Die Formel in 841. gibt

$$q = 369 \times 200 \sqrt{1 \cdot 0{,}02 \cdot \frac{0{,}000317}{22000 \cdot 5}} = 0{,}561 \text{ qcm.}$$

843. Man bestimme den günstigsten Querschnitt des Leiters, welcher J A übertragen soll, wenn eine Watt-Sek. F und 1 ccm des Leiters F' Fr. kostet?

Antwort: Da

$$P = 735 F \cdot 31500000$$

und

$$P' = 10^6 \cdot F'$$

ist, so wird die Formel in 842. nach Ferrini

$$q = J \sqrt{\frac{100}{z} \cdot 10^6 \cdot 31{,}5 \cdot f \cdot \varrho \cdot \frac{F}{F'}} = 5612 J \cdot \sqrt{\frac{f \cdot \varrho \cdot F}{z \cdot F'}}.$$

844. Um eine Wasserkraft von 350 P.S. zu übertragen, baut man ein Werk, welches 420000 Fr. kostet. Die jährlichen Unkosten sind auf 10000 Fr. geschätzt, wozu noch 4% Zinsen und 2% Amortisation kommen sollen. Das Kupfer für 1 ccm kostet 0,016 Fr.; sein spezifischer Widerstand ist 1,60 Mikroohm für jeden ccm. Die Kraft wird 7 Std. täglich gebraucht. Welches ist der vorteilhafteste Querschnitt, wenn man 50 A übertragen will?

Antwort: Die jährliche Ausgabe beträgt

$$0{,}06 \cdot 420000 + 10000 = 35200 \text{ Fr.,}$$

oder

$$100{,}8 \text{ Fr.}$$

die P.S. im Jahr. Die Formel in 842. gibt

$$q = 164{,}9 \cdot J \cdot \sqrt{\frac{7}{24} \cdot \frac{1600}{10^9} \cdot \frac{100{,}8}{16000}} = 0{,}000894\, J\,[\mathrm{qcm}] =$$

$$= 0{,}0894\, J\,[\mathrm{qmm}] = 0{,}0894 \cdot 50 = 0{,}447\,[\mathrm{qmm}].$$

Der Drahtdurchmesser wird $d = 7{,}54$ mm.

845. Vier Brush-Bogenlampen sind hintereinander geschaltet, je um 50 m entfernt; jede Lampe hat 60 Θ; die Dynamo ist um 400 m von der ersten Lampe entfernt. Wie dick muß der Leitungsdraht sein, dessen spezifische Leitungsfähigkeit 96 % ist, wenn sein Widerstand nur 8 % von dem der Lampen sein soll?

Antwort: Der Leitungsdraht ist

$$2 \cdot 400 + 300 = 1100 \text{ m}$$

lang; der Lampenwiderstand beträgt

$$4 \cdot 6 = 24\, \Theta;$$

die Leitung hat also

$$0{,}08 \cdot 24 = 1{,}92\, \Theta.$$

Der Meter Kupferdraht (mit 96 % Reinheit) von 1 mm Dicke hat $\frac{0{,}020}{0{,}96}\, \Theta$. Ist d die gesuchte Dicke, so muß

$$1{,}92 = \left\{\frac{0{,}020}{0{,}96} \cdot \frac{100}{d^2}\right\},$$

also

$$d = 3{,}53 \text{ mm}$$

sein.

846. Eine Glühlampe hat 80 Θ; sie ist 3,7 m von der Hauptleitung entfernt; der Kupferdraht hat 85 % Reinheit. Wie dick muß der Draht sein, damit sein Widerstand 0,08 % des Lampenwiderstandes ist?

Antwort: Die Leitung soll $80 \cdot 0{,}0008 = 0{,}064\, \Theta$ Gesamtwiderstand oder

$$\frac{0{,}064}{2 \cdot 3{,}7} = 0{,}00865\, \Theta$$

im Meter haben. Ein Draht von 1 m Länge und 1 mm Dicke von diesem Kupfer hat

$$\frac{0{,}021}{0{,}85} = 0{,}0246\, \Theta.$$

Zwischen den Widerständen der 1 m langen Stücken und der Durchmesser muß die Proportion bestehen

$$\frac{0{,}00865}{0{,}0246} = \frac{1^2}{d^2};$$

daher ist

$$d = 1{,}69 \text{ mm}.$$

847. Jede von 5 hintereinander geschalteten Brush-Lampen hat 6 Θ. Dieselben stehen 40 m voneinander ab; die Dynamo ist 200 m von der ersten Lampe entfernt. Wie dick muß der Leitungsdraht sein, wenn man reines Kupfer und im Leiter einen Energieverlust von 10% voraussetzt?

Antwort: Es sei R_2 der Leiterwiderstand und R_1 der Gesamtwiderstand; dann muß gelten

$$\frac{100}{10} = \frac{J_1^2 \cdot R_1}{J_1^2 \cdot R_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{(30 + R_2)}{R_2}$$

und somit der Leiterwiderstand $R_2 = 3^1/_3$ Θ sein. Der Leiter ist

$$2 \cdot 200 + 2 \cdot 4 \cdot 40 = 720 \text{ m}$$

lang und aus reinem Kupfer. Dieser hat den Widerstand

$$3^1/_3 = \frac{0{,}021 \cdot 720}{d^2}, \qquad \text{somit ist} \qquad d = 2{,}12 \text{ mm}.$$

848. In einer Beleuchtungsanlage mit 44 Tantallampen, von denen jede 0,35 A verlangt, ist der Leitungsdraht 880 m lang, 4 mm dick und hat 94% Reinheit. Welche Wärmemenge wird in jeder Stunde in diesem Leiter erzeugt?

Antwort: Der Strom wird

$$J = 44 \cdot 0{,}35 = 15{,}4 \text{ A}.$$

Die Leitung aus reinem Kupfer würde

$$R = 0{,}020 \cdot 880 \cdot \tfrac{1}{16} = 1{,}10 \ \Theta$$

haben. Die wirkliche Leitung hat somit

$$\frac{1{,}131}{0{,}94} = 1{,}203 \ \Theta.$$

Aus Strom und Widerstand ergibt sich die Wärmemenge

$$Q = \left\{\frac{1}{4{,}18}\right\} \cdot 15{,}4^2 \cdot 1{,}203 \cdot 3600 \text{ Kal-gr.} = 245{,}7 \text{ Kal-gr.}$$

849. Man bestimme die Kosten einer elektrischen Beleuchtung von 50 Kerzenstärke während den ersten 1000 Stunden nach

den folgenden Angaben: 1) In Paris kostet 1 Hektowatt-Stunde 0,12 Fr. — 2) in Zürich kostet 1 Kilowatt-Stunde während des Winterhalbjahrs 0,7 Fr., mit der Vergünstigung, daß die Kohlenfadenlampen ohne Bezahlung und alle Arten Metallfadenlampen durch das städtische Elektrizitätswerk zu 2,0 Fr. an Abonnenten abgegeben werden. — (Die benutzten Werte für die Lampen sind den amtlichen Bekanntmachungen und den Angaben der bezüglichen Lampenfabrik entnommen.) — Wie viele Kilowatt-Stunden werden verbraucht? — Wie viel kostet die elektrische Beleuchtung:

1) In Paris mit 2 gewöhnlichen Kohlenfadenlampen zu 25 Kerzenstärke, von denen jede 0,64 Fr. kostet und 1000 Stunden brennt und im Anfang 3,03 Watt für jede Kerzenstärke und bei gleichmäßiger Steigerung des Verbrauchs am Ende der 1000 Stunden, wo dieselbe Lampe 3,87 Watt für die noch bleibenden 19,6 Kerzenstärken verbraucht?

2) In Paris mit zwei „metallisierten" Kohlenfadenlampen (Fabius, Henrion in Nancy) zu 25 Kerzenstärke, von denen jede 0,7 Fr. kostet und 500 Stunden brennt und 2,52 Watt für jede Kerzenstärke und bei stetiger Steigerung des Verbrauchs am Ende der 500 Stunden bei 20 Kerzen und 3,10 Watt für jede Kerze verbraucht?

3) In Zürich für die beiden vorhergenannten Lampenarten?

4) In Zürich mit zwei 25-kerzigen Nernstlampen (diese Lampe verbraucht 3,1 Watt für jede Kerzenstärke und kostet 18,0 Fr.)?

5) In Zürich mit 2 Tantallampen (Siemens) von je 25 Kerzenstärke (die Tantallampe verbraucht 40 Watt für 25 Kerzenstärke)?

6) In Zürich mit 2 Wolframlampen von 25 Kerzenstärke, von denen jede 30 Watt verbraucht und 700 Stunden brennt?

7) In Zürich mit 2 Sirius-Kolloidlampen von 25 Kerzenstärke (diese Lampe verbraucht 1,2 Watt für jede Kerzenstärke und dauert 500 Stunden)?

8) In Zürich mit einer „Osmin"-(Westinghouse)-lampe von 50 Kerzenstärke mit 50 Watt Verbrauch und 1000 Stunden Brenndauer?

9) In Zürich mit 1 „Osram"lampe (Deutsche Gasglühlicht-A.-G.-Auergesellschaft) von 50 Kerzenstärke (diese Lampe verbraucht 1,1 Watt für jede Kerzenstärke und brennt 1000 Stunden)?

10) In Zürich mit 1 „Osmium"lampe (Auergesellschaft, Wien) von 50 Kerzenstärke (diese Lampe verbraucht 1,5 Watt für jede Kerzenstärke und brennt 2000 Stunden)?

11) In Zürich mit 2 „Zircon“lampen (A.-G. Rigi, Goldau) von 25 Kerzenstärke (diese Lampe verbraucht 1,2 Watt für jede Kerzenstärke und brennt 800 Stunden)?

12) In Zürich mit einer A. E. G.-Metallfadenlampe (Allgemeine Elektrizitätsgesellschaft, Berlin) von 50 Kerzenstärke (diese Lampe verbraucht im ersten Tausend Stunden 1,18 Watt, im zweiten Tausend Stunden 1,27 Watt, im dritten Tausend Stunden 1,35 Watt, für jede Kerzenstärke)?

13) Wie viele Stunden muß die Osramlampe mindestens brennen, wenn man Züricher Verhältnisse zugrunde legt, damit die Beleuchtung mit Osramlampen nicht mehr kostet als mit der gewöhnlichen Kohlenfadenlampe?

Antwort: 1) Eine neue Kohlenfadenlampe verbraucht 3,03 Watt auf jede Kerzenstärke; der Anfangsverbrauch der 2 Lampen zu 25 Kerzen beträgt

$$2 \cdot 25 \cdot 3{,}03 \text{ Watt} = 151{,}5 \text{ Watt}.$$

Nach 1000 Stunden Brennzeit verbraucht dieselbe Lampe, wie die Erfahrung zeigt, noch 151,5 Watt. Die Lichtstärke ist aber von 50 Kerzen auf 39,2 Kerzen heruntergegangen. Der mittlere Verbrauch dieser Lampe ist also $\frac{50 + 39{,}2}{2} = 44{,}6$ Watt. Der Verbrauch beträgt 151,5 Watt. Um im Mittel 50 Kerzenstärken zu haben, muß der Verbrauch an Watt im Verhältnis

$$44{,}6 \text{ Kerzen} : 50 \text{ Kerzen} = 151{,}5 \text{ Watt} : x \text{ Watt}$$

sein. Der Verbrauch während 1000 Stunden beträgt demnach

$$170000 \text{ Watt-Stunden} = 1700 \text{ Hektowatt-Stunden}.$$

Die Kosten für Strom und Lampen betragen

$$1700 \cdot 0{,}12 \text{ Fr.} + 2 \cdot 0{,}6 \text{ Fr.} = 205{,}28 \text{ Fr.}$$

2) Ähnlich wie vorher wird der Stromverbrauch für 1000 Stunden zu 1250 Hektowatt-Stunden. Der Strom für 4 Lampen kostet

$$1250 \cdot 0{,}12 \text{ Fr.} + 4 \cdot 0{,}7 \text{ Fr.} = 152{,}8 \text{ Fr.}$$

3) In Zürich betragen die Kosten mit den gewöhnlichen Kohlenfadenlampen

$$\frac{1700}{10} \cdot 0{,}7 \text{ Fr.} = 119 \text{ Fr.};$$

und mit den metallisierten Kohlenfadenlampen

$$\frac{125}{10} \cdot 0{,}7 \text{ Fr.} = 87{,}5 \text{ Fr.}$$

4) Die 2 Nernstlampen verbrauchen $2 \cdot 25 \cdot 3{,}1$ Watt $= 155$ Watt. In Zürich kostet dieser Strom in jeder Stunde

$$\frac{155}{1000} \cdot 0{,}7 \text{ Fr.} = 0{,}1085 \text{ Fr.}$$

Der Strom für 1000 Stunden kostet

$$1000 \cdot 0{,}108 \text{ Fr.} = 108{,}5 \text{ Fr.}$$

Die 2 Lampen kosten $2 \cdot 18$ Fr. $= 36$ Fr. Dazu kommen 4 verbrauchte Brenner zu 4,3 Fr. Daher kosten die 1000 Stunden Beleuchtung zu 50 Kerzen, wenn man 5% der Anschaffungskosten der Lampe dazuzieht,

$$(108{,}5 + 36 + 1{,}8 + 17{,}2) \text{ Fr.} = 163{,}5 \text{ Fr.}$$

5) Die 2 „Tantal"lampen verbrauchen $2 \cdot 40 = 80$ Watt. Der nötige Strom für 1000 Stunden kostet

$$\frac{80}{1000} \cdot 1000 \cdot 0{,}7 \text{ Fr.} = 56{,}0 \text{ Fr.}$$

Die 2 Lampen kosten in Zürich $2 \cdot 2$ Fr. $= 4$ Fr. — Die Beleuchtung stellt sich auf

$$56 \text{ Fr.} + 4 \text{ Fr.} = 60 \text{ Fr.}$$

6) Die 2 „Wolfram"lampen verbrauchen $2 \cdot 30$ Watt $= 60$ Watt. Der Strom kostet $\frac{60}{1000} \cdot 0{,}7$ Fr. $= 0{,}042$ Fr. in jeder Stunde; also die Beleuchtung für 1000 Stunden, die Lampen eingerechnet,

$$1000 \cdot 0{,}042 \text{ Fr.} + 3 \cdot 2 \text{ Fr.} = 48 \text{ Fr.}$$

7) Die 2 „Sirius"lampen verbrauchen $2 \cdot 25 \cdot 1{,}2$ Watt $= 60$ Watt. Der Strom für 1000 Stunden kostet

$$\frac{60}{1000} \cdot 1000 \cdot 0{,}7 \text{ Fr.} = 42 \text{ Fr.}$$

Die nötigen 2 Lampen für 2 mal 500 Stunden kosten

$$4 \cdot 2 \text{ Fr.} = 8 \text{ Fr.};$$

die Gesamtkosten betragen

$$42 \text{ Fr.} + 8 \text{ Fr.} = 50 \text{ Fr.}$$

8) Eine „Osmin“lampe verbraucht 50 Watt. Der Strom für 1000 Stunden kostet

$$\frac{50}{1000} \cdot 1000 \cdot 0{,}7 \text{ Fr.} = 35 \text{ Fr.}$$

Die Lampe kostet 2 Fr.; die Gesamtkosten betragen also

$$35 \text{ Fr.} + 2 \text{ Fr.} = 37 \text{ Fr.}$$

9) Eine „Osram“lampe verbraucht

$$50 \cdot 1{,}1 \text{ Watt} = 55 \text{ Watt.}$$

Der Strom für 1000 Stunden kostet

$$\frac{55}{1000} \cdot 1000 \cdot 0{,}7 \text{ Fr.} = 38{,}5 \text{ Fr.}$$

Die Lampe kostet 2 Fr. Die Gesamtkosten betragen

$$38{,}5 \text{ Fr.} + 2 \text{ Fr.} = 40{,}5 \text{ Fr.}$$

10) Der Verbrauch der „Osmium“lampe beträgt für 1000 Stunden

$$\frac{50 \cdot 1{,}5}{1000} \cdot 1000 \cdot 0{,}7 \text{ Fr.} = 52{,}5 \text{ Fr.}$$

Die Hälfte einer Lampe kostet 1,5 Fr.; die Beleuchtung kommt also auf

$$(52{,}5 + 1{,}5) \text{ Fr.} = 54 \text{ Fr.}$$

11) Die 2 „Zircon“lampen zu 25 Kerzen zu 2 Fr. kosten nach 1000 Stunden

$$\frac{2 \cdot 25 \cdot 1{,}5}{1000} \cdot 1000 \cdot 0{,}7 \text{ Fr.} = 52{,}5 \text{ Fr.} + 4 \text{ Fr.} = 56{,}5 \text{ Fr.}$$

12) Die „A. E. G.“lampen verbrauchen für die ersten Tausend Stunden

$$\frac{50 \cdot 1{,}18}{1000} \cdot 1000 \cdot 0{,}7 \text{ Fr.} = 41{,}3 \text{ Fr.}$$

Zu dieser Ausgabe kommt noch ein halber Lampenpreis zu 1,0 Fr. Die Gesamtkosten betragen somit

$$41{,}3 \text{ Fr.} + 1{,}0 \text{ Fr.} = 42{,}3 \text{ Fr.}$$

13) Ist x die Stundenzahl, welche die „Osram“lampe mindestens brennen soll, so kostet die Beleuchtung mit einer 50-kerzigen Osramlampe

$$\frac{50 \cdot 1{,}1}{1000} \cdot x \cdot 0{,}7 \text{ Fr.} + 2 \text{ Fr.}$$

Die Kohlenfadenlampe zu derselben Lichtstärke verbraucht

$$\frac{50 \cdot 3{,}5}{1000} \cdot x \cdot 0{,}7 \text{ Fr.} + 0 \text{ Fr.}$$

Durch Gleichsetzung der beiden Kosten

$$\frac{50 \cdot 1{,}1}{1000} \cdot x \cdot 0{,}7 + 2 = \frac{50 \cdot 3{,}5}{1000} \cdot x \cdot 0{,}7 + 0$$

erhält man

$$x = 23{,}8 \text{ St.}$$

XXXV. Telegraph. — Telephon.

850. Auf einer 35 km langen Linie befinden sich 5 Stationen; jede hat 450 Θ; der Eisendraht der Linie ist 4 mm dick. Wieviel Akkumulatoren sollen eingeschaltet werden, um in der Linie 0,015 A zu erhalten?

Antwort: Der Linienwiderstand setzt sich aus dem Widerstand der Stationen und der Linien zusammen; er ist

$$R = \left(5 \cdot 450 + 35000 \cdot \frac{0{,}1251}{16}\right)\Theta = 2523\,\Theta.$$

Der Akkumulator hat 2 V e. m. K.; die Anzahl der Akkulumatoren sei x und der nötige Strom 0,015 A; nach dem Ohmschen Gesetz wird

$$0{,}015 \cdot R = x \cdot e,$$

also

$$0{,}015 \cdot 2523 = x \cdot 2,$$

woraus

$$x = 19 \text{ Akkumulatoren.}$$

851. Ein Element hat $X\,\Theta$ Widerstand; der Stromkreis hat 5 Θ Widerstand; bei geschlossenem Stromkreis hat man die zwischen den Klemmen nutzbare e. m. K. zu $E = 1{,}35\,\mathrm{V}$ gemessen; bei offenem Stromkreis (mit einem Galvanometer von sehr großem Widerstand oder mit einem Elektrometer gemessen) ist die e. m. K. des Elements $E' = 1{,}52\,\mathrm{V}$. Man sucht X.

Antwort: Es verhält sich

$$E : E' = R : (R + X),$$

woraus

$$(E' - E) : E = \{(R + X) - R\} : R,$$

also

$$X = R\frac{E' - E}{E} = 5 \cdot \frac{1{,}52 - 1{,}35}{1{,}35} = 0{,}63\,\Theta.$$

852. Eine 84 km lange Linie hat 4 mm dicken Eisendraht; der Draht wird auf 1200 Stangen aufgehängt; am Anfang der Linie fließen 0,009 A; an der Endstation kommen nur 0,006 A an. Wie groß ist demnach der mittlere Isolierungswiderstand einer Stange?

Antwort: Bezeichnet $Z = e^{n}\sqrt{\frac{m}{i}}$ eine Größe, in welcher der aufgenommene Strom J_e und der empfangene Strom I_r bedeutet. so besteht, nach Varley, die Beziehung

$$J_r = \frac{2J_e}{Z + \frac{1}{Z}},$$

in welcher n die Anzahl der Stangen, m den Widerstand zwischen zwei Stangen, i den Isolationswiderstand für eine Stange, J_r die Endstromstärke, J_e die Anfangsstromstärke und $e = 2{,}718$ bedeutet. In unserem Fall wird

$$0{,}006 = \frac{2 \cdot 0{,}009}{Z + \frac{1}{Z}}, \qquad \text{woraus} \qquad Z = 2{,}618.$$

Der mittlere Widerstand zwischen zwei Stangen wird

$$m = \frac{70 \cdot 0{,}125}{16} = 0{,}5473\ \Theta.$$

Daraus folgt nach der ersten Beziehung

$$2{,}618 = 2{,}718^{1200}\sqrt{\frac{0{,}5473}{i}},$$

woraus

$$i = 730000\ \Theta.$$

853. Die Linie hat 240 km Länge mit einem Eisendraht von 4 mm Dicke; 3000 Stangen tragen ihn; der Widerstand der Linie hat 6000000 Θ kilometrische Isolation; der ankommende Strom beträgt 0,010 A. Wie groß ist der anfängliche Stromstärke? — Wieviel Leclanché-Elemente sind nötig, wenn die Apparate und die Linie den gleichen Widerstand haben?

Antwort: Der zwischen zwei Stangen liegende Teil der Linie ist

$$m = \frac{240\,000}{3000} \cdot \frac{0{,}150}{4^2} = 0{,}75\ \Theta.$$

Der Isolationswiderstand für eine Stange beträgt

$$I = 6\,000\,000 \times 12{,}5 = 75\,000\,000\ \Theta,$$

weil 12,5 Stangen auf einem Kilometer stehen. Daraus folgt

$$Z = 2{,}378.$$

Der Anfangsstrom ergibt sich aus

$$0{,}010 = \frac{2 \cdot J}{2{,}378 + \frac{1}{2{,}378}}, \qquad \text{woraus} \qquad J = 0{,}0140\ \text{A}.$$

Die ganze Linie hat

$$\frac{240000 \cdot 0{,}150}{16} = 2250\ \Theta.$$

Der Widerstand des ganzen Kreises (Linien und Apparate) wird dadurch zu 4500 Θ. Damit die Anfangsstromstärke 0,0140 A sei, wird eine e. m. K. von

$$0{,}0140 \cdot 4500 = 63{,}2\ \text{V}$$

nötig sein. — Die e. m. K. wird von $\frac{63{,}2}{1{,}48} = 43$ Leclanché-Elementen erzeugt.

854. Man bestimme den algebraischen Ausdruck für den Isolationswiderstand der isolierenden Schicht eines Kabels von l m Länge, wenn die hohlzylindrische Schicht die Durchmesser d und D und die spezifische Leitungsfähigkeit k hat.

Antwort: Es seien 2 unendlich benachbarte zylindrische und konaxiale Flächen auf den Potentialen V_1 und V_2; ihre auf dem Radius gemessene Entfernung sei dx. Dann läßt sich, ähnlich wie für die Wärmeleitung, annehmen, daß die Menge i, welche durch ein Flächenelement σ hindurchgelangt, gegeben ist durch

$$i = \frac{(V_2 - V_1) k \sigma}{dx}.$$

Von einer Zylinderfläche zur anderen geht dann die Menge über

$$J = \frac{(V_2 - V_1) k \cdot 2 \pi x l}{\Delta x}.$$

Dem Ohmschen Gesetz zufolge muß außerdem

$$J \cdot dr = (V_2 - V_1)$$

sein. Aus diesem ergibt sich ein Ausdruck für den elementaren Widerstand dr, der zwischen den beiden unendlich benachbarten Zylindern auftritt, nämlich durch Division der letzteren Gleichung durch erstere

$$dr = \frac{dx}{2k\pi xl}.$$

Sind nun die Zylinderflächen um die endliche Strecke $\frac{1}{2}(D-d)$ voneinander entfernt, so wird der Widerstand durch Integration

$$R = \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} dr = \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} \frac{dx}{2k\pi xl} = \frac{1}{2\pi kl} \log \text{nat} \frac{D}{d}.$$

855. Man wünscht den Isolationswiderstand eines Kabels zu kennen, welches L cm Länge hat und dessen isolierende Schicht die Dicke $\frac{1}{2}(D-d)$ und den spezifischen Widerstand ϱ hat.

Antwort: Da der spezifische Widerstand der reziproke Wert der Leitungsfähigkeit ist, so ergibt 854. die Lösung

$$R = \frac{\varrho}{2\pi L} \cdot \log \text{nat} \frac{D}{d} = \frac{\varrho}{2{,}73\,l} \log \text{com} \cdot \frac{D}{d}.$$

856. Das Kabel im persischen Golf (1868) ist $L = 845$ km lang; seine isolierende Schicht hat die Durchmesser 2,8 mm und 7,85 mm, der spezifische Widerstand beträgt $1{,}5 \cdot 10^{25}$. Wie groß ist der kilometrische Widerstand? — Wie groß sein gesamter Isolationswiderstand?

Antwort: Nach 855. wird der Gesamtwiderstand

$$R = \frac{1{,}5 \cdot 10^{25}}{2{,}73 \cdot 100000} \log \frac{7{,}85}{2{,}8} \text{ E. M. E.} = 24{,}6 \cdot 10^{3} \text{ Megohm.}$$

Der kilometrische Widerstand ist

$$\frac{R}{L} = \frac{24{,}6 \cdot 10^{3}}{845} = 29{,}11 \text{ Megohm.}$$

857. Um zwei im gleichen Hause befindliche Stationen A und B zu errichten, wurden 2 ohne Induktionsspulen versehene Mikrophone verbunden. Daher sind in Reihe geschaltet: 1) für den Aufruf: das Element in A, die Leitung, die Glocke in B und der Rückleitungsdraht; und 2) zum Sprechen: das Element, das Telephon, das Mikrophon in A, die Linie, das Mikrophon, das Telephon, das Element in B und der Rückleitungsdraht. Die

Linie sei 260 m lang, die Rufglocke habe 4 Θ Widerstand und 0,15 A Arbeitsstrom, das Mikrophon 0,5 Θ Widerstand und das Telephon 80 Θ; wieviel Leclanché-Elemente müssen in jeder Station aufgestellt werden? — Wie groß ist die Stromstärke im Rufstrom? — Wie groß im Sprechstrom?

Antwort: Gleich wie im Inneren eines Hauses soll die Drahtdicke nicht weniger als 1 mm betragen; mit dieser Dicke wird der Widerstand des 260 m langen Drahtes 5,72 Θ betragen. Damit wird der Widerstand des ersten Stromkreises

$$1{,}5 + 4 + 5{,}72 = 11{,}22\ \Theta,$$

weil das Element im Mittel 1,5 Θ hat. Mit einem Leclanché-Element in jeder Station (diese Elemente sind hintereinander geschaltet, damit ihre Wirkungen im zweiten Stromkreis sich verstärken) wird die Stromstärke

$$J = \frac{1{,}4}{11{,}22}\ \mathrm{A} = 0{,}125\ \mathrm{A}.$$

Dieser Strom genügt nicht, um die Rufglocke zu erregen; auch wenn man ein ganz neues Leclanché-Element benutzt. Daraus folgt, daß man mindestens 2 Elemente in jeder Station aufstellen muß. Mit 2 Elementen wird der Rufstrom

$$J = \frac{2 \cdot 1{,}4}{2 \cdot 1{,}5 + 4 + 5{,}72}\ \mathrm{A} = 0{,}22\ \mathrm{A}.$$

Im zweiten, dem Sprechstromkreis, wird, weil die 4 Leclanché-Elemente im gleichen Sinn wirken, die Stromstärke

$$J_2 = \frac{4 \cdot 1{,}4}{2 \cdot 1{,}5 + 80 + 0{,}5 + 11{,}22 + 0{,}5 + 80 + 2 \cdot 1{,}9}\ \mathrm{A} = 0{,}0314\ \mathrm{A}.$$

858. Die Telegraphenlinie zwischen den 2 Stationen *A* und *B* hat 80 Θ; die Batterie in *A* hat 40 V bei 10 Θ innerem Widerstand. Das Ende *B* der Linie ist mit einem Apparat von 10 Θ verbunden. Zwischen *A* und *B* befindet sich eine Ableitung nach der Erde, welche 20 Θ entspricht (Isolationsfehler). Wie stark ist der Strom in der fehlerfreien Linie? — Wie stark bei der fehlerhafter Linie? — Welcher Strom geht durch den Apparat in *B*?

Antwort. Der Widerstand der ganzen fehlerfreien Leitung beträgt

$$(80 + 10 + 10)\ \Theta = 100\ \Theta,$$

die e m. K. ist 40 V, also der normale Strom 0,4 A.

Bei fehlerhafter Leitung liegen vor dem Isolationsfehler

$$(40 + 10)\,\Theta = 50\,\Theta.$$

Der hinter dem Fehler liegende Widerstand setzt sich aus 2 Zweigen zusammen, welche einzeln 20 Θ und (40 + 10) Θ betragen, und kann durch

$$\frac{20 \cdot 50}{20 + 50}\,\Theta = 14{,}3\,\Theta$$

ersetzt werden. In diesem Fall ist der Gesamtwiderstand

$$50 + 14{,}3 = 64{,}3\,\Theta;$$

daher ist der abgegebene Strom 0,62 A.

Dieser Strom verzweigt sich an der Fehlerstelle in 2 Teile, welche sich umgekehrt wie die Widerstände verhalten; es ist also

$$\frac{J_{20}}{J_{50}} = \frac{50}{20} = \frac{\frac{5}{7} \cdot 0{,}62}{\frac{2}{7} \cdot 0{,}72}.$$

Durch den bei B liegenden Apparat fließen sonach

$$\tfrac{2}{7} \cdot 0{,}62\,\mathrm{A} = 0{,}18\,\mathrm{A}$$

statt der 0,4 A.

859. Auf der Station A befindet sich eine Batterie von 30 V und 8 Ohm; um 20 Θ von A entfernt, befindet sich auf der Linie eine mangelhafte Erdverbindung, welche 30 Θ entspricht. Die Linie AB hat 120 Θ, und in B befindet sich noch ein Apparat mit 12 Θ. Wie stark muß der Strom in der fehlerfreien Linie sein? — Welcher Strom fießt in der fehlerhaften Linie? — Welcher Strom geht durch den Apparat in B?

Antwort: Der normale Widerstand beträgt im ganzen

$$(8 + 120 + 12)\,\Theta = 140\,\Theta;$$

der normale Strom ist somit

$$J = \tfrac{36}{140}\,\mathrm{A} = 0{,}257\,\mathrm{A}.$$

Vor dem Fehler liegen

$$(8 + 20)\,\Theta = 28\,\Theta;$$

die darauf folgende Verzweigung entspricht

$$\frac{[30 \cdot (120 + 12)]}{30 + (120 + 12)}\,\Theta = 24{,}4\,\Theta,$$

so daß die fehlerhafte Linie

$$28 + 24{,}4 = 52{,}4\ \Theta$$

und somit 0,7 A hat.

Dieser Strom von 0,7 A verteilt sich nach dem Verhältnis

$$\frac{J_{70}}{J_{132}} = \frac{132}{30} = \frac{132 \cdot \frac{0{,}7}{162}}{30 \cdot \frac{0{,}7}{162}}.$$

Durch den in B liegenden Apparat gehen

$$\frac{(30 \cdot 0{,}7)}{162}\ \text{A} = 0{,}13\ \text{A}$$

statt 0,257.

860. In der Linie besteht ein Fehler von f Θ und eine Batterie von E V. Der Widerstand der Linie zwischen der Abgangsstation und dem Isolationsfehler beträgt mit demjenigen der Batterie und des Apparates zusammen R Θ; der Rest der Linie und der Empfangsapparat haben zusammen noch r Θ. Wie groß ist der durch den Empfangsapparat gehende Strom? (Fig. 67.)

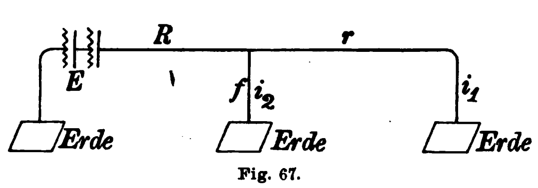


Fig. 67.

Antwort: Es sei i_1 der durch den Fehler und i_2 der durch den Empfangsapparat zur Erde gehende Strom; dann gilt für diese Verzweigung

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{f}{r}.$$

Aus ihr wird durch Umformung

$$i_1 = \frac{fJ}{f + r}.$$

Der von der Batterie ausgehende Strom ist

$$J = \frac{E}{\frac{f \cdot r}{f + r} + R},$$

demnach der gesuchte

$$i_1 = \frac{f \cdot E}{Rr + fR + fr}.$$

861. Die Telegraphenlinie zwischen den Stationen A und B hat einen Isolationsfehler in den beiden Punkten F und G. In A befindet sich eine Batterie mit 40 $\mathfrak{V}$ und 15 Θ. Die Apparate in A und die Linie bis F haben zusammen 50 Θ; der erste Fehler in F entspricht 20 Θ; von F bis G hat die Linie 60 Θ; der Fehler in G entspricht 30 Θ, und der Rest der Linie mit den Apparaten in B hat 70 Θ. Wie stark soll normalerweise der Strom sein? — Wie stark ist der Strom, der nach B gelangt? (Fig. 68.)

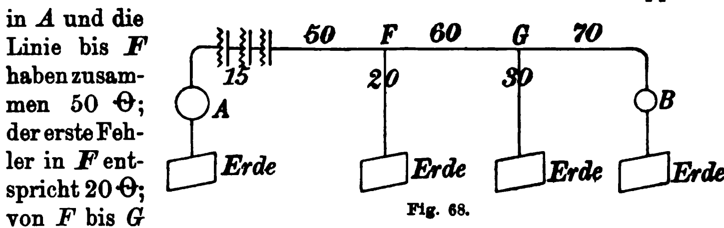


Fig. 68.

Antwort: Der Widerstand des fehlerfreien Kreises beträgt

$$(15 + 50 + 60 + 70)\,\Theta = 195\,\Theta;$$

der normale Strom wäre also

$$\tfrac{40}{195}\,\mathfrak{A} = 0{,}20\,\mathfrak{A}.$$

Für den ganzen Stromkreis bilden der letzte Teil der Linie und der letzte Fehler zusammen eine Verzweigung, deren Widerstand

$$\frac{70 \cdot 30}{70 + 30}\,\Theta = 21\,\Theta$$

gleichkommen. Zu diesem Widerstand kommen von G bis F noch 60 Θ hinzu, so daß für die in F beginnende Verzweigung die beiden Widerstände

$$(21 + 60)\,\Theta = 81\,\Theta \qquad \text{und} \qquad 20\,\Theta$$

vorliegen. Dieselben lassen sich durch

$$\frac{81 \cdot 20}{81 + 20}\,\Theta = 16{,}4\,\Theta$$

ersetzen. Der Gesamtwiderstand des fehlerhaften Kreises beträgt demnach

$$(15 + 50 + 16{,}4)\,\Theta = 81{,}4\,\Theta.$$

Er bedingt mit den 40 $\mathfrak{V}$ einen Strom von 0,51 $\mathfrak{A}$. Von diesem Strom gehen

$$\frac{20 \cdot 0{,}51}{20 + 81{,}4}\,\mathfrak{A} = 0{,}10\,\mathfrak{A}$$

von F nach G. Von hier ab aber gehen nur noch

$$\frac{30 \cdot 0{,}10}{70 + 30} \text{ A} = 0{,}03 \text{ A}$$

bis nach B, statt der 0,20 A.

862. Es sei E die e. m. K. einer Batterie; R der Widerstand der Batterie und der Linie bis zum ersten Fehler; R' der Widerstand der Linie zwischen dem ersten und zweiten Fehler; R'' der Widerstand der Linie vom zweiten Fehler ab einschließlich des Empfangsapparates; ferner sei $L = R + R' + R''$ und f' der Widerstand des ersten, f'' derjenige des zweiten Fehlers. Wie stark ist dann der nutzbare, durch den Empfangsapparat gehende Strom?

Antwort: Wenn L für $R + R' + R''$ gesetzt wird, ist

$$J = \frac{E \cdot f' \cdot f''}{\{Rf''(R + R'') + R''f'(R + R') + RR'R'' + f'f''\}}.$$

863. Von einer Station A aus führen 2 Drähte ACB und ADB nach der Station B; der Draht ADB hat eine Ableitung zur Erde in F. Um dessen Entfernung x von der Station A

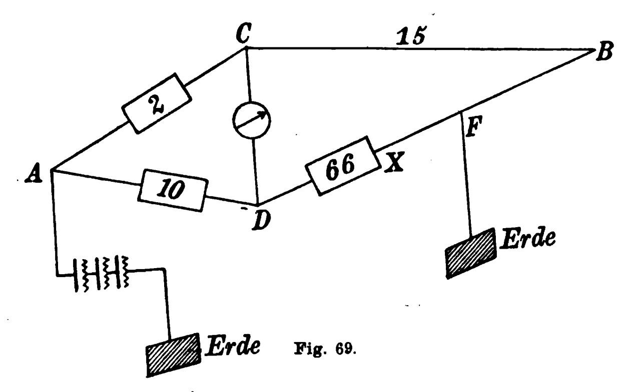


Fig. 69.

bestimmen zu können, wurden zunächst die Drähte in B vereinigt und der Widerstand von ACB zu 15 km bestimmt. Mit Beibehaltung der Verbindung in B wurden dann bei A in das Stück AD noch 10 km und in das Stück AC noch 2 km Widerstand, zwischen CD aber ein empfindliches Galvanometer eingeschaltet; hierauf wurde A mit dem einen Pol einer Batterie verbunden,

deren anderer Pol an Erde lag. Nun mußten noch 66 km Widerstand zwischen D und F eingeschaltet werden, um das Galvanometer stromlos zu erhalten. Wie findet man hieraus die Entfernung der Fehlerquelle? (Fig. 69.)

Antwort: Die Stromverzweigung ist genau die der Wheatstone-Brücke; daher gilt die bekannte Proportion zwischen den Viereckseiten

$$\frac{AC}{CF} = \frac{AD}{DF}$$

oder

$$\frac{2}{2 \cdot 15 - x} = \frac{10}{66 + x}.$$

Daraus ergibt sich

$$x = 14 \text{ km}.$$

864. Zwei Stationen A und B sind durch 2 Drähte verbunden, von denen der eine eine Verbindung mit der Erde hat. Wenn man die beiden zu einem Stromkreis verbindet, so läßt sich in A der Widerstand dieser Schleife mit einem Differentialgalvanometer zu $z\,\Theta$ bestimmen. In einer zweiten Messung bestimmt man in A den Widerstand $R\,\Theta$, d. h. die Differenz zwischen den Widerständen des längeren und des kürzeren Teiles der Schleife. Wie erhält man aus R und z die Entfernung des Fehlers von der Station A?

Antwort: Es sei F der Punkt der Linie, in dem der Fehler liegt; ferner sei R_1 der Widerstand der Linie von A bis F und R_2 der Widerstand ABF. Man kann den Widerstand der doppelten Linie $ABFA$ in A messen, und es sei

$$Z = R_1 + R_2.$$

Wenn man den Strom über A leitet, zunächst auf der Linie AF, das zweitemal auf der Linie ABF, so haben diese beiden Stromkreise einen Widerstand, der in beiden gemeinsam auftritt; es sei T dieser Widerstand, wenn die Erde ausgeschaltet ist. Wenn X und Y die beiden Widerstände bedeuten, die man eben gefunden hat, so wird

$$X = R_1 + T$$

und

$$Y = R_2 + T.$$

Ihre Differenz wird

$$X - Y = R_1 - R_2 = R.$$

Wir kennen schon

$$Z = R_1 + R_2;$$

also wird

$$R_1 = \frac{R + Z}{2}$$

und

$$R_2 = \frac{Z - R}{2}.$$

Die kilometrische Entfernung AF ergibt sich aus R_1, wenn man R_1 durch den kilometrischen Widerstand der Linie dividiert.

865. Man nehme an, daß zwischen zwei parallelen Linien AB und CD eine Berührung vorkommt; eine dritte in gutem Zustand befindliche Linie sei ihnen parallel. In welcher Entfernung von der Station A befindet sich die Berührung X, wenn diese Berührung vollständig ist? (Fig. 70.)

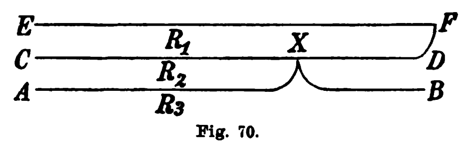


Fig. 70.

Antwort: Es seien R_1, R_2, R_3 die Widerstände von $EFDX$, von CX und AX. Man messe bei A die Widerstände

$$EFDXC \quad \text{zu} \quad a = R_1 + R_2;$$

$$EFDXA \quad \text{zu} \quad b = R_1 + R_3;$$

$$CXA \quad \text{zu} \quad c = R_2 + R_3.$$

Durch Addition und Subtraktion findet man daraus

$$R_1 = \frac{a + b - c}{2}; \qquad R_2 = \frac{a + c - b}{2}; \qquad R_3 = \frac{b + c - a}{2}.$$

Wenn man z. B. den Widerstand R_2 durch den kilom. Widerstand der Linie AB dividiert, so findet man die Entfernung in Kilometern.

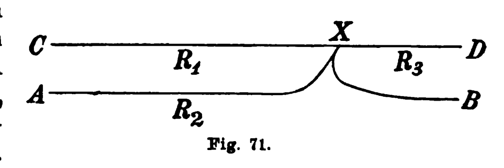


Fig. 71.

866. Die zwei parallelen Linien AB und CD berühren sich; wie findet man die Entfernung der Berührungsstelle von der Station A? (Fig. 71.)

Antwort: Man messe die Widerstände von

$$CXA \quad \text{zu} \quad p = R_1 + R_2;$$
$$\text{Erde} - CXD - \text{Erde} \quad \text{zu} \quad q = R_1 + R_3 + \text{Erde};$$
$$\text{Erde} - AXD - \text{Erde} \quad \text{zu} \quad r = R_2 + R_3 + \text{Erde},$$

so daß man bei den zwei letzten Fällen die gleiche Verbindung mit der Erde macht. Durch Subtraktion der beiden letzten Gleichungen wird

$$q - r = R_1 - R_2;$$

oben war

$$p = R_1 + R_2;$$

aus beiden folgt

$$R_1 = \frac{p + q - r}{2}; \qquad R_2 = \frac{p - q + r}{2}.$$

Mittels Division von R_1 durch den kilometrischen Widerstand der Linie CD findet man die gesuchte Entfernung.

867. Ein 26 km langes Kabel liegt in einem Fluß; sein Widerstand war 306,8 Θ; nach einem Bruch des Kabels findet man an einer Endstation nur 75,3 Θ. Welche Entfernung hat dieser Bruch von der Station?

Antwort: Wenn das Kabel gebrochen ist, so steht seine Seele ohne nennenswerten Widerstand mit der Erde in Verbindung. Daraus folgt, daß die 75,3 Θ den Widerstand eines Teiles des Kabels bedeuten. Sein kilometrischer Widerstand ist

$$\frac{306{,}8}{26}\,\Theta = 11{,}8\,\Theta.$$

Die gesuchte Entfernung wird

$$\frac{75{,}3}{11{,}8}\,\text{km} = 6{,}38\ \text{km}.$$

868. Ein Kabel hat einen Isolationsfehler. Wie weit ist dieser Fehler von den beiden Stationen entfernt?

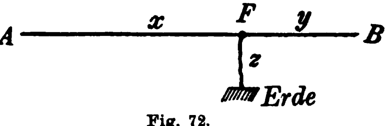


Fig. 72.

Antwort: Das Kabel sei an der zweiten Station isoliert, und man messe den Widerstand R_1 des Kabels von der ersten Station aus. Dann messe man den Widerstand r_1 des Kabels, wenn es in der zweiten Station an Erde gelegt ist. Die

entsprechenden Messungen von der zweiten Station aus geben R_2 und r_2. Ist l der Widerstand des ganzen fehlerlosen Kabels, sind x und y die Widerstände vom Fehler weg bis zu den Stationen und ist z der Fehlerwiderstand, dann ist

$$l = x + y; \qquad R_1 = x + z; \qquad r_1 = x + \frac{yz}{y+z};$$
$$R_2 = y + z; \qquad r_2 = y + \frac{zx}{x+z}.$$

Aus der ersten, zweiten und vierten Gleichung wird

$$z = \frac{R_1 + R_2 - l}{2}; \qquad x = \frac{R_1 - R_2 + l}{2};$$
$$y = \frac{R_2 - R_1 + l}{2}.$$

Aus der ersten, dritten und fünften Gleichung wird

$$x = \frac{r_1(l - r_2)}{r_1 - r_2}\left\{1 - \sqrt{\frac{r_2(l - r_1)}{r_1(l - r_2)}}\right\};$$
$$y = \frac{r_2(l - r_1)}{r_1 - r_2}\left\{1 - \sqrt{\frac{r_1(l - r_2)}{r_2(l - r_1)}}\right\}.$$

869. Ein Kabel habe einen Isolationsfehler; man will die Entfernung des Fehlers von den Endstationen durch Widerstandsmessungen von einer Station aus bestimmen.

Antwort: Das Ende B sei von der Erde isoliert und man messe den Widerstand R in A; damit hat man

$$R = x + z \qquad \text{oder} \qquad z = R - x.$$

Nachher legt man das Kabel an die Erde und mißt wieder den Widerstand r bei A; damit hat man

$$r = x + \frac{y \cdot z}{y + z}.$$

Man nehme an, daß der ganze Widerstand R' des Kabels bekannt sei; dann hat man

$$R' = x + y \qquad \text{oder} \qquad y = R' - x.$$

Wenn man die Werte für y und z in den Ausdruck für r einsetzt, wird

$$r = x + \frac{(R' - x)(R - x)}{R + R' - 2x},$$

woraus

$$x = r - \sqrt{(R - r)(R' - r)}.$$

870. Ein Kabel hatte einen kilometrischen Widerstand von 2,63 Θ und den ganzen Widerstand $R' = 470$ Θ. Nach dem Fehler (ein partieller Erdeschluß) hatte das Kabel $r = 163$ Θ Widerstand. Wenn man das Kabel an der zweiten Station isoliert und seinen Widerstand an der ersten mißt, wird $R = 192$ Θ. In welcher Entfernung von der ersten Station befindet sich der Fehler?

Antwort:

$$x = 163 - \sqrt{(192 - 163)(470 - 163)}\ \Theta = 68{,}64\ \Theta,$$

und

$$l = \frac{68{,}64}{2{,}63}\ \text{km} = 26{,}1\ \text{km}.$$

871. Ein Kabel hatte den gesamten Widerstand von R' Θ; dann wurde es fehlerhaft. Eine fehlerfreie Linie vom bekannten

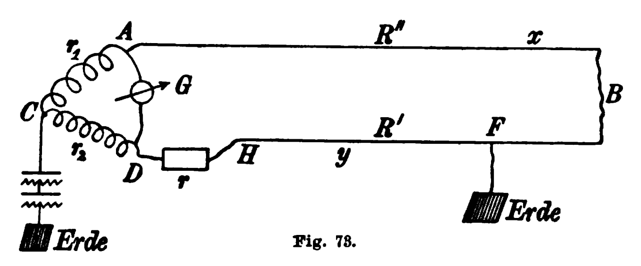


Fig. 73.

Widerstand R'' ist der ersten parallel. Wieweit ist der Fehler von einer Station entfernt? (Fig. 73.)

I. Antwort: Man verbinde die Enden B der beiden Kabel; die Linien AC und CD enthalten zweckdienliche Widerstände r_1 und r_2; zwischen A und D liegt ein Galvanometer G; in DH liegt ein Widerstand r, um in der Wheatstone-Brücke AD das Gleichgewicht herzustellen. Der Punkt C ist an die Erde gelegt und enthält einige Elemente. Ist x der Widerstand von ABF-Erde und y derjenige von HF-Erde, so ist

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{x}{r + y}, \qquad \text{und} \qquad R' + R'' = x + y,$$

woraus

$$y = \frac{(R' + R'')r_2 - r r_1}{r_1 + r_2}.$$

Wenn es möglich ist, $r_1 = r_2$ zu machen, dann wird einfacher

$$y = \frac{R' + R'' - r}{2}.$$

II. Antwort: Wenn die beiden Kabel AB und BD gleich sind, und wenn $R' = R''$ ist, und wenn man keinen Widerstand r zwischen DH einstellt, so wird der Widerstand $ABF = 2R' - y$ sein müssen. Nach der Beziehung für die Wheatstone-Brücke wird

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{2R' - y}{y},$$

woraus

$$y = \frac{2R' \cdot r_2}{r_1 + r_2}.$$

872. Eines von zwei parallelen Kabeln hat einen Fehler und den Widerstand $R' = 1854\ \Theta$; das fehlerfreie Kabel hat $R'' = 4669\ \Theta$. Wenn man die Wheastone-Brücke nach Varleys Methode (871.) schlägt, muß man einen Widerstand $r = 5632\ \Theta$ einfügen, um das Galvanometer auf Null einspielen zu lassen. Wieweit ist der Fehler entfernt, wenn der kilometrische Widerstand des Kabels 26,3 Θ beträgt?

Antwort:

$$y = \frac{4669 + 1854 - 5632}{2}\ \Theta = 445{,}5\ \Theta.$$

Die gesuchte Entfernung wird

$$\frac{445{,}5}{26{,}3}\ \text{km} = 16{,}94\ \text{km}.$$

873. Zwei gleiche und parallele Kabel sind L m lang und haben $R\ \Theta$ Widerstand. Das eine hat einen Fehler. Wieweit ist der Fehler von der Station A entfernt? (Fig. 74.)

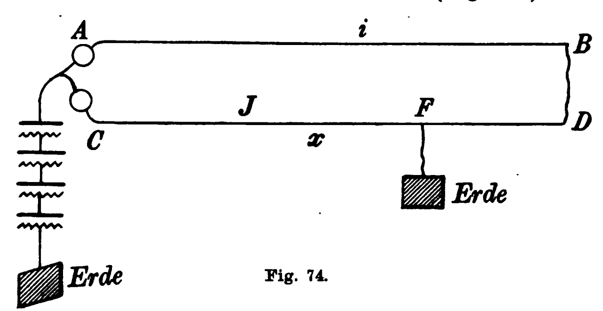


Fig. 74.

Antwort: Es seien AB und CD gleiche Kabel; das zweite hat einen Fehler in der Entfernung x von A. Um x zu bestimmen, verbindet man die Enden A und C und B mit D. Im

Zweig CF nahe bei C, und im Zweig $ABDF$ nahe an A sind Ampèremeter (oder eine Tangentenbussole) eingestellt. Die unmittelbare Verbindung der beiden Instrumente ist mit einem Batteriepol verbunden; der andere Pol ist an die Erde gelegt. Die Ampèremeter zeigen für CF den Strom J an, für $ABDF$ den Strom i. Diese Stromstärken sind den Zweigwiderständen umgekehrt proportional (671.), und der Widerstand für einen Meter des Kabels ist $\frac{R}{L}\,\Theta$; also

$$\frac{i}{J} = \frac{x \cdot \frac{R}{L}}{(2\,L - x)\,\frac{R}{L}},$$

woraus

$$x = \frac{2\,L\,i}{J + i}.$$

874. Zwei gleiche und parallele Kabel haben je 16 km Länge; eines der Kabel hat einen Fehler. Verbindet man ihre Enden, und andererseits einen der Verbindungspunkte (A) mit dem Pol einer Batterie, während der andere Pol der Batterie an die Erde gelegt ist, so findet man als Stromstärke der Kabelzweige, die nach A führen, $i = 1{,}23$ A und $J = 2{,}31$ A. Wie groß ist die Entfernung vom Fehler zum Verbindungspunkt A?

Antwort: $x = 11118$ m.

D. Die Einheiten des absoluten Maßsystems.

Nach den Beschlüssen des Internationalen Elektrikerkongresses in Paris 1882, 1884, 1889, 1894 und London 1908.

Sämtliche physikalischen Größen lassen sich durch die drei Einheiten der Länge, der Masse und der Zeit ausdrücken und sind dann, wie man sagt, in absoluten Einheiten oder in absolutem Maß ausgedrückt.

Der Internationale Elektrizitätskongreß beschloß 1882, 1884 und 1889 in seinen Sitzungen zu Paris, daß das **Zentimeter** (cm) die Einheit der **Länge**, das **Gramm** (gr), d. h. die Masse eines Körpers, welcher ein Gramm wiegt, die Einheit der Masse, und die Sekunde (sec) die Einheit der Zeit sein soll.

Nach dem Internationalen Kongreß in Chicago (1894) haben fast alle Nationen diese Beschlüsse angenommen, und die französische Regierung hat durch Beschluß vom 2. Mai 1896 die gesetzliche Bestätigung gegeben.

Darnach gibt es folgende Begriffsbestimmungen:

I. Mechanische Einheiten.

Die Einheit der Geschwindigkeit besitzt ein Körper, welcher sich in 1 sec um 1 cm fortbewegt.

Die Einheit der Beschleunigung besitzt ein Körper, dessen Geschwindigkeit in 1 sec um 1 cm zunimmt.

Die Einheit der Kraft, **Dyn**, ist diejenige Kraft, welche der Masse eines Grammes die Einheit der Beschleunigung erteilt.

Die Einheit der Bewegungsmenge besitzt die Masse eines Grammes, wenn sie sich mit einer Geschwindigkeit von 1 cm bewegt.

Die Einheit der Arbeit oder die Einheit der Energie, **Erg**, wird von der Kraft 1 Dyn geleistet, wenn der Angriffspunkt dieser Kraft sich um 1 cm in der Kraftrichtung verschiebt.

Die Einheit des Effektes (Leistung) besitzt ein Motor, welcher in 1 sec eine Arbeit von 1 Erg leistet.

II. Magnetische Einheiten.

Die Einheit des Magnetismus ist diejenige Menge magnetischer Masse, welche auf eine ihr gleiche und um 1 cm von ihr abstehende Menge mit einer Kraft von 1 Dyn wirkt.

Die Einheit des magnetischen Moments besitzt ein Magnetstab, dessen Pole die Einheit des Magnetismus enthalten und um 1 cm voneinander abstehen.

Die Einheit magnetischer Kraft liegt in einem Felde, in welchem die magnetische Masseneinheit der Kraft 1 Dyn ausgesetzt ist.

III. Elektrische Einheiten.

1. **Im System der elektrostatischen Einheiten** (E. S. E.).

Die Einheit der Elektrizitätsmenge ist diejenige Menge, welche auf eine ihr gleiche, um 1 cm von ihr abstehende Menge mit der Kraft 1 Dyn wirkt.

Die Einheit des Potentials erzeugt die Einheit der Elektrizitätsmenge in der Entfernung von 1 cm.

Die Einheit der Kapazität besitzt ein Kondensator, dessen beide Belegungen mit der Einheit der Elektrizitätsmenge beladen sind und deren Potentialdifferenz der Einheit gleich ist.

2. **Im System der elektromagnetischen Einheiten** (E. M. E.).

Die Einheit der Elektrizitätsmenge ist diejenige Menge Elektrizität, welche in 1 sec durch irgendeinen Querschnitt eines Leiters geht, in welchem die Stromeinheit fließt.

Die Einheit der Strommenge oder der Intensität hat derjenige Strom, welcher einen Kreisbogen von 1 cm Länge und 1 cm Halbmesser durchfließt und dann auf die im Mittelpunkt liegende magnetische Masseneinheit mit der Kraft 1 Dyn wirkt.

Die Einheit des Potentials oder der elektromotorischen Kraft soll der Einheit der Elektrizitätsmenge die Energie 1 Erg erteilen.

Die Einheit des Widerstandes besitzt ein Leiter, in welchem die Stromeinheit in 1 Sek. 1 Erg (als Wärme) ausgibt.

Die Einheit der Kapazität besitzt ein Kondensator, dessen beide Belegungen mit der Einheit der Elektrizitätsmenge beladen sind und deren Potentialdifferenz der Einheit gleich ist.

IV. Praktische Einheiten der Elektrizität.

Ein Ohm ist die praktische Widerstandseinheit und soll 10^9 E. M. E. des Widerstandes gleich sein.

Ein Volt ist die praktische Einheit der Potentialdifferenz oder der elektromotorischen Kraft und soll 10^8 E. M. E. gleich sein.

Ein Ampère ist die praktische Strom- oder Intensitätseinheit; es hat den Wert von 10^{-1} E. M. E. der Strommenge.

Ein Coulomb ist die praktische Einheit der Elektrizitätsmenge; es hat den Wert von 10^{-1} E. M. E. elektrischer Masse. — Ein Ampère liefert ein Coulomb in jeder Sekunde.

Ein Farad ist die praktische Kapazitätseinheit; es hat den Wert von 10^{-9} E. M. E. der Kapazität. — Ein Farad wird von einem Coulomb auf die Potentialdifferenz eines Volt geladen.

Ein Volt-Ampère oder ein Watt ist die praktische Einheit der Leistung oder Energiemenge; es hat den Wert von 10^7 E. M. E. der Energie.

Die Arbeitseinheit ist das Joule. Es hat den Wert von 10^7 absoluten Arbeitseinheiten (Erg). Es ist die während einer Sekunde

durch ein Ampère in einem Ohm verbrauchte Energie. Ein Joule ist einem Volt-Coulomb gleichwertig.

Die Leistungseinheit ist das Volt-Ampère oder das Watt. Es hat den Wert von 10^7 absoluten Leistungseinheiten (ein Erg in einer Sekunde). Ein Watt ist einem Joule in der Sekunde gleichwertig oder einem Volt-Ampère gleichwertig.

In der praktischen Industrie drückt man die Leistung einer Maschine in Kilowatt aus, anstatt sie in Pferdestärken auszudrücken.

V. Gesetzliche Einheiten (Ohm, Ampère, gesetzliche Volt).

(Siehe Journal officiel 2. Mai 1896.)

Art. 1. Beim Kauf und Verkauf, in Verträgen auf Rechnung des Staates, in allen Mitteilungen an den „Öffentlichen Dienst", in allen von ihm ausgegebenen Haftungen darf nur das Internationale System der elektrischen Einheiten verwendet werden.

Art. 2. Die elektrische Widerstandseinheit oder das internationale Ohm ist der Widerstand der Quecksilbersäule von 14,4521 gr Masse, von konstantem Querschnitt und 106,300 cm Länge, bei der Temperatur des schmelzenden Eises einem unveränderlichen Strom entgegensetzt.

Art. 3. Die Einheit der elektrischen Stromstärke, das internationale Ampère, ist der zehnte Teil der elektromagnetischen Stromstärke. Sie wird für die praktischen Bedürfnisse genau genug durch den unveränderlichen Strom dargestellt, der in einer Sekunde 0,00111800 gr Silber ausscheidet.

Art. 4. Die elektromotorische Krafteinheit oder das internationale Volt ist die elektromotorische Kraft, die die Stromstärke von einen Ampère in einem Leiter, dessen Widerstand ein Ohm ist, darstellt. Sie ist für praktische Zwecke genau genug durch 0,6974 oder den 1000 : 1434 Teil der elektromotorischen Kraft eines Latimer-Clark (1,434 Volt) dargestellt.

VI. Wärmeeinheit.

Eine Kalorie ist diejenige Wärmemenge, welcher man 1 gr Wasser zuführen muß, um seine Temperatur um 1 Grad Celsius zu erhöhen.

Tafeln.

Tafel I. Mechanische Einheiten.

Zeichen	Begriff	Dimension	Name d. abs. Einh.	Praktische Einheit	
				Name	Wert in abs. Einh.
m	Masse	m	gr-Masse	kg-(Masse)	10^3
l	Länge	l	cm	m	10^2
t	Zeit	t	sek.	Sek., Min.	1; 60
c, v	Geschwindigkeit	$l\,t^{-1}$	—		—
a, g	Beschleunigung	$l\,t^{-2}$	—		—
K	Kraft, Gewicht	$l\,m\,t^{-2}$	Dyn	gr; kg-Gewicht	$981\cdot10^3$
Q	Arbeit, Energie, leb. Kraft, Wärmemenge	$l^2\,m\,t^{-2}$	Erg	Erg; Joule; Watt-Sek.; mkg	1; 10^7 10^7 $981\cdot10^5$
L	Leistung, Effekt	$l^2\,m\,t^{-3}$	Erg/sek.	Erg-Sek.	10^7
P	Drehmoment	$l^2\,m\,t^{-2}$		PS.; Watt	$735\cdot10^7$; 10^7

Tafel II. Kalorische Einheiten.

Zeichen	Begriff	Definition	Dimension	Name d. abs. Einh.	Praktische Einheiten	
					Name	Wert in abs. Einh.
Q	Wärmemenge (Energie, Arbeit, potentielle Energie)	Arbeit/Masse $\times$ Geschw.^{2}	$l^2\,m\,t^{-2}$	Erg	Kal-gr Kal-kg Joule	$4{,}18\cdot10^7$ $4{,}18\cdot10^{10}$ 10^7
t, T	Temperatur	Wärme/Masse	$l^2\,t^{-2}$	Grad C.	Grad C.	—
c	spez. Wärme	Wärme/(Masse $\times$ Temp.)	$l^0\,m^0\,t^0$	—	—	—
α	Ausdehnungskoeff.	Länge/(Länge $\times$ Temp.)	$l^{-2}\,t^2$	—	—	—
$\varkappa$	Koeff. der inneren Wärmeleitfähigkeit	(Wärme/Temp.) $\times$ [Länge/Oberfl. $\times$ Zeit]	$l^{-1}mt^{-1}$	—	—	—
h	Koeff. d äußeren Wärmeleitfähigkeit	K/Länge	$l^{-2}mt^{-1}$	—	—	—
·	Erkaltungsgeschwindigkeit	Temp./Zeit	$l^2\,t^{-3}$	—	—	—
·	Emissionsvermögen	Wärme/Oberfl. $\times$ Zeit	$m\,t^{-2}$	—	—	—

Tafel III. Elektrostatische Einheiten (= E. S. E.).

Zeichen	Begriff	Definition	Dimension el.-stat.	Praktische Einheiten	
				Name	Wert in E. S. E.
Q'	Elektrizitätsmenge	$\sqrt{\text{Kraft} \times (\text{Länge})^2}$	$l^{3/2} m^{1/2} t^{-1}$	Coulomb	$3 \cdot 10^9$
V	elektr. Potential	Arbeit/Menge; Menge/Länge	$l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}$	Volt = V̶	$3 \cdot 10^2$
.	Oberflächendichte	Menge/Oberfläche	$l^{-1/2} m^{1/2} t^{-1}$	—	—
K	Kraft (mechan.)	$(\text{Menge})^2/(\text{Länge})^2$	$l\, m\, t^{-2}$	kg	$981 \cdot 10^3$ Dyn
$\mathfrak{F}$	elektr. Feldstärke	Kraft/Menge	$l^{-1/2} m^{1/2} t^{-1}$	—	—
C	Kapazität	Menge/Potential	l	Farad	$9 \cdot 10^{11}$
D	spez. indukt. Kapazität	Kapazität/Kapazität	$l^0 m^0 t^0$	—	—
D	dielektr. Konstante	Kapazität/Kapazität	$l^0 m^0 t^0$	—	—
i, J	Stromstärke	Menge/Zeit	$l^{3/2} m^{1/2} t^{-2}$	Ampère = A̶	$3 \cdot 10^9$
.	Stromdichte	Stromstärke/Oberfl.	$l^{-1/2} m^{1/2} t^{-2}$	—	—
R, W, w	Widerstand	Potent./Stromstärke	$l^{-1} t$	Ohm = Θ	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$
ϱ, σ	spez. Widerstand	(Widerst. × Oberfl.)/Länge	t	—	—
A	Arbeit	Stromst. × Pot. × Zeit	$l^2 m\, t^{-2}$	Volt-Coul.	10^7 Erg
Q	potent. Energie	Menge × Potential	$l^2 m\, t^{-2}$	Joule	10^7 Erg

Tafel IV. Magnetische Einheiten (= E. M. E.).

Zeichen	Begriff	Definition	Dimension in abs. Einh.	Name
H	Horizontalkomponente der erdmagn. Feldstärke	Polstärke/Länge²	$l^{-1/2} m^{1/2} t^{-1}$	Gauß
$\mathfrak{H}$	Feldstärke (allgem. in Luft); — magn. Intensität; — Kraftlinienzahl/qcm; — Stärke des magn. Feldes; — Dichte des magn. Feldes; — magn. Kraftstärke	Kraft/magn. Masse	$l^{-1/2} m^{1/2} t^{-1}$	Gauß
$\mathfrak{B}$	Magn. Induktion; — Kraftlinienzahl/qcm im Eisen; — Feldstärke (Eisen im Felde); — magn. Influenz; — magn. Erregung; — magn. Kraftlinien ($\mathfrak{B} = \mathfrak{H} F$); — Fluß auf ccm; — Dichte des magn. Feldes (Eisen); — Dichte der Kraftlinien; — magn. Stromdichte	$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}$ $\mathfrak{B} = \mathfrak{M}/\mathfrak{J}$	$l^{-1/2} m^{1/2} t^{-1}$	Gauß
$\mathfrak{J}$	Spez. Magnetismus; — Magn. Intensität; — Magnetisierung	M/Volumen $\mathfrak{J} = \varkappa \mathfrak{H}$	$l^{-1/2} m^{1/2} t^{-1}$	—
$\mathfrak{m}$	Polstärke; — magn. Masse; — Menge des Magnetismus; — Kraftlinien	$\sqrt{\text{Kraft (Länge)}^2}$	$l^{3/2} m^{1/2} t^{-1}$	Maxwell
$\mathfrak{M}$	Kraftlinienfluß; — Gesamtzahl der Kraftlinien im qcm; — Gesamtkraftfeld; — Induktionsfluß; — Flux.	$\mathfrak{B} \cdot F$ $\mu \mathfrak{H} F$ $\mathfrak{M} = \overline{M.M.K.}/\mathfrak{R}$	$l^{3/2} m^{1/2} t^{-1}$	Maxwell
$\mathfrak{R}$	magn. Widerstand; — Reluktanz	Länge/μ Fläche	$l^{-1} m^0 t^0$	—
M	magn. Moment; — magn. Drehmoment; — Stabmagn.	$M = \mathfrak{m} \cdot l$	$l^{5/2} m^{1/2} t^{-1}$	—
$\overline{M.M.K.}$	magneto-motorische Kraft; — magn. Potentialdifferenz; — magn. Potential	$\overline{M.M.K.} = \mathfrak{H} \cdot l$ Arbeit/magn. Masse	$l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}$	—
μ	spez. mag. Leitfähigkeit; — Permeabilität; — Kraftlinienzahl im Eisen/Kraftlinienzahl in Luft; — Magnetisierungskonstante	$\mu = \mathfrak{B}/\mathfrak{H}$ magn. Stärke/Feldstärke	$l^0 m^0 t^0$	—
$\varkappa$	Suszeptibilität; — Magnetisierungskoeff.	$\mathfrak{J}/\mathfrak{H}$	$l^0 m^0 t^0$	—

Tafel V. Elektromagnetische Einheiten (= E. M. E.).

Zeichen	Begriff	Definition	Dimension	Praktische Einheiten	
				Name	Wert in E.M.E.
i, J	Stromstärke	(Länge × Kraft) / magn. Masse	$l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}$	Ampère = A	10^{-1}
Q	Elektrizitätsmenge	Strom × Zeit	$l^{1/2} m^{1/2}$	Coulomb	10^{-1}
K	Kraft (mechan.)	(Menge)² / (Länge)²	$l\, m\, t^{-2}$	kg	$981 \cdot 10^{3}$ Dyn
V	Potential	Arbeit / elektr. Menge =	$l^{3/2} m^{1/2} t^{-2}$		
E	Elektromotor. Kraft	(Länge × Feldstärke) × Länge / Zeit		Volt = V	10^{8}
W, r, R	Widerstand	Potential / Strom	$l\, t^{-1}$	Ohm = Θ	10^{9}
σ, ϱ	spez. Widerstand	Widerstand × Länge	$l^{2} t^{-1}$		
A	Arbeit, Stromarbeit	Potential × Strom × Zeit	$l^{2} m\, t^{-2}$	Kil. Watt-St.	$36 \cdot 10^{12}$ Erg
Q	Wärmemenge	(Strom)² × Widerst. × Zeit		Volt-Amp.-Sek.; Joule; Volt-Coulomb; Watt-Sek.	10^{7} Erg
L	Leistung, Effekt, Stromleistung	Arbeit/Zeit = (Strom)² × Widerst. × (Zeit)²	$l^{2} m\, t^{-3}$	Watt	10^{7}
				Pferdestärke	$735 \cdot 10^{7}$
C	Kapazität	Menge / Potential	$l^{-1} t^{2}$	Farad	10^{9}
δ	Stromdichte	Stromst. / Oberfl.	$l^{-3/2} m^{1/2} t^{-1}$	—	—
k	spez. indukt. Kapazität	Kapazität / Länge	$l^{-2} t^{2}$	—	—
$\varkappa$	Leitfähigkeit	Strom / Potential	$l^{-1} t$	—	—

Tafel VI. Verhältnis der E. S. E. zur E. M. E.

Einheit der	Dimension im System		Verhältnis
	elektr.-stat.	elektr.-magn.	
Menge	$l^{3/2} m^{1/2} t^{-1}$	$l^{1/2} m^{1/2}$	$l t^{-1} = v$
Stromstärke	$l^{3/2} m^{1/2} t^{-2}$	$l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}$	$l t^{-1} = v$
Potential	$l^{1/2} m^{1/2} t^{-1}$	$l^{3/2} m^{1/2} t^{-1}$	$l^{-1} t = \frac{1}{v}$
Kapazität	l	$l^{-1} t^2$	$l^2 t^{-2} = v^2$
spez. ind. Kapazität	$l^0 m^0 t^0$	$l^{-2} t^2$	$l^2 t^{-2} = v^2$
Widerstand	$l^{-1} t^1$	$l t^{-1}$	$l^{-2} t^2 = \frac{1}{v^2}$

Tafel VII. Physikalische Konstanten.

(cm, gr, sec, Grad Cels).

	Spezifisches Gewicht	Schmelztemperatur	Siedetemperatur	Spezifische Wärme	Wärmeleitung
Blei	11,37	326°	1525°	0,0310	0,0719
Eisen	7,86	1600	—	0,1120	0,1665
Gold	19,32	1100	—	0,0316	—
Kupfer	8,92	1050	—	0,0933	0,8190
Messing	8,4—8,71	—	—	0,0860	0,15
Nickel	8,9	1450	—	0,1091	0,0811
Platin	21,50	2000	—	0,0323	—
Quecksilber	13,55	— 38,5	357,25	0,0333	0,0148
Silber	10,53	960	—	0,0559	1,0960
Zink	7,15	412	920	0,0935	0,3056
Zinn	7,29	230	—	0,0559	0,1446
d'Arcets Legierung	—	95	—	0,060	—
Lipowitz' Legierung	—	60—65,5	—	—	—
Woods Metall	—	65,5—70	—	—	0,032
Paraffin	0,82—0,93	38—56	350—430	0,5156	0,000141
Guttapercha	0,98	—	—	—	—
Kautschuk	0,93	—	—	—	0,000089
Wachs	0,97	62	—	—	0,000087
Alkohol	0,796	—	66	0,6067	0,000487
Terpentinöl	0,887	—	159	0,4106	0,00026
Petroleum	0,8—0,9	—	80—120	0,41	0,00033
Wasser	1	0	100	1,0000	0,0013
Luft	0,001293	—	—	0,2377	0,00005

Tafel VIII. Spezifische Induktionskapazität.
(Luft bei 0° C und 760 mm gleich Einheit.)

Dielektrikum	k	Dielektrikum	k
Glimmer	5,20	Schellack	2,74
Flintglas	3,31	Schwefel	2,58
Crownglas	3,243	Rizinusöl	4,61
Chattertons Mischung	2,547	Petrol	2,09—2,20
Guttapercha	2,462	Schwefelkohlenstoff	2,609
Hartgummi	2,284	Benzol	2,338
Harz	2,55	Kohlensäure	1,000356
Pech	1,80	Sauerstoff	0,999674
Paraffin	1,9936	Vakuum	0,9985
Kalkspat	8	Wasser	80
Selen	10	Alkohol	27

Tafel IX. Elektromotorische Kräfte der Paare Platin-(Metall) in verdünnter Schwefelsäure.

Metall	e. m. K.	Metall	e. m. K.	Metall	e. m. K.
Kalium	173	Eisen	61	Gold	0
Zink amalgamiert	103	Kupfer	35	Platin	0
Zink rein	100	Quecksilber	31	Kohle	0
Zinn	66				

Tafel X. Elektrolytische Konstanten.

	Zeichen	Atomgewicht	Chemisches Äquivalent	Erzeugtes Volumen	Gewicht von 1 ccm in mgr	Elektrochem. Äquivalent oder mgr per Coulomb	Niederschlag in gr per Amp.-Stunde	Zugehörige Verbindungsformel
Aluminium .	Al	2,70	9,01	—	2600	0,0935	0,3370	$Al^2(SO_4)_3$
Antimon ...	Sb	119,6	39,9	—	6710	0,4145	1,4922	$SbCl_3$
Blei...	Pb	266,4	103,2	—	11370	1,0721	3,8595	$Pb(NO_3)_2$
Eisen	Fe	55,9	27,9	—	7860	0,2898	1,0433	$FeSO_4$; $FeCl_2$
			18,6			0,1932	0,6955	$Fe_2(SO_4)_3$; $FeCl_3$
Gold	Au	196,2	65,4	—	19320	0,6794	2,4458	$AuCl_3$
Kalium	K	39,0	39,0	—	870	0,4051	1,4584	KCl
Kupfer	Cu	63,2	31,6	—	8920	0,3283	1,1819	$CuSO_4$
Natrium	Na	23,0	23,0	—	978	0,2390	0,8604	$NaCl$
Nickel	Ni	58,6	29,3	—	8900	0,3044	1,0958	$NiSO_4$
Platin	Pt	194,3	48,6	—	21500	0,5049	1,8176	$PtCl_4$
Quecksilber .	Hg	199,8	199,8	—	13550	2,0757	7,4725	$Hg(NO_3)$
			99,9	—		1,0378	3,7362	$Hg(NO_3)_2$
Silber	Ag	107,7	107,7	—	10530	1,11800	4,046	$AgNO_3$
Zink	Zn	64,9	32,4	—	7150	0,3366	1,2118	$ZnSO_4$
Zinn	Sn	117,3	58,7	—	7290	0,6098	2,1953	$SnCl_2$
			29,3	—		0,3049	1,0977	$SnCl_4$
Wasserstoff .	H	1,00	1,00	1	0,08952	0,01039	0,0374	0,11663 ccm
Sauerstoff ..	O	15,96	8,0	0,5	1,42908	0,0831	0,2992	0,05803 ccm
Knallgas ...	$H^2 + O$	—	—	1,5	0,53604	0,09349	0,3366	0,17409 ccm
Chlor	Cl	35,4	35,4	1	3,16696	0,3678	1,3241	
Jod	I	126,5	126,5	1	4,948	1,3142	4,7311	
Brom......	Br	76,8	76,8	1	7,14115	0,7979	2,8724	

Tafel XI. Widerstand und elektrische relative Leitfähigkeit von Metallen.

	1 ccm in E. M. E.	Widerstand in Ohm eines 100 cm langen Drahtes			Temperatur-Koeffizient	Relative Leitfähigkeit bei 0° C
		1 mm dick	1 qmm Schnitt	1 gr wiegend		
Aluminium	3000	0,0384	0,0384	0,0780	+ 0,004	31,2
Antimon	42700	0,544	0,427	2,865	+ 0,004	2,2
Blei	18800	0,240	0,188	2,187	+ 0,004	5,0
Eisen	11700	0,150	0,117	0,920	+ 0,0045	8
Gold	2090	0,0260	0,0209	0,404	+ 0,0007	45
Kupfer	1740	0,020	0,0174	0,155	+ 0,0037	54
Quecksilber	94070	1,273	0,9407	12,79	+ 0,0009	1
Nickel	12500	0,160	0,125	1,11	+ 0,0036	7,5
Platin	13400	0,171	0,134	2,885	+ 0,003	7
Silber	1570	0,020	0,0157	0,165	+ 0,0036	60
Wismut	117600	1,50	1,176	11,52	+ 0,003	0,8
Zink	5900	0,0750	0,0590	0,422	+ 0,004	16
Zinn	10900	0,140	0,109	0,795	+ 0,0042	8,6
Neusilber	26000	0,33	0,260	2,21	+ 0,003	3,6
Nickelin	—	0,3—0,5	—	—	+ 0,0003	2,8—1,8
Retortenkohle	470000	60	47	9,4	— 0,0003	0,02

Tafel XII. Elektrische Widerstände von Isolatoren und Flüssigkeiten.

Isolator	1 ccm in E. M. E.	Flüssigkeit	1 ccm in E. M. E.
Glimmer bei 20°.	$8,4 \cdot 10^{22}$	Wasser	$7,18 \cdot 10^{10}$
Guttapercha	$4,5 \cdot 10^{23}$	„ mit 0,2% H_2SO_4	$4,47 \cdot 10^{10}$
Schellack	$9,0 \cdot 10^{24}$	„ „ 8,3 „	$3,32 \cdot 10^{9}$
Hartgummi	$2,8 \cdot 10^{25}$	„ „ 20 „	$1,44 \cdot 10^{9}$
Paraffin	$3,4 \cdot 10^{25}$	„ „ 30 „	$1,26 \cdot 10^{9}$
Graphit	$24—418 \cdot 10^{5}$	„ „ 41 „	$1,37 \cdot 10^{9}$
Bunsenkohle	$670 \cdot 10^{5}$	$ZnSO_4 + 23$ Aq	$1,87 \cdot 10^{10}$
Selen	$6 \cdot 10^{18}$	$CuSO_4 + 45$ Aq	$1,95 \cdot 10^{10}$
		Salpetersäure	$2,056 \cdot 10^{9}$
		Meersalzlösung, ges..	$6,116 \cdot 10^{9}$

Tafel XIII. Konstanten einiger Elemente.

Element		E. M. K. Volt	Widerstand Ohm
Akkumulatoren	Pb_3O_4, SO_4H_2, $PbSO_4$ ..	2	0,002
Bunsen..	Höhe 20 cm; Zn — H_2SO_4 — HNO_3 — K	1,90	0,05—0,25
Clark	Reines Zink in einer Paste aus $ZnSO_4 + Hg_2SO_4$, Hg, Pt	1,435	—
Grove	Amalg. Zn in (1 SO_4H_2 + 4 Aq) und Pb in konzentrierter Salpetersäure	1,95	0,15
Leclanché	Kohle, Salmiaklösung, Zink	1,43	0,5—3
Smée	Amalg. Zn, verdünnte SO_4 + Aq, Pt.	0,59	0,10
Weston	Cadmiumamalgam, Hg, das mit Oxydsulfat bedeckt ist, in Cadmiumsulfatlösung	1,0188	
Daniell (normal)	Zink; gesättigte Zinksulfatlösung; gesättigte Kupfersulfatlösung, Kupfer	1,142	1—2

Tafel XIV. Konstanten zur Berechnung von Sicherungen (für Gleichstrom).

Zahlen unter A gelten für gewöhnliche Drahtdicke; Zahlen unter a für 0,05—0,02 mm Dicke, nach Hartmann und Braun.

($J_A = A\sqrt{d^3}$, wo d in mm.)

Metall	a	A	Metall	a	A
Aluminium	—	67	Kupfer	115	76
Blei	—	12,7	Magnesium	—	37,8
Bronze, phosph...	78	—	Messing	81,8	51,6
Konstanten	55,5	—	Nickel	65,4	40,6
Eisen	32,7	22,6	Platin...........	76,6	37
Gold............	109	—	Silber...........	126	88,4
Krupine	47,4	—	Stahl	32	—

Tafel XV. Magnetische Konstanten.

Die Tafel gibt zusammengehörige Werte der Induktion $\mathfrak{B}$, der Durchlässigkeit μ, der magnetischen Kraft $\mathfrak{H}$ (Hopkinson), der magneto-motorischen Kraft $M. M. K.$ in Ampère-Windungen auf 1 cm Länge, um $\mathfrak{B}$ zu erhalten (E. Hospitalier).

Induktion $\mathfrak{B}$	Gußeisen		Schmiedeeisen		Für $\mathfrak{B}$ nötige Erregung in Ampère-Windungen auf 1 cm		
	μ	$\mathfrak{H}$	μ	$\mathfrak{H}$	Luft	Gußeisen	Weicheisen
1000	—	—			800	—	—
2000	—	—			1600	—	—
3000	—	—			2400	—	—
4000	800	5			3200	4	—
5000	500	10	3000	1,66	4000	8	1,6
6000	279	21,5	2750	2,18	4800	17,2	1,95
7000	133	42	2650	2,64	5600	33,6	2,3
8000	100	80	2450	3,27	6400	64,0	2,7
9000	71	127	2250	4	7200	101,6	3,2
10000	53	188	2000	5	8000	150,4	4,0
11000	37	292	1692	6,5	—	233,6	5,2
12000	—	—	1412	8,5	—	—	6,8
13000	—	—	1083	12	—	—	9,6
14000	—	—	823	17	—	—	13,6
15000	—	—	526	28,5	—	—	22,8
16000	—	—	320	50	—	—	41,6
17000	—	—	161	105	—	—	84,0
18000	—	—	90	200	—	—	160
19000	—	—	54	350	—	—	280
20000	—	—	30	666	—	—	530

Tafel XVI. Horizontalkomponente des Erdmagnetismus in E. M. E. (cm. gr. sec.) für das Jahr 1900.

Jährliche Zunahme etwa 0,0002.

Nördl. Breite	Länge von Paris							
	6° O	4° O	2° O	0°	2° E	4° E	6° E	8° E
42°	0,217	0,217	0,219	0,225	0,225	0,226	0,227	0,228
43	16	18	21	24	24	24	24	25
44	13	15	16	18	20	21	22	23
45	10	11	12	14	15	17	18	19
46	05	06	08	09	11	12	13	15
47	0,199	01	03	05	07	08	09	10
48	95	0,197	0,199	01	02	03	04	05
49	93	93	95	0,196	0,198	0,199	00	01
50	88	90	92	92	94	95	0,196	0,197
51	86	87	87	88	89	91	92	93
52	82	82	83	84	85	86	87	89

Tafel XVII. Deklination, Inklination und Intensität des Erdmagnetismus.

	Deklination	Inklination	Intensität in cm. gr. sec.
Boothia Felix	O	90° N	0,65
London..	18°40′ O	67°40′ N	0,47
St. Petersburg..........	0°40′ O	70° N	0,48
Berlin	11°30′ O	64° N	0,48
Paris..................	16°45′ O	66° N	0,47
Rom..................	11°30′ O	60° N	0,45
Neuyork	7°57′ O	72°12′ N	0,61
Mexiko	7°55′ E	45°(?) N	0,48
Quito.................	7°40′ E	25°(?) N	0,35
St. Helena	26°25′ O	28° S	0,31
Cap	30°2′ O	56°30′ S	0,36
Sydney	9°30′ E	62°45′ S	0,57
Hobart	8°49′ E	71°5′ S	0,64
Tokio	4°5′ O	50° N	0,45
Madrid	16°27′ O	58°30′ N	0,44
Lissabon	17°17′ O	57°56′ N	0,44

Alphabetisches Inhaltsverzeichnis.

(Die Zahlen bedeuten die Nummer der Beispiele.)

A.

B.

C.

D.

L.

M.

T.

V.

Z.